

EXAMEN MARITIME,

THÉORIQUE ET PRATIQUE,

OU

TRAITÉ DE MÉCHANIQUE,

APPLIQUÉ

A LA CONSTRUCTION ET A LA MANŒUVRE

des Vaiſſeaux & autres Bâtiments.

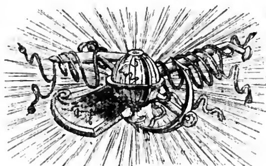
PAR Don GEORGES JUAN, Commandeur d'Aliaga, dans l'Ordre de Malthe, Chef d'Eſcadre des Armées Navales de Sa Majeſté Catholique, Commandant des Gardes de ſa Marine, de la Société Royale de Londres, de l'Académie Royale de Berlin, & Correſpondant de l'Académie Royale des Sciences de Paris.

TRADUIT DE L'ESPAGNOL, AVEC DES ADDITIONS,

Par M. LEVÊQUE, Ingénieur Hydrographe de la Marine, Correſpondant de l'Académie Royale de Marine, & du Muſée de Paris; Profeſſeur Royal en Hydrographie & Mathématiques, à Nantes.

TOME SECOND.

Qui deſcendunt mare in Navibus, facientes operationem in aquis multis: ipſi viderunt opera Domini, & mirabilia ejus in profundo. *Pſ. 106.*





A NANTES,

Chez { L'AUTEUR, vis-à-vis la Bourſe.
AUGUSTIN-JEAN MALASSIS, Imprimeur-Libraire, place du Pilori.
DESPILLY, Libraire, haute grande-rue, près celle de Beau-Soleil.

M. DCC. LXXXIII.





EXAMEN MARITIME,

THÉORIQUE ET PRATIQUE,

OU

TRAITÉ DE MÉCHANIQUE,

Appliqué à la Construction & à la Manœuvre des Vaisseaux & autres Bâtiments.

LIVRE PREMIER.

DE LA CONSTRUCTION DU NAVIRE.

CHAPITRE PREMIER.

Du Navire en général, & de ses propriétés.

(1.) LE Navire est un corps flottant destiné à deux usages, le commerce & la guerre. Le Navire de commerce, ou de charge, sert, comme on sçait, à transporter des marchandises, ou autres effets, d'un port à un autre; & la destination du Vaisseau de guerre est de combattre & de



prendre les vaisseaux de l'ennemi, ou d'attaquer les fortifications situées sur les côtes; alors il peut être considéré comme une forteresse flottante. Quel que soit l'objet auquel on destine un Navire, il ne peut manquer d'être d'un poids considérable, lequel est composé de la charge qu'il doit transporter, & du poids des différents matériaux dont il est construit. Il doit, par conséquent, occuper dans le fluide (*Tome I*, 561.) un espace tel que son poids soit égal à celui du volume de l'eau qu'il déplace. On voit que c'est cet espace, ou cette partie du Navire qui est submergée, qui doit éprouver la force de la résistance du fluide dans le cas du mouvement; & les puissances destinées à le mouvoir doivent avoir une certaine proportion avec les résistances, pour lui donner la vîtesse nécessaire. Il y a deux sortes de puissances employées jusqu'ici pour mouvoir les Navires, sçavoir, l'action des rames, & l'action du vent sur les voiles. Les rames, comme chacun le sçait, ne sont autre chose que des pieces de bois avec lesquelles on choque l'eau avec force & rapidité, par leur partie extérieure au Navire; ainsi elles éprouvent une résistance proportionnée, & le Navire se meut à cause de la réaction. Les voiles sont des surfaces en toile, qui étant exposées à l'action des vents, en sont frappées, & par conséquent elles communiquent du mouvement au Navire auquel elles sont assujetties. La premiere de ces deux puissances n'est pas tant en usage que la seconde, parce que le travail des hommes étant ce qui doit produire & maintenir l'action des rames, elle ne peut avoir lieu que pendant un temps assez court, & non pendant plusieurs jours, même plusieurs mois, que durent ordinairement les transports, ou les voyages par mer. Il en est tout autrement des voiles; une fois qu'elles sont exposées dans une situation convenable, elles n'exigent plus aucun travail, à moins que le vent ne vienne à changer, ou qu'il ne soit nécessaire de faire changer la direction du Navire. Quel que soit le moyen qu'on emploie pour mouvoir le Navire, on voit déjà, par ce qu'on vient d'exposer, qu'il doit avoir plusieurs propriétés, ou qualités essentielles pour qu'il puisse remplir l'objet auquel il est destiné. Il doit premiérement être très-fort & très-solide, pour qu'il puisse résister à l'action des forces qui agissent sur lui, & en même temps conserver, sans accident, les effets qu'il contient, & les hommes destinés à le manœuvrer. Il doit être impénétrable au fluide, afin que les effets qu'il renferme ne soient pas gâtés en se mouillant, & que l'eau, en s'introduisant avec trop d'abondance, ne submerge le Navire de plus en plus, & que par conséquent le tout ne vienne à la fin à se perdre. Sa figure & la disposition de toutes ses parties doit être telle qu'il prenne

la plus grande vîtesse possible, afin de terminer ses traversées dans le moins de temps possible ; ou, si c'est un vaisseau de guerre, pour pouvoir engager, ou éviter, les actions qui se présenteront, suivant qu'il peut être convenable. Il doit avoir un corps ou une capacité assez grande pour recevoir tous les objets qu'il doit transporter, & pour loger commodément ses équipages, & les hommes qu'il pourroit avoir à transporter. Il doit avoir de la stabilité ; c'est-à-dire qu'il doit résister à l'inclinaison que pourroit occasionner la force du vent dans les voiles, ou d'autres forces accidentelles, quelles qu'elles soient. Car le Navire devant être ouvert en plusieurs endroits, dans les parties qui sont hors de l'eau, afin d'avoir des communications à l'intérieur, il pourroit arriver que le fluide entrât dans l'intérieur, gâtât les marchandises, & peut-être même occasionnât la perte totale du Navire. Ses deux côtés doivent être d'une figure parfaitement égale & semblable ; car il est évident que la figure qui auroit les propriétes convenables pour un des côtés, doit nécessairement avoir celles qui conviennent pour l'autre, & cela dans le même degré. Il doit être disposé de maniere qu'il soit aisé à manœuvrer, & qu'on puisse le diriger avec sûreté & promptitude par la route convenable, non seulement pour lui faire suivre la plus courte, mais encore pour éviter les dangers, ou autres obstacles qui peuvent se rencontrer; car un choc violent pourroit causer la destruction totale du Navire. Enfin, si le Navire est destiné pour la guerre, il doit pouvoir porter son artillerie, & être construit de maniere à fournir les moyens de la placer de façon qu'on puisse la servir commodément, & que l'eau ne puisse entrer par les sabords lorsque le Navire prend quelque inclinaison.

(2.) Telles sont les qualités primitives & essentielles du Navire : mais il en est encore d'autres qui lui sont absolument nécessaires pour se garantir d'un accident qui produit ordinairement sa destruction. Les vents choquent les eaux, les poussent, les agitent, & forment ce que tout le monde connoît sous le nom de *Lames*, lesquelles produisent les coups de mer. Ces lames étant agitées de plus en plus par l'action répétée des vents, s'élevent à des hauteurs effrayantes, & la surface des eaux cessant par-là d'être horisontale, il se forme des montagnes de fluide qui choquent avec la plus violente rapidité, & même détruisent tout ce qu'elles rencontrent dans leur cours. Les lames se succédant sans cesse les unes aux autres, donnent un mouvement au Vaisseau, non seulement en le poussant dans la direction qu'elles suivent, qui se trouve peut-être différente de celle qu'on voudroit qu'il suivît ; mais elles l'obligent encore d'être dans un mouvement continuel de rotation autour d'un axe horisontal ; mouvement qui est

plus ou moins violent, suivant la grandeur des lames, la disposition, & la figure du Navire. A chaque lame, le Navire doit faire deux oscillations, l'une de chûte vers la partie opposée à celle que choque la lame, & l'autre de réaction à l'instant où elle se sépare du Navire. Les lames ayant une aussi grande rapidité, il faut nécessairement que les oscillations, ou mouvements de rotation du Navire soient aussi très-rapides, & que les moments d'inertie qui en résultent dans toutes les parties du Navire, deviennent énormes, particuliérement dans celles qui sont les plus éloignées de son centre de gravité. On voit déjà que cet accident exige que le vaisseau soit très-fortement lié dans toutes les parties qui le composent; que les sabords & toutes les parties supérieures qui communiquent à l'intérieur soient assez élevées, pour que, dans les oscillations, l'eau ne puisse entrer dans la capacité, & lorsqu'elle y est une fois entrée, il faut que le Navire soit disposé de façon à faciliter son évacuation. Enfin, cet accident exige encore que la figure du Navire soit telle que, si l'on ne peut pas éviter entiérement les oscillations, elle contribue au moins à les rendre les plus petites & les plus lentes que faire se peut.

Comme toutes les mers ne sont pas d'une même violence & d'une même agitation, tous les Navires n'ont pas besoin d'être construits avec la même solidité, & d'avoir la même figure, & les mêmes dimensions: ils doivent être proportionnés aux parages où ils doivent naviguer, & aux différents usages auxquels on les destine. C'est pour cela qu'on trouve une si grande variété dans les Navires, non seulement pour ce qui concerne leur figure, la grandeur & les proportions de leur capacité; mais encore dans le nombre & la situation des mâts, auxquels on applique leurs voiles, aussi bien que dans le nombre, la figure & la disposition de ces mêmes voiles. Tous ces objets réunis forment une étude aussi étendue qu'intéressante pour tout le genre humain; & qui, par son importance, est digne d'occuper les meilleurs esprits, & de fixer toute leur attention.

(3.) Il y a des Bâtiments dont la longueur * est entre trois & quatre fois leur largeur: il en est même dont la longueur est portée jusqu'à quatre, cinq, ou six fois, & même jusqu'à huit fois leur largeur. Il y en a dont la profondeur, ou la hauteur verticale de

* L'Auteur entend ici, par la longueur, non la longueur de la quille, mais celle du Vaisseau, de tête en tête: c'est ce que les Espagnols appellent la *Eslora*; ils donnent le nom de *Manga* à la largeur, prise dans l'endroit où elle est la plus grande. C'est cette plus grande largeur que les Marins & les Constructeurs Français appellent le *Bau* du Vaisseau.

la partie submergée dans le fluide, est la moitié de leur largeur, dans d'autres cette hauteur n'en est que le tiers, & dans d'autres encore moins. On peut, par ce qui a été dit dans le *premier Volume* de cet Ouvrage, déterminer les propriétés particulieres dont ces différentes proportions sont susceptibles. Une pratique continuée pendant plusieurs siecles, aidée d'une théorie fort peu satisfaisante, & qui est encore même fort limitée, a enseigné dans chaque Royaume, dans chaque Province même, ce qu'il convenoit à peu près de faire, & ce qu'il convenoit d'éviter, suivant l'étendue des lumieres, & du génie de ceux qui se chargeoient de cette partie importante. Il est cependant un point sur lequel on est généralement d'accord, c'est de ne pas faire usage des surfaces planes dans la construction des Bâtiments de mer, sur-tout pour ceux qui sont destinés à naviguer dans de grosses mers; c'est avec la plus grande raison qu'on a banni ces surfaces de la construction, car il n'en est point sur lesquelles les coups de mer agissent avec plus de violence, & dont par conséquent ils produisent la destruction avec plus de promptitude & de facilité. PLANC. I.

(4.) D'après ces considérations, & d'autres de la même nature, on en est venu à donner à la partie du corps du Navire, qui est submergée dans le fluide, la figure d'un ellipsoïde, ou de deux demi-ellipsoïdes différents, en faisant celui qui forme la partie choquante du Navire, un peu plus court que celui qui forme la partie choquée; & pour des raisons très-fondées, on a admis encore d'autres différences entre ces ellipsoïdes. Par les mêmes motifs, on auroit encore pu donner aux Bâtiments la figure circulaire, ou sphérique; mais un Bâtiment de cette forme seroit sujet à un grand inconvénient, qui est qu'il ne pourroit naviguer que dans la direction perpendiculaire à la voile: c'est-à-dire, que la section horisontale du Navire étant représentée par *ABDE*, *FG* représentant la voile, & *HC* la direction du vent qui la choque; le Navire ne pourroit marcher que suivant la ligne *CB*, perpendiculaire à *FG*. En effet, la force du vent étant décomposée en deux autres, l'une parallele & l'autre perpendiculaire à la voile; il est clair que la premiere de ces forces n'exercera aucune action sur la voile, puisque son sinus d'incidence est zéro, (*Tome I.* 75.), & que par conséquent le vent n'agit sur la voile que suivant la seconde; de sorte que l'angle *HCB* formé par la direction du vent, & la route du vaisseau doit nécessairement être obtus; d'où l'on voit qu'on perdroit tout l'avantage qu'on se procure aujourd'hui, en donnant aux vaisseaux plus de longueur que de largeur. Car quoique la puis- FIG. I.

Planc. I. Fig. 2. ſance, ou la force qui agit ſur la voile *FG*, ſoit toujours dirigée ſuivant la perpendiculaire *CB*, la réſiſtance latérale, ou celle qu'éprouve le côté *ADE*, étant toujours plus grande que celle qui s'exerce en avant, ou à la proue *A*, il s'enſuit que la viteſſe que prend le vaiſſeau ſuivant la proue, ne peut manquer d'être plus grande que celle qu'il prend latéralement, ou ſuivant une perpendiculaire à *AE*: par conſéquent le Vaiſſeau ne peut marcher ſuivant *CB*; mais en obéiſſant à l'impulſion qu'il reçoit dans cette direction, il eſt obligé de ſuivre une direction telle que *CI*, intermédiaire entre *CB* & *CA*, & qui eſt d'autant plus proche de *CA*, que la réſiſtance latérale ſera plus grande, relativement à celle qui s'exerce à la proue. On voit clairement par-là qu'il eſt poſſible que l'angle *HCI*, formé par la direction du vent & par la route que ſuit le Navire, ſoit aigu, & par conſéquent qu'un Navire de cette eſpece aura l'avantage de pouvoir naviguer en partie contre le vent; avantage dont un Navire ſphérique ſeroit abſolument privé.

(5.) On obſervera encore que ces eſpeces de Navires plus longs que larges n'ont aucun déſavantage ſur les autres pour réſiſter au choc des lames, parce que, lorſquelles deviennent exceſſives, les Marins ſçavent leur préſenter l'une ou l'autre extrêmité; & c'eſt en cela qu'ils ont plus d'avantage que n'en auroient les Navires circulaires, parce que, ſous des volumes égaux, les Vaiſſeaux longs préſentent alors moins de ſurface au choc des lames que n'en préſenteroient les ſphériques. Ajoutez à cela, que le cours des lames eſt ſuivant la direction même *HC* du vent, & qu'elles frappent le Navire dans cette direction; elles lui font par conſéquent prendre une direction moyenne entre *CI* & *CK*: d'où l'on voit que ſi l'on n'avoit pas pris le parti d'alonger les Vaiſſeaux, à peine pourroient-ils prendre une autre direction que celle du vent; qu'en un mot, ils ſeroient à la diſcrétion des vents, ce ſeroient eux qui en détermineroient la route, & non les hommes qui ſont deſtinés à les manœuvrer & à les diriger.

(6.) Cette même conſidération a obligé les Marins à remplir les deux extrêmités, ou pointes circulaires *A* & *B* de l'ellipſoïde. Car Fig. 3. *AB* repréſentant la ſuperficie de l'eau, & *ACB* une ſection verticale de l'ellipſoïde, ſi on tire les tangentes *DE*, *AD* & *BE*, on voit qu'en étendant le corps du Navire juſqu'à *ADCEB*, en rendant ſolides les eſpaces *ADC*, *CEB*, & faiſant ainſi qu'il ne ſoit pas terminé par la ligne *ACB*, on voit, dis-je, que la réſiſtance latérale ſera augmentée, & par conſéquent qu'on obtiendra un plus grand avantage pour diriger & maintenir le Vaiſſeau dans les directions qu'il doit ſuivre.

(7.) On voit, par ce qui vient d'être dit, que ce n'a pas été ſans des raiſons bien puiſſantes, qu'on s'eſt déterminé à donner de la longueur aux Vaiſſeaux; cependant ſi nous ne perdons pas de vue que plus ils ſont proches de la figure ſphérique, plus ils ſont ſolides, & capables de réſiſter au choc, & aux efforts des lames, nous en conclurons qu'il a été néceſſaire de prendre un milieu. On ne les a donc alongés qu'autant que leur ſûreté l'a permis, & par conſéquent, dans les mers tranquilles & moins expoſées à l'agitation, on a toujours employé des Navires plus longs que dans les autres. On n'a pas encore fixé la vraie proportion entre la longueur & la largeur, parce que, comme on le voit, cette proportion dépend de la nature des mers ſur leſquelles le Navire eſt deſtiné à naviguer; cependant, il paroît conſtaté, par l'expérience, qu'un Navire dont la largeur eſt à peu près la quatrieme partie de la longueur, peut, ſans riſque, être expoſé aux plus violentes agitations de la mer.

(8.) On varie encore ſur la profondeur, ou le creux qu'on donne aux Navires: ceux qui ont le plus de profondeur, qui tirent le plus d'eau, ſont plus expoſés à rencontrer des écueils, des bas-fonds, à échouer, & par conſéquent, à ſe briſer & à ſe perdre: ceux, au contraire, qui ne le ſont pas aſſez, ne peuvent exercer une auſſi grande réſiſtance latérale, & on n'en peut tirer autant d'avantage que des premiers pour ſuivre certaines directions, relativement à celle du vent. Cependant, ſi la proportion entre les réſiſtances latérales, & celles de la proue étoit la même dans l'un & l'autre Navire, il paroît qu'ils pourroient auſſi jouir des mêmes avantages: & la choſe eſt effectivement ainſi, en ne faiſant point attention aux efforts qu'ils ont à ſoutenir de la part des lames; mais comme celles-ci, ſi l'on excepte quelque cas, ſont, pour l'ordinaire, ſuperficielles, leur impulſion doit faire plus d'effet ſur celui qui éprouve moins de réſiſtance, ou qui a le moins de profondeur ou de tirant d'eau, que ſur l'autre. Il a donc encore été néceſſaire de prendre un milieu, à cet égard, principalement à cauſe qu'une plus grande profondeur produit, en même temps, une plus grande réſiſtance à la proue, ou ſuivant la direction de la route du Vaiſſeau, & que, par conſéquent, il eſt néceſſaire d'une plus grande puiſſance, ou d'une plus grande voilure, pour le faire marcher avec la même vîteſſe, ce qui ne laiſſe pas d'être un grand inconvénient, attendu que les plus grandes voiles ſe manœuvrent avec bien plus de difficultés. De toutes ces conſidérations, il a reſulté que ceux qui naviguent dans des mers peu profondes, ont donné à leurs Navires moins de profondeur; mais cependant, à peu de différence près, le creux, ou les

profondeurs qui font en ufage, font entre le tiers & la moitié de la largeur du Navire. On remarquera cependant que cette proportion doit dépendre de la charge que doit porter le Navire, ou réciproquement que la charge doit dépendre de cette proportion; de forte que ces deux chofes, la profondeur & la charge, dépendent néceffairement l'une de l'autre, une fois que la longueur & la largeur font déterminées, comme on le verra par la fuite.

(9.) Ce qui importoit le plus après cela, étoit de trouver le moyen d'obliger le Navire à fe maintenir conftamment, dans la même direction, ou à fe diriger conftamment en ligne droite. Si l'on pouvoit faire enforte que la direction de la force, ou de la puiffance des voiles, coïncidât toujours avec celle des réfiftances qu'éprouve la carene, le Navire ne pourroit prendre aucun mouvement de rotation, c'eft ce qui réfulte des principes établis dans le *Tome I*, *Livre I*, *Chap. IV* de cet Ouvrage. Mais les lames choquent le Navire fans aucune regle, & très-inégalement, tantôt en avant du centre de gravité, tantôt en arriere: & par conféquent, ce font autant de puiffances qui obligent le Navire à tourner, tantôt vers la droite, tantôt vers la gauche, fans obferver aucune proportion. En outre, lorfque le Navire s'incline, foit par l'action du vent, foit par l'agitation des lames, le centre des puiffances, qui eft celui des voiles, change de place à l'égard du centre de gravité, quelque foin qu'on ait pris de les faire coïncider, lorfque le Navire eft en repos: par conféquent, le Navire doit encore tourner par l'effet de cette nouvelle caufe, & être dans un mouvement continuel de rotation, tantôt vers la droite, & tantôt vers la gauche. On voit, par-là, combien il étoit néceffaire de trouver le moyen d'éviter ces mouvements incommodes & préjudiciables, & d'affujettir le Navire à fuivre une feule & même direction. L'expérience a fans doute indiqué ce moyen dès le commencement; il ne falloit, pour cela, que fe procurer une nouvelle puiffance toujours prête à être employée, & qui pût faire équilibre à celles qui obligent le vaiffeau à fortir de fa direction. Par exemple, fi, par l'un ou l'autre côté du Vaiffeau, on plonge une furface quelconque dans le fluide, la réfiftance fera alors plus grande du côté où elle fera plongée, & par conféquent l'augmentation de réfiftance que cette furface produit, peut tenir lieu de la nouvelle puiffance qui eft néceffaire pour faire équilibre aux autres; c'eft-à-dire, pour détruire leur effet. Mais les Marins fe font avancés beaucoup davantage, & ont fingulièrement perfectionné cette idée; car de faire paffer ainfi une furface tantôt d'un côté du Navire, tantôt de l'autre, & l'y affujettir, ce feroit un travail

continuel & insupportable, & ils l'ont évité en plaçant la surface à demeure sur des gonds à l'extrémité de la poupe du navire : pouvant, par ce moyen, la faire tourner sur ses gonds, d'un côté & de l'autre, on la fait passer, avec facilité, du côté où elle est nécessaire, & cela avec toute la promptitude dont on peut avoir besoin; c'est cette surface, ainsi placée, qu'on appelle le *Gouvernail.* Ce nom lui convient parfaitement, parce que c'est elle en effet qui maintient le Navire dans la direction qu'il doit tenir, qui donne le moyen de le conduire par le chemin le plus direct, & qu'en un mot, c'est elle qui le gouverne. Ce n'est cependant pas que l'effet du gouvernail soit tel, qu'il dirige le Navire avec une telle précision qu'il ne sorte absolument pas de la ligne droite; car le gouvernail ne peut être employé que quand on a déjà apperçu l'effet d'une autre puissance extérieure qui a fait sortir le Navire de sa direction, & auparavant qu'on y ait apporté remede, de toute nécessité cette puissance a déjà produit en partie son effet : par conséquent la route du Vaisseau ne peut manquer d'être un peu tortueuse, & l'art de bien gouverner consiste en ce qu'elle le soit le moins qu'il est possible.

(10.) On parvient encore à la même fin, par la disposition des différentes voiles que les Marins font porter aux Vaisseaux ; car ces voiles étant appliquées à différents mâts placés à différentes distances du centre de gravité, on peut employer celles qui sont nécessaires, & les disposer d'une maniere convenable pour conserver l'équilibre entre elles, c'est-à-dire, entre les efforts du vent, entre les résistances, chocs, ou efforts des lames, & les puissances que les inclinaisons que le Vaisseau peut prendre, peuvent faire naître.

(11.) Cette pluralité de voiles & de mâts est devenue aussi absolument nécessaire dans les grands Navires, afin d'augmenter la puissance motrice, sans augmenter la grandeur de la voile & du mât, ce qui auroit de très-grands inconvénients. Car les mâts & les voiles devenant d'une grandeur excessive, la manœuvre des voiles deviendroit impratiquable, & les mâts seroient très-exposés à se rompre, ou détruiroient les Vaisseaux par les énormes moments d'inertie avec lesquels ils agissent, lesquels moments sont produits par les mouvements de rotation qui résultent du choc & de l'agitation des lames.

(12.) On a été obligé de partager l'intérieur du Navire en plusieurs étages, par des planchers qu'on appelle des *Ponts*, & cela principalement dans les grands Navires: car l'impossibilité où l'on est de se procurer des bois d'une longueur suffisante, & qui aient la courbure convenable, fait que le corps du Navire n'est qu'un assemblage de différentes pieces unies entr'elles; & si l'on n'avoit pas mis les ponts

PLANC. I. en pratique, cet assemblage n'auroit point eu toute la solidité nécessaire, & auroit été également incapable de résister au poids, ou à la poussée des eaux vers l'intérieur, & à l'action des lames. Ces ponts sont comme des arcs-boutants, ils soutiennent mutuellement les deux côtés du Navire, & les unissent l'un à l'autre. En outre, les ponts étant horisontaux, ils servent à distribuer convenablement l'artillerie, donnent un abri à différents objets, & fournissent des logements pour les équipages. Au reste, cette liaison des côtés, par le moyen des ponts, est tellement indispensable, que, dans les petites Embarcations même, où de tels planchers seroient impraticables, ou inutiles, attendu le peu d'intervalle qu'il y auroit entr'eux, on ne laisse pas d'y placer les solives sur lesquelles ont eût établi le pont, & que l'on appelle des *Baux* : car, sans cette précaution, le Bâtiment ne seroit pas en état de supporter le moindre effort. Les poids dont les ponts sont chargés, agissent puissamment sur les baux par la force d'inertie qui en résulte dans les mouvements du Navire, & les baux transmettent cette action aux côtés du Navire; de sorte que l'effet de cette puissance est de rompre la liaison des baux avec les côtés, & de les écarter de la situation qu'on leur a donnée dans la construction, en leur occasionnant un mouvement continuel & très-préjudiciable. C'est pour cela que les baux doivent être assujettis aux côtés du Navire, de la maniere la plus solide, afin d'éviter le moindre mouvement, ou le moindre jeu qu'il pourroit y avoir entre les pieces.

(13.) Les figures & les dispositions qu'on a données aux Voiles, sont très-variées, & quoiqu'au premier coup-d'œil cela puisse paroître indifférent quant à l'effet; cependant les unes & les autres ont leurs avantages particuliers, qui les rendent préférables suivant les circonstances. Il y en a de la forme d'un parallélogramme, de trapezoïdes, & de triangulaires, que les Marins distinguent sous les noms de *Voiles quarrées*, & de *Voiles latines**. Il y en a d'autres qui different un
FIG. 5 peu de celles-là; mais elles sont toujours de la même espece. A l'extrêmité supérieure A d'un mât vertical AB, on attache une piece de bois horisontale CD, qu'on appelle une *Vergue*, à laquelle est suspendue la voile quadrilatere $DCEF$: cette voile est assujettie au Na-

* Pour nous conformer à l'usage des Marins Français, nous ne distinguons ici que deux especes de voiles; sçavoir: les *Voiles quarrés* & les *Voiles latines*. Les Espagnols donnent un nom parti-
FIG. 4 & 6. culier aux deux especes de voiles quadrilateres; ils appellent *Vela Redonda* celle qui a à peu près la figure d'un parallélogramme, *Fig.* 4; & *Vela Cangreja* celle qui a la figure d'un trapese, *Fig.* 6. Ces dernieres voiles, qu'on appelle quelquefois *Voiles Auriques*, ont, le plus souvent, comme on le voit dans le texte, deux vergues, l'inférieure EF s'appelle le *Guy*, ou la *Baume*, & la supérieure le *Pic*. Les Brigantins, les Chasse-marées, les Cutters, les Goëlettes, les Sloops, & très-souvent les Embarcations qui portent le nom de *Bateaux*, ont leur voile principale de cette espece.

vire par ses deux extrêmités inférieures *E* & *F*, c'est précisément celle qu'on nomme *Voile quarrée.* Pareillement, au mât *AB* on attache obliquement la vergue *CD*, à laquelle est suspendue la voile triangulaire *DCF*, dont on assujettit l'extrêmité *F* au Navire, & c'est celle qu'on appelle *Voile latine.* De même, au mât *AB* on attache deux vergues *AD*, *EF*, & on suspend, entr'elles & le mât, une voile *DAEF*, qui a la forme d'un trapese; c'est cette voile qu'on peut appeller *Voile trapezoïde*, mais que nous nommerons encore *Voile quarrée*, pour nous conformer à l'usage. Chacune de ces voiles a ses avantages & ses défauts: les premieres conviennent mieux que les autres pour les résistances; mais elles ne peuvent pas se disposer sous un angle aussi avantageux à l'égard du vent que les autres: ce à quoi contribue beaucoup non-seulement la figure même de la voile, mais encore la situation des haubans & autres cordages, qui assujettissent les mâts, & les rendent stables dans la position qu'on leur a donnée. L'art de déferler & de ferler les voiles, de les orienter de la maniere la plus convenable à l'objet qu'on se propose, &c.; de même que celui de gouverner & de faire tourner à propos le Navire, est ce qu'on appelle la *Manœuvre.* Comme ces différentes opérations se présentent continuellement, elles sont la principale occupation du Marin. Pour arriver à une connoissance parfaite des avantages des différentes voiles, de même que de ceux qui peuvent résulter de la figure, & de la disposition du corps du Navire, il faut absolument la théorie que nous avons donnée dans le premier Volume de cet Ouvrage; c'est aussi de cette théorie que nous ferons l'application dans les Chapitres suivants.

Planche 1. Fig. 5. Fig. 6.

CHAPITRE II.

De la variété infinie qu'il peut y avoir dans la Carene des Vaisseaux, & de la Construction du corps du Navire, suivant la pratique la plus ancienne.

(14.) Après avoir déterminé la longueur & la largeur du Navire, il paroît que toute sa figure devroit être déterminée, & en effet elle le seroit, s'il étoit un ellipsoïde, comme nous l'avons dit; mais l'expérience nous a appris qu'il étoit nécessaire de s'éloigner un peu de cette figure, en élargissant davantage le Navire du côté de l'avant, c'est-à-dire, vers la proue, & en l'étrécissant, au contraire, en le

rendant plus fin vers l'arriere, ou vers la poupe. La théorie ne manifeste pas moins cette nécessité, comme on le verra dans la suite: mais que la figure, approchante de l'ellipsoïde, soit à peu près celle qu'on voudra, cela ne fait rien pour la maniere de construire le Navire, qui est toujours à peu près la même. Pour y parvenir, les
FIG. 7. Constructeurs ont coutume d'établir d'abord une longue piece de bois *AB*, de la forme d'un parallélipipede rectangle, qu'on appelle la *Quille*, & qui fait le même effet, pour le corps du Navire, que l'épine du dos pour celui des animaux; car c'est sur la quille qu'on éleve des especes de côtes *C*, *D*, *F*, *H* & *I*, qu'on nomme *Couples de Levée*, & à ses extrêmités *B* & *A*, deux pieces *BK*, *AL*, la premiere courbe, appellée l'*Etrave*, & l'autre droite, appellée l'*Étambot.* On remplit ensuite les espaces compris entre les couples de levée par d'autres couples qu'on appelle *Couples de Remplissage*, jusqu'à ce qu'ils se touchent à peu près. Par ce moyen le corps du Navire se trouve tout formé, il n'y a plus qu'à le revêtir en planches appellées *Bordages*; c'est ce dernier travail qu'on appelle *Border.*

Pour tracer le contour des couples, les Constructeurs considerent différentes lignes; la principale est celle *LCDFHI* qui passe par tous les points de la plus grande largeur des couples; ils l'appellent la *Ligne du Fort* : elle divise le corps du Navire en deux parties, l'une supérieure qu'on appelle les *Œuvres mortes*, & l'autre inférieure qu'on nomme les *Œuvres vives*, ou les fonds du Navire. Les œuvres vives, ou les fonds, se divisent pareillement en deux autres parties séparées l'une de l'autre par la ligne *LGEMNO.* Conformément à nos regles, nous nommerons la partie supérieure *LCGDEFMHNIO*, le *Corps principal du Navire*; & l'inférieure, qu'on pourroit appeller les *Façons du Navire*, & qui s'étend depuis le corps principal jusqu'à la quille, est ce que les Espagnols appellent *Revers**; nom générique que les Constructeurs donnent à toute portion de charpente, & même à toute piece de bois qui est concave. La ligne *LGEMNO* qui termine le corps principal, n'a pas de nom dans la Langue Espagnole, parce que nos Constructeurs, ainsi que les Français, ne font point usage de cette division du corps du Navire en deux parties, pour distinguer la supérieure qui est le corps principal. Les Anglais, qui avec d'autres Nations, en font en partie usage, l'appellent *raising Line* (*Linea del arrufo*, ligne de relevement, ou des *façons*), nous l'appellerons *Ligne* de *tonture***; les mots *raising*,

* Cette expression n'est gueres en usage en France, que pour les *Genoux* & les *Allonges*, & non pour désigner une portion du corps du Vaisseau; nous l'emploirons cependant quelquefois dans le sens de l'Auteur, parce que nous n'en avons pas qui y réponde parfaitement.

** L'Auteur a traduit l'expression Anglaise *raising Line* par *Linea del arrufo*, & nous la ren-

arrufo, & *tonture*, exprimant l'état d'une ligne, ou d'un plan, qui va en s'élevant depuis le milieu du Navire, tant vers la poupe que vers la proue. Mais ce mot étant employé généralement pour toutes les lignes, ou pour tous les plans qui ont cette propriété, il est nécessaire de distinguer la ligne qui termine le corps principal, ainsi nous l'appellerons *Ligne de tonture du corps principal*. La ligne *QRSTV*, qui passe par les extrêmités des couples s'appelle *Ligne du Plat-bord*, parce qu'on donne le nom de plat-bord au revêtement horisontal qui couronne l'œuvre morte du Vaisseau; mais comme il est généralement d'usage d'alonger les couples de l'arriere de *Q* en *R*, & ceux de l'avant de *T* en *V*, de quelque chose au-dessus du terme marqué par cette ligne, pour se procurer plus de logements & de plus grandes commodités, & qu'ainsi il y a plusieurs especes de plat-bords, on pourroit la nommer plus convenablement *Ligne du Cordon*, ou simplement le *Cordon* *; parce que la *Préceinte du Vibord*, qui passe précisément par tous les points de cette ligne, & termine l'œuvre morte comprise entre les deux gaillards, est travaillée sur sa face, & forme un cordon, ou plinthe, tout au tour du Vaisseau. Toutes ces lignes, ainsi que beaucoup d'autres, que les Constructeurs considerent, doivent être courbes ou droites; mais elles doivent être bien suivies, & d'une continuité parfaite, c'est-à-dire que toute section du Navire, soit horisontale, soit verticale, ou oblique, doit être une ligne bien suivie, sans aucuns sauts ou jarrets, afin que les bordages, qu'on cloue ensuite sur les couples, puissent s'y appliquer exactement, & former une surface continue & sans inégalité. Cette condition est nécessaire, non-seulement pour que le bordage soit bien suivi, & pour la solidité & sûreté du Navire, mais encore pour qu'il marche aussi bien qu'il est possible : car toute cavité & élevation dans la suite de la carene, ne pourroit qu'occasionner une nouvelle résistance que le Vaisseau auroit à surmonter, ce qu'il ne pourroit faire sans retarder son sillage : il en pourroit encore résulter des mouvements subits & violents, ce qu'on ne sçauroit trop éviter, à cause des grandes forces d'inertie qui en résultent.

(16.) Comme la variété des lignes qu'on peut tracer est infinie,

---

dons par l'expression *Ligne de tonture*, parce que les Espagnols appellent *arrufo* ce que nous appellons *tonture* : on le voit d'ailleurs par la définition que l'Auteur donne des mots *arrufo*, & *rising*, laquelle convient parfaitement au mot *tonture*. Au reste, cette ligne n'étant encore point en usage chez les Constructeurs Français, il falloit lui donner un nom, & nous nous arrêtons à celui qui nous paroit avoir le plus d'analogie avec les usages & la forme de cette courbe. Cette ligne répond à peu près à celle que nos Constructeurs appellent *Lisse des fonds*, ou *des façons*.

* En Espagnol, *Linea del galon*, ligne du *galon*, ou de la *bordure*.

de même les différentes lignes *LGEMNO*, *LCDFHI* qui terminent le corps principal, peuvent être variées à l'infini, ainsi que les lignes *LCDFHI*, *QRSTV* qui terminent l'œuvre morte; par conséquent le corps des Navires, & les Navires même en entier, peuvent avoir une infinité de figures différentes, qui leur donneront des qualités & des propriétés variées à l'infini; car c'est de la figure du corps du Navire que dépend, non-seulement, le plus, ou le moins de résistance qu'il peut éprouver dans son mouvement; mais encore sa stabilité, ses oscillations, sa docilité à obéir au gouvernail, sa flottaison, & une infinité d'autres circonstances.

(17.) Quoique nous ayons fait voir qu'il pouvoit résulter une infinité de Navires de qualités & propriétés différentes, de la seule variation des lignes dont nous venons de parler, nous n'avons cependant pas encore donné à cette diversité toute l'extension possible: car ces lignes peuvent être placées à des hauteurs plus ou moins grandes, c'est-à-dire, être plus ou moins éloignées de la quille; & malgré cela, elles ne déterminent encore que les largeurs & les profondeurs du corps; toutes les sections qu'on peut faire entr'elles demeurent indéterminées, & peuvent avoir une variété infinie; de-là, une nouvelle source de variétés dans le corps du Navire, & par conséquent dans ses propriétés. C'est cette diversité infinie qui est cause que la théorie & la pratique de la Construction n'ont point fait les progrès nécessaires, & qu'on eût pu désirer. Toutes les tentatives de la pratique n'ont pas été suffisantes pour faire démêler, dans cette variété infinie, ce qui pourroit être le plus avantageux; & une théorie fondée sur des principes erronnés, ne pouvoit gueres servir à l'examen, & à la discussion des procédés & des principes qui pouvoient effectivement être défectueux. Cependant, les Constructeurs, qui auparavant n'avoient pour guide, dans leurs ouvrages, qu'une pratique aveugle, en élevant leurs Vaisseaux sur un très-petit nombre de données, même sur beaucoup moins que celles que nous avons établies jusqu'ici, se sont enfin astreints, depuis quelque temps, à tracer des Plans. Par-là ils sont parvenus à se perfectionner beaucoup; car non-seulement, à l'inspection seule du Plan, ils ont pu appercevoir, & par conséquent corriger quelques défauts; mais encore les Plans leur fournissant le moyen de conserver la totalité des dimensions, & la figure totale du corps des Navires qu'ils construisent, à mesure que la pratique & l'expérience leur ont fait observer quelques défauts, ils ont tâché de les corriger, conformément à ce que leur dictoit la prudence & la raison. Si on ne parvenoit pas tout d'un coup à trouver la cause

du mal, par une seconde, ou une troisieme tentative, on tâchoit d'obtenir quelque avantage. C'est à l'aide de toutes ces tentatives que se sont conduits, & se conduisent encore, les Constructeurs; & quoiqu'ils soient encore bien éloignés de la perfection à laquelle quelques Théoriciens ont cru être parvenus, on ne peut voir sans admiration combien ils en ont approché; tant une répétition continuelle d'expériences peut fournir de lumieres, & produire d'avantages. Planc. III.

(18.) Les anciens Constructeurs, comme nous l'avons dit, n'ont pas connu l'art de tracer les Plans, & même aujourd'hui il en est encore beaucoup qui n'en connoissent nullement l'usage, particuliérement ceux qui construisent des Barques, & autres petits Bâtiments *. Voici comment ils s'y prennent pour construire le corps d'une de ces Embarcations. Après avoir établi la quille AB dans un lieu convenable, & après avoir élevé dans un même plan vertical, l'étambot AL, & l'étrave BK, & leur avoir donné, à volonté, les inclinaisons LAS, KBT, qu'on nomme *Quête* & *Élancement*, ils forment arbitrairement, ou selon les instructions qu'ils ont reçues par tradition, une *Tablette*, ou patron CDE, qu'on appelle un *Gabari*, lequel représente presque toute la forme du plus grand couple, c'est-à-dire, de celui qui a la plus grande capacité, qu'on appelle, pour cela, le *Maître couple.* C'est en effet sur ce *Gabari* qu'on construit ce couple, en observant de lui donner les épaisseurs convenables. Ensuite on l'éleve en o, sur la quille, éloigné de l'extrêmité A, des deux tiers de la longueur de la quille, à fort peu près, en faisant ensorte qu'il lui soit exactement perpendiculaire. Fig. 8. Fig. 9. Fig. 8.

(19.) Le contour du *Gabari* CDE, est formé par plusieurs arcs de cercle, comme par exemple, par les trois arcs CF, FG, GH, dont les centres sont en N, P, O, & par une ligne droite HE, pa- Fig. 9.

---

* Il y a encore, même en France, beaucoup de Constructeurs qui entreprennent des Bâtiments d'une très-grande conséquence, sans en tracer le Plan, ils seroient même fort embarrassés pour faire ce travail. A la vérité, ces Constructeurs ne sont gueres autre chose que des Charpentiers. Cependant nous avons souvent vu ces ouvriers employés de préférence à des Constructeurs d'un talent bien distingué. On ne sçauroit trop gémir de ces abus; c'est en décourageant ainsi ceux qui cultivent leur art avec soin, qu'on porte les coups les plus funestes aux sciences, qu'on retarde les progrès de tous les arts, & qu'on perpétue le regne de l'ignorance. Ceux qui font construire des Navires devroient exiger du Constructeur autre chose qu'un devis estimatif. Un Plan en grand & bien circonstancié, seroit sans doute très-utile. On en exige bien des Architectes pour la construction & distribution des Maisons les plus simples, & même pour les décorations les moins importantes. Par-là, les Constructeurs s'accoutumeroient à regarder ce talent comme une partie essentielle de leur état. En effet, c'en est une; car on ne peut douter que ce ne soit depuis qu'on a pris le parti de dresser le Plan des Vaisseaux, que l'Architecture Navale a fait tous les progrès dont nous retirons le fruit. On seroit d'ailleurs souvent en état de remédier en partie aux défauts qu'on auroit observés dans les Bâtiments.

PLANC. III. rallele à CQ, perpendiculaire à OH, & tangente à l'arc inférieur dans le point H. Cette figure peut être encore formée seulement par deux arcs de cercle, même par un seul arc, ou même encore par une courbe quelconque: les seules conditions qu'on exige sont, que l'arc CF tombe perpendiculairement sur la droite CQ, qui représente la plus grande largeur du couple, ou du gabari, & que l'arc GH tombe aussi perpendiculairement sur la droite OH, qui est perpendiculaire à CQ, ou parallele à QI, qui représente un plan vertical qui doit partager le Navire suivant sa longueur en deux parties égales. La derniere condition n'est pas même si essentielle qu'on ne puisse s'en dispenser; car on pourroit fort bien terminer la courbe comme on voudroit, dans le point I de la quille où le couple doit être placé. De ce même point I on tire la tangente IH à la courbe du gabari, & la figure $CFDHI$ du couple, est entiérement formée; on le travaille ensuite suivant ce patron,
FIG. 8. & on l'éleve en o, comme on l'a déjà expliqué.

FIG. 10. (20) On forme de la même maniere l'autre petit couple $ABCD$, qu'on appelle l'*Estain*, dont la plus grande largeur AE, est à peu près les deux tiers du *Bau* du Navire, ou de la plus grande largeur du maître couple. Sa partie inférieure D est fixée & clouée à l'étambot au point D, & on lui donne une inclinaison DC qui
FIG. 8. correspond à celle qu'on a donnée à l'étambot, afin que le point C se fixe à une piece de bois qui croise l'étambot, qu'on appelle *Lisse d'Hourdy*.

(21.) Ces deux couples une fois déterminés, les anciens Constructeurs trouvoient en avoir suffisamment pour construire tous les autres, & même les Constructeurs de ce siecle qui ne se sont point occupés de la théorie de leur art, sont dans le même cas. Ils placent quatre regles, ou pieces de bois un peu épaisses, mais flexibles EF, qu'on appelle des *Lisses*, qui courent depuis les estains, ou depuis la poupe du Vaisseau, jusqu'à l'étrave, en embrassant le maître couple, & ils leur donnent la courbure que leur pratique leur a enseignée, en observant quelques proportions qu'ils ont apprises de leurs maîtres. Ils observent particuliérement de donner à la plus haute de ces lisses qui doit passer par les plus grandes largeurs que doivent avoir les couples, une certaine amplitude, ou ouverture, dans les points G & H, où doivent être placés les deux couples nommés *Couples de Balancement*, qui sont éloignés de chacune des deux extrêmités du Navire de la quatrieme partie de sa longueur *; & ils propor-

* Il y avoit sur ce point quelque variation parmi les Constructeurs, & sur-tout pour la situation

tionnent cette ouverture en *G* & *H*, à la capacité qu'ils veulent donner au corps du Navire. En effet, il faut convenir que la position & la courbure de ces quatre lisses étant déterminées, toute la figure du corps du Navire l'est aussi presque entiérement. PLANC. III.

(22.) Ils marquent ensuite sur la quille les points 3, 6, 9, 12, *&c.*, & *III*, *VI*, *IX*, *XII*, *&c.* où doivent s'élever les autres couples, qui ordinairement sont placés à égale distance les uns des autres; & guidés par les lisses, ils prennent, avec des tablettes minces, la figure que doivent avoir les couples qui passent par ces différents points, en s'assujettissant à prendre toujours cette figure, dans un même plan perpendiculaire à la quille; & avec ces tablettes, ou patrons, ils construisent les couples, & les élevent ensuite perpendiculairement dans les points correspondants. Le corps du Navire se trouvant ainsi formé, il n'y a plus qu'à le couvrir de bordages, c'est-à-dire, à le border *.

(23.) D'autres Constructeurs se sont plus avancés, & ont mis plus de précision dans leur pratique. Le gabari *CFDE*, dont nous venons de parler, leur sert à déterminer la figure de tous les couples compris entre les deux couples de balancement. Pour cela, ils déterminent d'abord, par une ligne comme *IMN*, la tonture qu'ils veulent donner au corps principal entre ces deux termes, & ils marquent sur de petites regles, ou tablettes *A* & *B*, l'élévation de cette ligne au-dessus de la quille, dans les points où doivent être placés chacun des couples. Ils déterminent pareillement, par la ligne *NOP*, la courbure que doit avoir le côté du Navire, ou la ligne du fort, entre les mêmes termes; & sur d'autres petites tablettes *A'*, *B'*, ils marquent les différences entre la largeur que doivent avoir chacun des couples, & celle que doit avoir le maître couple, qui est la plus grande, ou les différences entre les largeurs que termine la lisse la plus élevée *EF* **. Ceci fait, & supposant qu'il soit question de décrire le couple 18, ils portent sur *QC*, la distance *QA* égale à la distance entre les points o & 18, prise sur la tablette *A'*; & menant la ligne *AB* parallele à *QE*, cette droite *AB* représentera le plan qui divise le couple en deux parties égales, & *CFGDHL* sera la partie du corps principal que doit former ce même couple. FIG. 9. FIG. 8. & 11. FIG. 13. FIG. 12. FIG. 8. FIG. 9.

du couple de balancement de l'avant; cette variation étoit cependant très-petite. Quoi qu'il en soit, on voit que cette différence ne peut influer sur la description que l'Auteur fait de cette ancienne pratique des Constructeurs.

* Il paroît que le Lieutenant-Général D. Antonio de Gaztañeta employoit cette espece de Construction; car dans son petit Ouvrage intitulé, *Proporciones de las medidas mas esenciales..* pour la Construction des Vaisseaux & Frégates de guerre, &c., on ne trouve que la description du maître couple & des estains, & nullement celle des autres couples.

** Les anciens Constructeurs Français appelloient ces secondes tablettes des *Trébuchets*.

Planc. III. Pour terminer ce couple qui doit aller jusqu'en *B*, *LB* étant égal à la tonture du corps principal qui répond au couple 18, laquelle est marquée sur la tablette *A*, on fait une autre tablette *MR*, dont la partie *Mo* est droite, & la partie o*R* courbe; & sur cette derniere partie on marque, à commencer du point o, les divisions 3, 6, 9, 12, *&c.* suivant les ordonnées d'une courbe quelconque, à volonté. Cette tablette ainsi divisée s'applique de maniere que son point 18 qui correspond au couple 18, tombe en *B*, & qu'elle soit tangente au gabari en *D*; & traçant ensuite la ligne *DSB*, cette ligne, avec la partie *CFD*, forme le contour entier du couple 18; c'est-à-dire que ce couple entier a la figure *CFGDSB*. On décrit, par le même procédé, les autres couples 3, 6, 9, 12, *&c.* & *III*, *VI*, *IX*, *XII*, *&c.*, en observant que les distances *QA*, *LB*, & le point de division de la tablette *MR* soient ceux qui correspondent au couple qu'on veut décrire.

Fig. 8. Fig. 9. (24) Ayant ainsi formé tous les couples compris entre les deux couples de balancement, on place les quatre lisses *EF*, comme auparavant, & à leur moyen, on détermine tous les couples compris entre le couple de balancement de l'arriere & l'estain, & entre le couple de lof * & l'étrave. Au lieu d'une nouvelle tablette *MR*, quelques Constructeurs ont coutume de faire usage du gabari même *CFDE*, qu'ils renversent en posant sa partie supérieure en bas; mais, par ce procédé, les revers deviennent extrêmement concaves, à cause de la grande courbure *GDH*, qu'a ordinairement le gabari, & que quelques-uns conservent, par des raisons très-fondées.

(25.) Il y a des Constructeurs qui font quelques petits changements dans les procédés de la seconde pratique de Construction que nous venons d'expliquer; ces changements consistent en ce qu'ils ne font point *QA'*, ou *LE*, égale à la différence des plus grandes largeurs
Fig. 12. des couples, qu'on a marquées sur les tablettes *A'* & *B'*; ils exi-
Fig. 9. gent que *HL* soit beaucoup plus diminuée, afin que par-là les couples se resserrent davantage par le bas. Pour cela, ils marquent la diminution que doit avoir *HE*, qui est ce qu'on appelle le *Plat de*
Fig. 13. *la Varangue*, par une ligne courbe *QR*, & prenant ses distances à la droite *VX* parallele à la quille; ils les portent sur des tablettes minces, semblables à celles dont nous avons parlé. Ils emploient donc ces nouvelles tablettes, au lieu des autres qui déterminoient,

* C'est le nom qu'on donne au couple de balancement de l'avant, parce qu'il répond, à peu près, au point du vent de la grande voile, lorsqu'elle est orientée au plus près. Quelques Auteurs ont donné le nom de *Couple de lof de l'arriere* au couple de balancement de l'arriere; mais cette dénomination ne paroît pas fort en usage, & avec raison; car elle est impropre.

comme

Planc. III. Fig. 9.

comme on l'a vu, les différences des plus grandes largeurs des couples; mais comme, après avoir appliqué la tablette *MR*, le couple se trouve avec une largeur beaucoup moindre que celle qui lui convient, ils font tourner le gabari sur le point *D*, dans lequel il est tangent avec la tablette *MR*, jusqu'à ce que le point *C* sortant en dehors, le couple se trouve avec l'ouverture qu'il doit avoir *; & dans cette position, on trace, comme ci-dessus, la ligne *CFDSB*, qui donne la figure du couple. On voit qu'en suivant cette méthode, les couples ne se terminent pas perpendiculairement à *CQ*, dans les points *C* des plus grandes largeurs, ou de la ligne du fort, & que la ligne de tonture du fond n'existe plus. Les Constructeurs Français emploient cette méthode, comme on peut le voir dans l'*Architecture Navale* de M. *Duhamel*, (*1re. Edit. pag. 194 & suiv.*) où cet Auteur donne une pratique presque semblable. La premiere est celle des Constructeurs Anglais, c'est ce qu'ils nomment *Whole moulding.*

(26.) Les Constructeurs ont travaillé d'après ces pratiques pendant beaucoup de siecles, & ce n'est que depuis peu de temps qu'ils se sont astreints dans cette partie, à former des Plans du corps du Navire, afin de corriger avec facilité, & sans une dépense considérable, les erreurs qu'ils peuvent appercevoir. Car il est bien certain que, dans les procédés de cette pratique, ne considérant aucune des sections horisontales du corps du Navire, qui sont cependant celles qu'on doit considérer avec l'attention la plus scrupuleuse, pour parvenir à connoître les résistances qui doivent avoir lieu dans le fluide, ni aucune des sections verticales des extrêmités du Navire, de la figure desquelles dépend, comme on le verra par la suite, la dureté, ou la douceur des mouvements du Navire, ils ne pouvoient absolument point remédier aux erreurs dans lesquelles de semblables omissions devoient les faire tomber. Après la Construction finie, ou du moins après les couples achevés & mis en place, les défauts s'appercevoient, & ils ne pouvoient se corriger sans occasionner une perte de bois considérable, en substituant d'autres pieces en place de celles d'où provenoient les défauts. La correction ne pouvoit donc le plus souvent avoir lieu que dans les Constructions suivantes. Ainsi on ne pouvoit faire quelques pas vers la perfection, qu'en perdant beaucoup de temps, & en faisant un grand nombre de mauvais Navires.

* C'est ce mouvement qu'ils appelloient *Trébuchement.*

PLANC. III.

CHAPITRE III.

De la méthode pour tracer les Plans des Constructions dont dont on a parlé dans le Chapitre précédent.

(27.) POUR tracer les Plans des constructions dont on a parlé dans le Chapitre précédent, il est nécessaire de sçavoir que ce que les Constructeurs appellent *Plans*, ce sont les Projections ichnographiques & orthographiques du corps du Navire, ou des lignes qui le terminent. Le tracé des Plans consiste donc à former ces Projections d'après les regles que la Géométrie nous enseigne. Il est évident que ces Projections, faites avec l'exactitude nécessaire, sont suffisantes pour faire connoître les avantages & les inconvénients que peuvent produire les différentes lignes qui terminent le corps principal; car on est le maître de tracer autant de Projections qu'on voudra des lignes qu'on aura besoin de considérer.

(28.) Pour remplir cet objet, on doit tracer au moins trois Projections; la premiere sur un plan vertical parallele à la quille; la seconde sur un plan vertical qui coupe la quille à angle droit; & la troisieme enfin, sur un plan horisontal parallele à la même quille *.

Nous supposerons la quille horisontale, parce que cette situation rend la description de la méthode, pour tracer ces trois Projections, plus facile à saisir & à exécuter, & qu'elle offre en même temps toutes les considérations qui sont essentielles. Comme le Navire, partagé suivant sa longueur, est composé de deux moitiés, qui sont & doivent être égales & semblables, par les raisons que nous avons déjà exposées (1.), il suffit d'en représenter une moitié dans les Projections, parce qu'avec une des moitiés, on a nécessairement le tout.

(29.) La quille étant placée avec deux de ses faces verticales, & les deux autres horisontales, il s'ensuit que, dans la Projection
FIG. 8. verticale parallele à la quille, on ne peut voir que la face verticale *AB* de la quille représentée par deux lignes paralleles, dont la distance exprime sa hauteur. L'étambot & l'étrave se projettent aussi dans le même plan vertical, & on n'en peut faire connoître que les deux faces les plus larges, de la maniere que l'exprime la Figure. Dans la Projection verticale perpendiculaire à la quille, le plan de Projection coupant la quille à angle droit, il s'ensuit que

* Les deux premieres Projections sont orthographiques, & la troisieme est une Projection ichnographique; leurs descriptions sont fondées sur les mêmes principes.

ſa repréſentation eſt le quadrilatere rectangle *HI* formé de la hauteur Planc. III. & de l'épaiſſeur de la même quille. L'étambot & l'étrave ne ſe Fig. 10. voient que de profil, c'eſt-à-dire, par leur épaiſſeur, & ſont repréſentés dans toute leur élévation par deux lignes paralleles, ou preſque paralleles, dont la diſtance détermine l'épaiſſeur de ces deux pieces. Mais n'ayant à repréſenter que la moitié du Navire, ſi l'on ſuppoſe que *FG* eſt le plan qui le diviſe en deux parties égales, ſuivant ſa longueur; la droite *HK* menée parallélement à *FG*, à une diſtance égale à la moitié de l'épaiſſeur de l'étambot, déterminera la moitié de cette piece dans le ſens de l'épaiſſeur, & la parallele *IL* déterminera pareillement la moitié de l'étrave. On prend ce parti pour repréſenter, ſur la partie gauche du Plan, ſeulement la moitié de la partie du Navire compriſe depuis la poupe juſqu'au maître couple; & ſur la partie droite, la moitié de l'autre partie compriſe depuis le maître couple juſqu'à l'étrave, parce qu'à ce moyen on évite la confuſion que produiroit la multiplicité des lignes qu'il faudroit tracer, ſi l'on en agiſſoit autrement. Dans la Projection horiſontale parallele à la quille, le plan de projection étant parallele à celle-ci, elle eſt repréſentée dans toute ſa longueur, & eſt terminée par la ligne *AB* parallele à *VX*, qui repréſente le plan qui diviſe le Navire dans toute ſa longueur en deux parties égales. Il en Fig. 13. eſt de même de l'étambot *LA*, & de l'étrave *BK*, qui ſont également vus de profil, & dont on voit les Projections *LA*, *BK* ſur le prolongement de la quille.

(30.) Pour nous rendre plus faciles à ſaiſir dans ce que nous avons à dire, nous appellerons *Projection longitudinale* * la Projection verticale parallele à la quille; & *Projection tranſverſale*, la Projection verticale qui coupe la quille à angle droit; & nous nommerons *Projection horiſontale*, celle qui eſt horiſontale & parallele à la quille **.

(31.) Dans les Projections longitudinales & horiſontales, tous les couples ſont vus de profil, à cauſe que leurs plans ſont perpendiculaires à la quille; par conſéquent chacun d'eux doit être repréſenté par deux paralleles qui déterminent ſon épaiſſeur; mais cependant, pour éviter la confuſion, nous nous conformerons à l'uſage ordinaire, qui eſt de ne marquer qu'une ſeule face, ou un ſeul côté du couple:

* C'eſt ce qu'on appelle ordinairement le *Plan d'Élévation*, ou ſimplement *l'Élévation du Navire*; & lorſqu'on veut y repréſenter les parties intérieures, on l'appelle auſſi la *Coupe longitudinale*.

** Cette Projection tranſverſale s'appelle aſſez communément la *Coupe du Vaiſſeau*, ou le *Plan vertical des gabaris*; & la Projection horiſontale eſt ce qu'on nomme le *Plan horiſontal*. C'eſt ſur ce dernier plan qu'on repréſente les lignes d'eau & les liſſes. Nous conſerverons cependant les dénominations de l'Auteur.

PLANC. III. ainsi nous les désignerons par une seule ligne. Par les points marqués sur la quille pour l'établissement des couples, on lui éleve des perpendiculaires, qui représentent, tant dans une Projection que dans l'autre, les profils des couples qu'on veut tracer ; mais comme on doit avoir grand soin d'éviter la confusion, on n'éleve ces perpendiculaires que des points 3, 6, 9, 12, *&c.* & *III*, *VI*, *IX*, *XII*, *&c.* ce qui suffit pour l'exactitude de la Construction, les couples intermédiaires, ou de *Remplissage*, pouvant se déterminer facilement d'après ceux déjà déterminés, qu'on appelle *Couples Principaux*, ou, comme on l'a déjà dit, *Couples de Levée.* Il y a des Constructeurs qui se contentent d'élever des perpendiculaires de quatre en quatre couples; mais l'usage le plus commun & le meilleur est d'en élever de trois en trois : cette méthode est en effet beaucoup plus exacte.

(32.) Dans la Projection transversale, les couples sont représentés FIG. 10. dans toute leur étendue, & suivant leur véritable figure ; ou du moins tous ceux qui sont placés à angle droit sur la quille, lesquels sont le plus grand nombre, & même la totalité, si l'on en excepte seulement quelques-uns vers la poupe & vers la proue, & l'Estain *CD*, FIG. 8. qui, comme on le voit, & comme on l'a déjà dit, (20.) a quelque inclinaison, & qui, par cette raison, ne peut être représenté par une ligne droite, même dans la Projection horisontale, mais par une ligne courbe.

FIG. 13. (33.) La représentation des couples dans la Projection transversale est, sans contredit, la partie la plus intéressante, & celle à laquelle se réduit presque toute la Construction, puisque c'est la figure des couples qui détermine celle de la Carene, & que de celle-ci dépendent toutes les qualités, bonnes ou mauvaises, du Navire. Pour les représenter, on peut commencer par décrire le maître couple: FIG. 10. pour cela, on éleve les deux verticales *MN*, *OP*, éloignées l'une de l'autre de la plus grande largeur, ou du maître bau du Navire : & ayant marqué, sur ces verticales, les hauteurs *MN*, *OP*, de maniere que les points *N* & *P* soient ceux où le couple doit effectivement avoir sa plus grande largeur, hauteurs qui sont ordinairement depuis les trois huitiemes, ou un peu moins, jusqu'à la moitié entiere du bau, on tire les horisontales *NQ*, *PR* ; c'est sur ces horisontales que doivent être les centres des arcs de cercle les plus élevés de ceux qui forment le contour du couple. Ayant fixé ensuite le plat que doit avoir la varangue du couple, c'est-à dire, la distance du point *S*, où doit commencer le plat, au plan *GF*, on menera les verticale *ST*, dans lesquelles doivent se trouver les centres des arcs qui doivent

former le contour inférieur du même couple; mais, avant que de décrire ces arcs, il faut avoir déterminé l'élévation que le point *S* doit avoir au-dessus de l'horisontale *MO* qui passe par la face supérieure de la quille, laquelle élévation se nomme l'*Aculement de la varangue*. Cela fait, on décrit les deux arcs supérieur & inférieur, & on cherche ensuite le centre de l'arc intermédiaire qui doit les toucher, ou être tangent à l'un & à l'autre; & menant enfin les tangentes *HS*, *IS*, on aura tout le contour du couple, depuis sa plus sa plus grande largeur jusqu'à la quille.

(34.) La position du centre des arcs, ou la longueur des rayons *QN*, *TS* des arcs supérieur & inférieur, de même que le centre & le rayon de l'arc intermédiaire, sont, comme on l'a vu, presque à la volonté du Constructeur; il les détermine d'après les qualités, ou la capacité qu'il veut donner à son Navire. Dans les Vaisseaux de guerre, la distance du point *M*, ou *O*, au couple, est, pour l'ordinaire, d'un tiers * de la moitié *MF* du bau. Les Français font cependant cette distance beaucoup plus grande dans les Navires qui ne sont pas destinés à la charge; mais on verra dans la suite, & on a même déjà démontré, (*Tome I.* 771.) combien ils se trompent, lorsqu'ils pensent que le Vaisseau doit acquérir par là une marche plus avantageuse, ou, comme les Marins s'expriment ordinairement, qu'il en deviendra meilleur *Voilier*. Pour le même objet, ils ont aussi coutume de faire l'élévation du point *S*, ou l'aculement très-grand, & la distance du même point *S* au plan *GF*, ou le plat de la varangue très-petit; mais ces deux pratiques tiennent à la même erreur de principe.

(35.) Les Constructeurs Anglais ont encore une attention particuliere à ce que le rayon *TS* ne soit pas très-grand, & cela pour conserver une espece de renflement à l'arc inférieur, afin que la tangente menée de la face inférieure de la quille au contour du couple, ne le touche pas au-dessus de la piece principale avec laquelle il est formé, & qu'on appelle *la Varangue*: de cette maniere, si le Navire vient à échouer, comme, dans ce cas, il tombe nécessairement sur un de ses côtés, il s'appuie sur cette varangue, qui est, sans contredit, la plus forte piece, & non sur les genoux & les alonges qui sont les pieces qui lui sont unies.

* Il y a là-dessus beaucoup de variété parmi les Constructeurs. *Voyez*, pour les différentes méthodes de tracer le maître couple, le *Traité du Navir.* de M. *Bouguer*, ou l'*Architecture Navale* de M. *du Hamel*, ou bien encore l'Ouvrage de M. *Vial du Clairbois*, intitulé, *Essai Géométrique & Pratique sur l'Architecture Navale*. Toutes ces méthodes ont leurs avantages & leurs défauts, suivant l'objet auquel on destine le Navire Chacun peut facilement en imaginer qui seront aussi bonnes que celles qui sont prescrites dans ces différents Ouvrages.

PLANC. III. (36.) Le maître couple étant tracé, on transporte la hauteur des
Fig. 10. & 8. points S & N (*Fig.* 10) aux points M & P (*Fig.* 8); & par ces points on décrit les courbes paralleles IMN, GPH, qui terminent le relevement, les façons, ou la tonture du corps principal, & les hauteurs des plus grandes largeurs que doivent avoir les couples, depuis le couple de balancement G de l'arriere, jusqu'au couple de lof H. On trace de
Fig. 13. même dans la Projection horisontale, les courbes NOP, QDR, aussi paralleles, qui terminent la plus grande largeur des mêmes couples & le plat de leur varangue : & l'on commence d'abord par déterminer les points N & P, d'après les dimensions des deux couples de balancement, auxquelles on s'est arrêté. Les hauteurs au-dessus de la quille des
Fig. 8. points, où la courbe NMI (*Fig.* 8) coupe les couples, se portent ensuite sur la Projection transversale, comme, par exemple, la hauteur correspondante au couple 18, se porte de l'horisontale MO
Fig. 10. jusqu'au point V (*Fig.* 10); & par tous les points V déterminés de cette maniere, on menera des horisontales, qu'on fera respec-
Fig. 13. tivement égales aux distances de la courbe QDR (*Fig.* 13), au plan VX, qui divise le Navire en deux parties égales, c'est-à-dire, que dans le cas que nous avons pris pour exemple, on fera $VW = QC$
Fig. 10. & 13. (*Fig* 10 & 13).

Fig. 10. (37.) Par tous les points V on élevera des verticales, ou, ce qui revient au même, on tirera des paralleles à FG, qu'on fera toutes égales à ST, & les extrémités de ces lignes seront les centres desquels on décrira les arcs qui forment les contours inférieurs des couples. On portera pareillement sur la Projection transversale les
Fig. 8. hauteurs au-dessus de la quille, des points où la courbe GPH (*Fig.* 8) coupe les couples; par exemple, on portera celle qui correspond
Fig. 10. au couple 18, depuis l'horisontale MO (*Fig.* 10), jusqu'au point X, & par tous les points tels que X ainsi déterminés, on tirera des horisontales qu'on fera toutes égales à NQ; & les extrêmités de ces lignes seront les centres d'où l'on décrira les arcs qui forment les contours supérieurs des couples. On joint ensuite ces deux arcs qui forment les parties supérieures & inférieures de chaque couple, par un troisieme arc intermédiaire qui doit les toucher tous les deux, ou leur être tangent, & être égal à celui qu'on a employé dans la description du maître couple; & par ce procédé, tous les couples du corps principal du Navire, compris entre les deux couples de balancement, seront décrits.

(38.) Les Revers se décrivent comme on l'a dit dans le *Chapitre* précédent. Ayant formé une tablette de bois mince, d'à-peu-près une demi-ligne, ou d'un tiers de ligne d'épaisseur, & lui ayant donné

la figure *MSR*, on marque dessus les divisions o, 3, 6, &c., & on procede ensuite de la maniere qui a été expliqué dans l'endroit cité. PLANC. III. FIG. 9.

(39.) Pour décrire tous les autres couples depuis le couple de balancement de l'arriere, jusqu'à l'estain, & depuis le couple de lof jusqu'à l'étrave, on prolonge à l'œil, & presqu'à discrétion, les courbes *PGE*, *PHF* (*Fig.* 8), & *ONE*, *OPF* (*Fig.* 13), en terminant celles qui se rendent à la poupe, à la hauteur, & à la largeur de l'estain, ou à peu près, & celles qui se rendent à la proue sur l'étrave, presque à la même hauteur que celle où elles s'étoient terminées à la poupe; cependant quelques Constructeurs font cette élévation moindre. On porte ensuite toutes les largeurs des couples déterminées par la courbe *NE*, sur la Projection transversale (*Fig.* 10), depuis le plan *GF* jusqu'à la courbe *XA*. On porte pareillement toutes les hauteurs de la courbe *GE* (*Fig.* 8), depuis l'horisontale *MF* jusqu'à la même courbe *XA* (*Fig.* 10.); & les intersections de ces largeurs avec ces hauteurs, donnent les points de la courbe *XA* par lesquels doivent passer les contours des couples. FIG. 8. & 13. FIG. 10. FIG. 8. FIG. 10.

(40.) Ayant donc marqué ces points, & ayant décrit à volonté l'estain *ABCD*, on tire les droites αD, βC, γB, pour représenter les trois lisses *EF* les plus basses (*Fig.* 8), en tâchant que ces trois lisses avec la courbe, ou la droite *NXA* (*Fig.* 10.), soient à peu près également distantes les unes des autres, & qu'elles coupent les couples le plus perpendiculairement qu'il sera possible. Les distances horisontales des points dans lesquels les lisses coupent les couples déjà décrits, au plan *GF*, se portent sur la Projection horisontale (*Fig.* 13), & déterminent les points où doivent passer les courbes *HGI*, *SMW*, *YTU*; on trace donc ces courbes, & on les prolonge à discrétion jusqu'à l'estain & jusqu'à l'étrave, en observant de déterminer d'avance les points extrêmes *F* de la proue, en portant sur la Projection longitudinale (*Fig.* 8) les hauteurs des extrêmités des lisses prises dans la Projection transversale, & en abaissant les perpendiculaires *EF*, de ces points extrêmes qu'on prolonge jusques sur la Projection horisontale. FIG. 8. FIG. 10. FIG. 13. FIG. 8.

(41.) Ayant ainsi tracé toutes les lisses dans la Projection horisontale, on continuera en portant sur la Projection transversale les distances de la ligne *VX* (*Fig.* 13), aux points où ces lisses coupent les couples compris entre celui de balancement de l'arriere, & l'estain, & entre celui de lof & l'étrave, en portant, dis-je, ces distances, depuis le plan *GF* jusqu'aux lisses correspondantes: après quoi il ne reste plus qu'à tracer les courbes qui passent par tous les points de chaque couple, & ils seront entiérement décrits. FIG. 13. & 10.

(42.) Ce dernier point, qui pourroit paroître le plus facile, à en juger par la briéveté de l'explication que nous venons d'en donner, est cependant le plus difficile, & c'est sur lui que porte une des plus grandes difficultés de la pratique de la Construction. Car les points qu'on détermine ainsi pour chaque couple, ne sont pas toujours dans la disposition convenable, pour qu'en faisant passer une ligne courbe par tous ces points, cette courbe puisse former un couple régulier, exempt de tout jarret, de toute bosse, ou cavité trop subite; condition qui est cependant absolument nécessaire, par les raisons qu'on a déjà exposées, & par beaucoup d'autres, comme on le verra dans la suite. L'avantage de la Construction d'après les Plans faits & médités d'avance, sur la pratique aveugle que nous avons expliquée dans le *Chapitre* précédent, est que ces défauts peuvent se corriger facilement sur le papier, au lieu que par la routine des anciens Praticiens, ils sont presque sans remede, & l'on n'a presque aucune ressource pour les corriger *. Aujourd'hui, pour faire cette correction, on revient à la Projection horisontale; on corrige la courbure des lisses, en leur donnant plus ou moins de capacité, suivant que paroissent l'exiger les défauts qu'on a remarqués, sur la Projection transversale, dans le contour des couples, & on les retrace de nouveau; on répete ces corrections deux, trois, ou même un plus grand nombre de fois, jusqu'à ce qu'on voie les couples prendre un contour qui convienne avec l'idée qu'on s'est faite de la figure qu'ils doivent avoir, & qu'enfin on ait atteint le but qu'on se propose, alors tout le tracé du Plan du corps principal est achevé.

(43.) Nous n'avons cependant point encore considéré un objet très-essentiel pour donner au Navire les qualités les plus parfaites, & qu'il importe le plus qu'il ait : car les principales lignes qu'il importe de considérer, pour ce qui concerne la marche du Navire, sont, sans contredit, les sections horisontales **; & quoique l'examen de ces sections ne soit pas nécessaire pour la Construction, il devient indispensable pour l'objet dont il s'agit. En effet, il peut arriver, & il arrive même très-souvent, que les contours des couples paroissent avoir une courbure convenable, & malgré cela, les

* Car lors même qu'on entreprendroit de corriger les défauts qu'on appercevroit après avoir mis les couples en place, ce qui, d'ailleurs, ne pourroit se faire sans une dépense excessive (26), on n'auroit encore presque aucune certitude de mieux réussir dans une seconde tentative.

** Lorsque ces sections horisontales sont faites parallélement à la surface de l'eau, & non parallélement à la quille, on les appelle communément *Plans de flottaison*, & les lignes courbes qui en résultent sur la Projection horisontale, s'appellent des *Lignes d'eau*, ou des *Lignes de flottaison*. Nous nous servirons quelquefois de ces dénominations pour les sections faites parallélement à la quille, parce que la différence des unes aux autres est très-petite (44.).

lignes

lignes d'eau qui résultent des sections horisontales, ne laissent pas d'avoir des jarrêts, des bosses & des cavités, ce qui ne convient nullement, & ce qu'on ne sçauroit éviter avec trop de soin. Pour en être convaincu, il suffira de se rappeller que nous avons démontré (*Tome I.* 744.) qu'aucune ligne n'éprouve moins de résistance dans le fluide que la ligne droite, & qu'après la ligne droite, ce sont celles qui en approchent le plus. Pour procéder à cet examen, on trace, dans la Projection transversale, deux, trois, quatre, ou même un plus grand nombre de lignes horisontales telles que $\delta\epsilon$, $\zeta\eta$ (*Fig.* 10), & les largeurs comprises entre le plan *GF* & les points où ces lignes coupent les couples, se portent sur la Projection horisontale (*Fig.* 13.) sur chaque couple correspondant depuis la ligne *VX*. On fait ensuite passer par tous les points qui se trouvent ainsi déterminés, les courbes $\alpha\beta\gamma$, & $\delta\epsilon\zeta$, observant d'en marquer d'abord les extrêmités, en traçant, pour cela, les mêmes horisontales sur la Projection longitudinale (*Fig* 8.), & abaissant de leurs extrêmités des perpendiculaires $E\delta$, $\alpha\alpha$, $\gamma\gamma$, & $\zeta\zeta$, sur la Projection horisontale (*Fig.* 13.). Les Projections horisontales de ces sections, c'est-à-dire, les lignes d'eau étant ainsi tracées, on examine avec attention leur courbure, & si on trouve qu'elle n'est pas suivie avec toute la régularité qu'on désire, & qui est nécessaire, on corrige de nouveau les lisses & les couples, jusqu'à ce qu'on trouve que le tout soit parfaitement conforme aux vues du Constructeur, aux regles & à la théorie qu'on expliquera ci-après. Si l'on trouvoit, par exemple, que la cavité qu'on remarque à la ligne d'eau inférieure $\beta\gamma$, depuis le couple *XVIII*, jusqu'à son extrêmité γ, ne convînt pas, on corrigeroit les deux lisses *IF*, *WF*, ainsi que les trois couples de la proue, comme on le voit, par les lignes ponctuées, qui coupent les lignes pleines (*Fig.* 10.), & de cette correction, il résulteroit celle de la ligne d'eau, dont il s'agit, comme on le voit par la ligne ponctuée de la *Fig.* 13.

PLANC. III. FIG. 10. FIG. 13. FIG. 8. FIG. 13. FIG. 10. FIG. 13.

(44.) Le plus grand nombre des Constructeurs exige que ces sections horisontales ne soient pas paralleles à la quille, mais à la superficie même de l'eau; parce que, pour l'ordinaire, le Navire ne flotte pas ayant sa quille parallele à la superficie de l'eau. Cela doit être ainsi à la rigueur; mais la différence est si petite, qu'il est très-difficile, pour ne pas dire impossible, que des sections faites parallélement à la quille soient bien déterminées, tandis que celles qui seroient paralleles à la superficie de l'eau ne le seroient pas: aussi y a-t-il des Constructeurs qui ne se servent que des premieres.

(45.) Les Projections dont nous venons de parler, résultent,

PLANC. III. comme on le voit, de la méthode que les Anglais appellent *Whole moulding*; la defcription de celle dont les Français font ufage, eft abfolument la même, une fois qu'on a tracé les couples compris entre celui de balancement de l'arriere & l'eftain, & entre celui de lof & l'étrave; mais, dans cette derniere méthode, on ne fe FIG. 10. fert point des lignes horifontales, comme *VW*, qui réfultent de la diftinction du corps principal & des revers : on ne fe fert point non plus des horifontales, comme *NQ*, qui donnent les centres des arcs qui forment le contour fupérieur des couples compris entre ceux de balancement.

CHAPITRE IV.

De la maniere de décrire les Plans des Navires, fuivant la méthode employée maintenant par les Conftructeurs les plus inftruits dans la théorie & dans la pratique.

(46.) LA Conftruction des Vaiffeaux étoit dans l'état que nous venons de décrire, lorfque les Anglais firent, par leur méthode, un pas de plus vers la perfection ; la Projection tranfverfale même des couples l'indiquoit. Les arcs qui forment les contours fupérieurs des couples compris entre celui de balancement de l'arriere & l'eftain, ou entre le couple de lof & l'étrave, vont en diminuant graduellement, à proportion que celui de l'eftain eft plus petit, lequel ordre graduel n'a pas lieu dans les couples du milieu, puifque leurs arcs fupérieurs font tous égaux. Quoique ceci n'ait pas d'autre inconvénient que de donner au Navire la forme d'un corps cylindrique dans fon milieu, & d'interrompre tout-à-coup cette figure, au couple de balancement de l'arriere, pour lui faire prendre celle d'une efpece de corps conique jufqu'à l'eftain; cependant, comme on décrivoit alors les arcs fupérieurs des couples compris entre celui de balancement de l'arriere, & l'eftain, feulement par tâtonnement ; il convenoit de chercher à les décrire avec ordre & régularité, puifqu'il fe préfentoit à la vue que ces arcs devoient diminuer fuivant les fections d'un corps conique. Ainfi ils ne fe contenterent pas de déterminer le centre des arcs de cercle pour pouvoir les décrire; mais ils donnerent au corps du Navire la forme d'un corps conique, non feulement depuis le couple de balancement de l'arriere jufqu'à l'eftain, mais même à commencer du maître couple : c'eft ce que les Anglais appellent *former le corps du Navire par des arcs de cercle.*

Cette Méthode a encore sur l'autre l'avantage, qu'il n'est pas nécessaire de s'assujettir à faire diminuer le plat des varangues, comme les plus grandes largeurs des couples; c'est-à-dire qu'il n'est pas nécessaire que *QDR* soit parallele à *NOP* (*Fig.* 13.), ni que le relevement, ou la tonture *IMN* du corps principal soit nullement parallele à la ligne du fort *GPH* (*Fig.* 8.). La description de chacune de ces lignes reste à la volonté du Constructeur; ce qui lui donne plus de moyens de donner au corps du Vaisseau une figure plus avantageuse. PLANC. III. FIG. 13. & 8.

(47.) Voici comme il faut procéder pour jouir de cet avantage. Après avoir élevé, sur la quille, l'étambot & l'étrave, ainsi que toutes les perpendiculaires à la quille qui représentent les profils des couples, on décrit à volonté, ou suivant les mesures qu'on a arrêté d'employer, les deux courbes *EGPHF*, & *IMN* (*Fig.* 14 & 16), tant dans la Projection longitudinale, que dans l'horisontale. On décrit ensuite le maître couple dans la Projection transversale (*Fig.* 15.), comme on l'a enseigné (*Chap.* 3.), & l'on porte sur cette Projection toutes les hauteurs des points de la ligne *EGPHF* (*Fig.* 14.), de même que toutes ses largeurs (*Fig.* 16.), les intersections de toutes ces hauteurs & largeurs donneront tous les points des lignes courbes, ou droites *EGP* & *PHF* (*Fig.* 15.). On porte pareillement sur la même Projection toutes les hauteurs de la courbe *IMN* (*Fig.* 14.), & toutes ses largeurs (*Fig.* 16.), lesquelles donneront, par leurs intersections, tous les points des lignes courbes, ou droites *IM*, *MN*. PLANC. IV. FIG. 14. 15. & 16.

(48.) Par tous les points des lignes *EGP* & *PHF* (*Projection transversale*), on tire des droites horisontales; c'est sur ces lignes que doivent se trouver les centres des arcs de cercles qui terminent le profil du contour supérieur des couples, puisqu'elles marquent la hauteur de leurs plus grandes largeurs. Pour trouver ces centres, on peut considérer la partie du corps du Navire terminée par ces arcs de cercle, comme un corps formé par la révolution d'une ligne quelconque autour d'un axe, comme de la ligne *ABC* autour de l'axe *EX*; & qu'après qu'il a été ainsi formé, on ait donné au tout une nouvelle courbure, au moyen d'un mouvement parallele de toutes ses parties, ou de tous ses points; de sorte que la courbe *ABC* se transforme dans la courbe *DFC*. Il est bien clair, dans ce cas, que l'axe *EX* se transformera dans la courbe *GHX*, & par conséquent que tous les centres sur lesquels les points de *ABC* ont tourné, se trouvent maintenant sur *GHX*, & que les distances des points de cette courbe à *DFC* seront les rayons avec lesquels on doit décrire les arcs de cercle qui formeront la Projection des sections du corps, FIG. 17.

PLANC. IV. Les centres doivent par conféquent fe trouver fur une ligne quelconque, droite ou courbe, telle que *GHX*, & la grandeur des rayons dépendra de fa courbure plus ou moins grande; ce que détermine la ligne *DFC*, & par conféquent la capacité plus ou moins grande des arcs de cercles qu'on décrira, de même que celle de tout le corps, en dépendra auffi.

FIG. 15. (49.) Cela pofé, *Q* étant le centre duquel on a décrit l'arc fupérieur du maître couple, & *A* celui de l'arc femblable de l'eftain, ou du couple 33, foit décrit une courbe quelconque *AKQ*, alors les points où cette courbe coupera les horifontales qu'on a tirées, feront les centres des arcs correfpondants à chaque couple, & les diftances horifontales de ces points à ceux que détermine la ligne *EGP*, feront les rayons avec lefquels ils doivent être décrits. Par une difpofition tout-à-fait femblable, on décrira une autre courbe *RST*, qui paffe par *R*, centre de l'arc fupérieur qui termine le maître couple; cette ligne coupera toutes les horifontales qu'on a menées, & les points d'interfections feront pareillement les centres des arcs fupérieurs des couples, dont les rayons feront les diftances refpectives de ces points à la ligne *FHP*.

(50.) Tous les arcs fupérieurs étant décrits, on paffe à la defcription des arcs inférieurs. Pour cela, on éleve des verticales de tous les points des lignes *MI*, *MN*, & on les fait toutes égales au rayon *MB* de l'arc inférieur du maître couple, & avec ces verticales comme rayons on décrit les arcs inférieurs. Il faut cependant obferver que ceci n'a lieu que depuis le maître couple jufqu'à ceux de balancement: depuis ces derniers, en allant vers la poupe & vers la proue, les Conftructeurs Anglais n'ont pas fçu faire ufage du relevement, ou de la tonture du corps principal, ni de la longueur, ou amplitude, des plats des varangues: & quoique dans leurs plans ils continuent les lignes *MI*, *MN*, jufqu'à la poupe & jufqu'à la proue, comme s'il s'agiffoit d'en faire ufage, ils avouent eux-mêmes que cette prolongation leur eft inutile. Avec le même arc intermédiaire qui a fervi à unir les arcs fupérieur & inférieur du maître couple, on unit pareillement les arcs fupérieurs & inférieurs des autres couples, compris entre ceux de balancement; & par-là leurs contours fe trouvent achevés, à l'exception de leurs revers.

(51.) Il eft queftion maintenant d'achever le tracer de tous les autres couples de poupe & de proue, dont on n'a encore décrit que les arcs fupérieurs. Pour y parvenir, on trace les liffes $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\epsilon\zeta$, de la maniere qu'on l'a enfeigné, en parlant de la méthode

pratique : on porte de la Projection transversale à l'horisontale, tous les points dans lesquels ces lisses coupent les couples déjà décrits, & par tous les points que cette opération détermine, on trace la Projection de ces lisses, qu'on prolonge ensuite arbitrairement jusqu'à la poupe & jusqu'à la proue. On porte ensuite sur la Projection transversale, les différents points que ces Projections déterminent, c'est-à-dire, ceux où elles coupent les couples compris entre celui de balancement de l'arriere & la poupe, & entre celui de lof & la proue, & par tous les points correspondants on fait passer des courbes qui sont la Projection des couples. Les mêmes lisses servent encore pour décrire tous les revers; mais en cela on court grand risque de se tromper beaucoup, à moins qu'on n'ait la précaution de tracer une lisse entre la lisse $\epsilon\zeta$ & la quille, car cette lisse $\epsilon\zeta$ étant fort éloignée de la quille, on peut, dans l'espace intermédiaire, s'éloigner beaucoup du véritable trait du couple. On voit, par ce que nous venons de dire, que cette méthode est en substance, la même que celle que nous avons déjà décrite dans le *Chapitre* précédent, à l'exception, que dans celle dont il est ici question, on s'est avancé jusqu'à décrire méthodiquement les arcs supérieurs des couples, depuis la poupe jusqu'à la proue; ce qu'on ne faisoit dans le précédent, que pour ceux compris entre les couples de balancement. Cette derniere méthode a encore l'avantage de laisser les courbes *IMN* arbitraires, au lieu que dans l'autre elles devoient nécessairement être paralleles à *GPH*. Enfin, nous ajouterons encore ici que les Anglais, au lieu de terminer la poupe par le couple que nous appellons *Couple d'Arcasse*, ou *l'Estain*, & par conséquent par une surface plane, la terminent, ainsi que la proue, par une surface courbe, & cela pour les raisons que nous avons données *Art.* 3 *.

PLANC. IV.

FIG. 14.

(52.) Pour produire cet effet, ils prolongent les lisses jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'étambot même *OC*, & la piece *LD* qui le traverse, que nous avons nommée *Lisse d'Hourdy*, comme on le voit aux points ζ, δ, β, & l'on procede comme auparavant. Au lieu de l'estain ils placent un autre couple *LV*, qui coupe obliquement la quille, son plan demeurant toujours vertical; & l'on trace

FIG. 15.

FIG. 14. 15 & 16.

* Nous ignorons si ce sont effectivement les Anglais qui ont commencé à introduire cet usage Mais il est certain que cette pratique est usitée en France depuis très-long-temps, & que beaucoup d'autres Nations terminent ainsi l'arriere de leur Vaisseau. Ce n'est pas seulement pour donner de la grace que cet usage a été adopté, comme quelqu'uns l'ont pensé, mais aussi pour la solidité de cette partie (3.).

la Projection de ce couple, en transportant les points où il coupe les liſſes, comme on l'a pratiqué pour les autres : comme ce couple remplit l'office de l'eſtain, il conſerve le même nom, car il n'en differe qu'en ce qu'on le place obliquement, ou qu'il eſt *dévoyé*, comme diſent les Conſtructeurs. Un Navire qui a une poupe de cette eſpece, eſt dit avoir le *Cul rond.*

(53.) Au reſte, on rencontre, dans cette méthode de décrire le corps principal du Navire, preſque les mêmes difficultés que dans la précédente ; car, pour l'ordinaire, ce n'eſt qu'après bien des tentatives & des corrections, qu'on obtient les couples exempts de jarrets, de boſſes, & de cavités ſubites : il eſt donc néceſſaire de répéter pluſieurs fois ces opérations, en corrigeant la Projection horiſontale des liſſes, juſqu'à ce que les couples ſoient exempts de tous ces défauts dans la Projection tranſverſale. Au contraire, ſi après les deſcriptions des couples les liſſes paroiſſent avoir quelque défaut dans la Projection horiſontale, comme, par exemple, ſi on leur trouvoit une convexité démeſurée, depuis le couple 27, en allant vers la poupe, on les corrigeroit, comme on le voit par les lignes ponctuées (*Projection horiſontale*), & il en réſulteroit les corrections qui ſont indiquées par les lignes ponctuées dans les Projections longitudinale & tranſverſale.

(54) On abrégera beaucoup la longueur & le travail de ces tâtonnements, ſi avant de continuer à volonté la Projection horiſontale des liſſes, on décrit un couple quelconque, comme, par exemple, le couple 30, ou le couple *XXIV*; car en portant ſur la Projection horiſontale les points d'interſections du contour de ce couple avec les liſſes, on aura, à très-peu-près, les points par où doit paſſer la prolongation des courbes, ou des Projections horiſontales des liſſes. Après que tous les couples ſont tracés à la ſatisfaction du Conſtructeur, il paſſe à la Projection des ſections horiſontales $\nu\theta$, $\varkappa\lambda$, ſur la Projection horiſontale, ce qui donne les lignes d'eau $\zeta\gamma\theta$, $\varkappa\mu\lambda$; & ayant examiné ces dernieres avec la même attention, s'il trouve qu'elles conviennent également avec ſes intentions, il a atteint ſon but, & ſon ouvrage ſe trouve parfait : mais juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à cette fin, il doit revenir ſans ceſſe, tant ſur les liſſes que ſur les couples, & répéter toutes les corrections juſqu'à ce que le tout ait acquis la perfection néceſſaire.

(55.) Tel eſt le point où juſqu'à ce jour les Anglais ont pouſſé l'art de la Conſtruction. Les Conſtructeurs Français ont pris un chemin tout contraire : voyant que par l'ancienne méthode il n'y avoit que la partie du corps du Vaiſſeau compriſe depuis le couple

de lof jusqu'à celui de balancement de l'arriere, qui fût décrite avec régularité, & que le reste s'exécutoit par des tâtonnements avec les lisses; ils se sont déterminés à abandonner ces regles, qui les assujettissoient en partie, & à l'exception du maître couple, ils ont pris le parti de décrire tous les autres par tâtonnement. PLANC. VI.

(56.) L'étambot & l'étrave étant élevés sur la quille, de même que toutes les perpendiculaires qui représentent le profil des couples, on décrit, sur la projection transversale, le maître couple $P\alpha\gamma\iota M\epsilon\lambda\theta P$, FIG. 19. l'estain $E\xi\pi\zeta$, & l'on tire les lisses PGE, $\alpha\xi$, $\gamma\pi$, $\iota\zeta$ de la poupe, celles de la proue PBF, $\alpha\sigma$, $\zeta\varphi$, $\iota\omega$, qui se terminent à l'étrave. On divise ensuite ces lisses selon les ordonnées d'une courbe quelconque: si, par exemple, les divisions suivent la proportion des nombres quarrés, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, &c., comme dans la lisse $\iota\zeta$, la courbe FIG. 19 & 22. sera une Parabole *. Si, ayant élevé sur la ligne AP des perpendiculaires également distantes les unes des autres, on fait $AE = PE$, FIG. 22. & 19. & qu'ensuite on décrive l'arc de cercle FGE, auquel AP soit tangente en P, si l'on porte sur la lisse les ordonnées terminées par l'arc, dans ce cas, la courbe sera une portion d'Ellipse **. Enfin, si l'on fait la distance des points B, C, D, H, &c. à la perpendiculaire FIG. 19. IK, moitiés les unes des autres, dans ce cas, la courbe sera une Logarithmique ***. En un mot, quelle que soit la proportion qu'on adopte pour la division des lisses, on en fait toujours usage de la maniere suivante. On transporte tous les points ainsi déterminés sur la Projection horisontale, & par tous les points que ces opérations fournissent on fait passer des courbes qu'on termine dans leurs points corrrespondants E, ξ, π, ζ. Si ces courbes sont bien suivies, si elles FIG. 20. ont toute la régularité que le Constructeur desire, de même que celles qu'on a fait passer par tous les points des mêmes lisses dans la Projection transversale, lesquelles formeront le vrai contour des couples, l'ouvrage sera entiérement terminé. Si, au contraire, les courbes n'avoient pas la régularité nécessaire, comme il arrive ordinairement dans les derniers couples de poupe & de proue, on les corrigera suivant son goût, une, deux, ou un plus grand nombre de fois, jusqu'à ce qu'elles soient exempres de jartets, de bosses, ou de concavités subites. Si l'on observe, par exemple, que les couples XXIV FIG. 19.

---

* Voyez, pour la démonstration, le *Cours de Mathématiques* de M. Bezout, Troisieme Partie, *Article* 360 ou 366.

** *Ibid. Article* 296 ou 304.

*** Car les ordonnées de la courbe seront en proportion géometrique, tandis les abscisses sont toujours ici en proportion arithmétique. Voyez l'Ouvrage cité, Quatrieme Partie, *Article* 30.

Planc. III. Fig. 19. & *XXIV* de proue soient extraordinairement concaves dans leur partie inférieure, on les corrigera, comme les lignes ponctuées le font voir dans la Figure.

Fig. 19. & 20. (57.) Après que tous les couples sont déterminés à la satisfaction de l'Artiste, on trace les sections horisontales $\kappa\theta$, $\kappa\lambda$ (*Fig.* 19.), sur la Projection horisontale, pour avoir les lignes d'eau $\zeta\gamma\theta$, $\pi\mu\lambda$ (*Fig.* 20.). Lorsque ces dernieres sont parfaitement d'accord avec leurs intersections, l'ouvrage est entiérement perfectionné; dans le cas contraire, il faut revenir, tant sur les lisses que sur les couples, pour les corriger, & répéter ces corrections jusqu'à ce qu'on ait rendu le tout parfaitement d'accord. Si, après avoir terminé l'ouvrage, on vouloit de plus que la poupe se terminât par une surface courbe, & non par un estain * absolument plane; c'est-à-dire, si l'on vouloit que le Vaisseau eût un *Cul rond*, on prolongeroit, dans la Projection transversale, les lisses $\alpha\xi$, $\gamma\pi$, jusqu'en β & δ, & ces points de la lisse d'Hourdi & l'étambot se transporteroient sur les Projections horisontale & longitudinale; ensuite on feroit passer, par les points qu'ils détermineroient, la continuation des lisses, comme on le voit par les lignes qui s'entrecoupent. Leurs intersections avec les couples se transportent sur la Projection transversale, & par les points que cette opération détermine, on décrit les courbes qui, comme on voit, coupent les précédentes, & l'on a, par ce moyen, les couples correspondants à la poupe courbe.

(58.) Telle est la méthode dont se servent les Constructeurs Français les plus expérimentés. Une pratique suivie leur a donné un coup-d'œil si juste pour décrire les courbes qui représentent les lisses & les couples, qu'ils parviennent après très-peu de tâtonnements, à donner à ces courbes la perfection nécessaire, & à remplir leurs intentions. Il n'en est pas ainsi de ceux qui ne sont pas aussi versés dans la pratique, cela leur paroît un peu difficile, & très-rarement parviennent-ils à des couples d'un contour parfait; mais ils remédient à ce défaut par un moyen facile & sûr, pour diviser les lisses dans la Projection transversale, afin d'avoir les points de division par lesquels les couples doivent passer.

Fig. 19. & 22. (59.) Ayant divisé la lisse la plus basse $\epsilon\zeta$, suivant la proportion des nombres quarrés, ils divisent la plus haute *PGE*, suivant

Fig. 19. & 21. les ordonnées également distantes de l'arc *PGE*, auquel la droite *AP* est tangente en *P*. En observant de donner à *AP*, à peu près

* C'est ce que les Espagnols appellent *Popa de Cucharro*, sans doute à cause de la ressemblance de cette partie avec le dos du cuilleron d'une cuiller.

une

une fois & demi, ou deux fois la longueur de *AE*, ou de son égale *PE*. Ayant ainsi divisé cette lisse, on la porte en *EP*, avec ses divisions, & l'on forme sur *EP* comme base, le triangle *EAP*, par le sommet duquel, & par les points de division de *EP*, on mene les droites, ou rayons *Aπ*, *A33*, *A30*, *A27*, &c. Menant, après cela, les droites $\pi\gamma$, $\alpha\xi$, paralleles à *EP*, & égales aux deux lisses $\pi\gamma$, $\alpha\xi$, les divisions marquées sur ces lignes par les droites menées du sommet *A* du triangle, donneront les divisions correspondantes de ces deux lisses. Ces points ainsi fixés sur les lisses, il ne s'agit plus que de tracer des courbes qui, passant par les points correspondants, détermineront le vrai contour des couples. Telle est la pratique de quelques Constructeurs; d'autres veulent que la lisse la plus basse $\iota\zeta$, soit aussi divisée par le triangle $\pi A\gamma$. D'autres exigent que les lisses $\xi\alpha$ & $\pi\gamma$, ne soient pas portées parallélement à la ligne *EP*, mais quelles aient quelque inclinaison; mais tout ceci n'aboutit qu'à donner plus, ou moins, de capacité aux couples, & peut servir pour y faire les changements qu'on juge à propos. Si, par exemple, les angles $A\xi\alpha$, $A\pi\gamma$, devenoient plus aigus, il est clair que les divisions des lisses $\alpha\xi$ & $\gamma\pi$, s'approcheroient davantage de α, & de γ, & par conséquent les couples auroient plus de capacité: on doit entendre la même chose de quelqu'autre division que ce soit; ensorte qu'il n'est pas nécessaire d'attacher une grande importance à ces pratiques particulieres, dont le résultat ne sera jamais que de donner au corps du Navire plus ou moins de capacité.

PLANC. V. FIG. 19. & 21. FIG. 23. FIG. 19. FIG. 23. & 19. FIG. 23.

(60.) Si, après cette opération, les couples se trouvent conformes aux idées du Constructeur, l'ouvrage sera fini, à moins que les sections horisontales ne s'accordent pas avec le reste, ou ne soient pas à son gré; dans ce cas, il faut changer les divisions de quelqu'une des lisses $\alpha\xi$, $\gamma\pi$, ou de la lisse $\iota\zeta$, & recommencer le tracer de ces sections jusqu'à ce que le tout soit parfaitement d'accord. Si l'on ne pratique pas ces corrections, il arrivera rarement que les contours des couples soient exempts de jarrets, de bosses, & de concavités subites.

(61.) Si l'estain n'est pas éloigné du couple 33, d'autant que les autres couples sont éloignés entr'eux, la ligne *AE* (*Fig.* 21.) ne doit pas aussi être éloignée de la premiere perpendiculaire, de la même quantité que les autres perpendiculaires sont éloignées entr'elles; alors la distance de couple à couple, doit être à la distance du couple 33 au point *E* (*Fig.* 18.), comme la distance de perpendiculaire à perpendiculaire (*Fig.* 21.), est à la distance de la li-

FIG. 21. FIG. 18. & 21.

PLANC. V. gne *AE* à la premiere perpendiculaire qui la suit: on doit entendre la même chose des autres points ξ, π.

FIG. 22. (62.) Pour la division des lisses de proue $\alpha\sigma$, $\gamma\varphi$, $\iota\omega$, on forme un autre triangle dont on divise la base suivant la proportion des nombres quarrés 1, 4, 9, 16, &c., ou suivant les ordonnées d'une autre courbe quelconque; & après avoir mené, par le sommet *A*, les lignes $A\omega$, $A\varphi$, $A\sigma$, qui soient éloignées de la droite *AXXVII*, proportionnellement à ce que ces mêmes points sont éloignés du couple *XXVII*, on appliquera sur le triangle les lignes $\iota\omega$, $\gamma\varphi$, $\alpha\sigma$, respectivement égales aux lisses quelles représentent, en observant de leur donner, avec la base, l'obliquité qui paroîtra la plus convenable, pour que de leurs divisions il résulte des couples dont les contours soient réguliers & bien suivis. On décrit ensuite,
FIG. 23. ou même auparavant, la Logarithmique *PHF*: pour cela on forme le rectangle *PoFA*, & ayant divisé la ligne *PA* en neuf parties égales, on éleve des perpendiculaires par toutes les divisions, & on fait la premiere $BC = \frac{1}{2}AF$, la seconde $DG = \frac{1}{2}BC$, & ainsi de suite jusqu'à la derniere division: faisant ensuite passer une courbe par les extrêmités de toutes ces perpendiculaires, cette courbe sera la Logarithmique, dont la Projection doit se porter sur la droite,
FIG. 19. ou courbe, *PBF*. Toutes les lisses de la proue étant ainsi divisées, on fait passer par les points de division des courbes qui forment le contour des couples: & l'on pratique ensuite sur ces couples les corrections qu'on a déjà expliquées, si l'on juge qu'elles soient nécessaires.

FIG. 22. (63.) Les distances proportionnelles des points ω, φ, σ, à la droite *AXXVII*, ne doivent pas être établies relativement à la distance de la droite *AXXVII*, à la droite *AXXIV*, comme le font quelques Auteurs *; mais relativement à la distance de la droite *AXXVII* à la droite *AXXX*, qui est plus grande que la précédente; & même, si ces points tombent entre les couples *XXX* & *XXXIII*, comme il arrive dans la Figure, les relations des parties comprises entre ces couples, doivent se déterminer relativement à la distance de la droite *AXXX*, à la droite *AXXXIII*; & encore cette méthode n'est-elle pas sûre, elle donneroit de l'erreur si la courbure des lignes étoit très-grande. La vraie méthode pour trouver, par exemple, la position de la droite $A\varphi$, est de mesurer la distance du couple *XXVII* au point φ, dans les Projections longitudinale ou horisontale; supposant ensuite cette distance $= n$, &

* Voyez l'*Architecture Navale* de M. *Duhamel*, page 219, dans la premiere Edition, & 227 dans la seconde.

prenant l'unité pour exprimer la diſtance d'un couple à l'autre, la diſtance de la droite $A\varphi$ au point o, ſera $= (9+n)^2$, ou celle de la même droite à la droite $AXXVII = 18n+n^2$ * ; de cette ſorte, ſi l'on avoit $n = \frac{7}{5}$, cette diſtance ſeroit à fort peu près $= 27\frac{1}{7}$.

(64.) Cette méthode de projetter les couples, a non-ſeulement l'avantage de faciliter les tentatives, mais encore celui d'aſſurer de la courbure parfaite des liſſes; mais avec tout cela, on n'eſt pas ſûr que les contours des couples ſe trouvent décrits avec la perfeƈtion néceſſaire, & que les ſeƈtions horiſontales ſe trouvent d'accord avec le reſte, comme on le déſireroit. Il eſt néceſſaire, comme dans les autres méthodes, d'en venir aux tâtonnements, &, ce qui eſt plus, il eſt néceſſaire de répéter les correƈtions beaucoup de fois, même pour les couples compris entre ceux de balancement. En outre, quoique les couples décrits ſur la Projeƈtion tranſverſale, & les liſſes ſur l'horiſontale, paroiſſent les uns & les autres avoir toute la perfeƈtion réquiſe, il n'y a pas pour cela de certitude qu'ils l'aient effeƈtivement; car les points des couples compris entre les liſſes, dans la Projeƈtion tranſverſale, peuvent ne pas correſpondre à ceux de l'horiſontale. Pour prévenir cet inconvénient, il eſt néceſſaire de doubler, ou de tripler, les liſſes, & dans ce cas, les tâtonnements ſe multiplient encore, parce qu'on ne connoît pas la relation que doivent avoir entr'elles les diviſions de chaque liſſe, pour que le contour des couples ſoit régulier & parfait. On évite tous ces défauts en décrivant les couples par des arcs de cercle, comme le pratiquent les Anglais; mais ceux-ci n'ont obtenu cet avantage que pour la partie du corps principal du Navire, compriſe entre les couples de balancement; depuis ceux-ci juſqu'à la proue & juſqu'à la poupe, ils en ſont réduits aux tâtonnements, il en eſt de même pour tous les revers; de ſorte que cette méthode n'eſt exempte qu'en partie de tâtonnements, & qu'il reſte encore bien des difficultés. Nous allons donner dans le *Chapitre* ſuivant, une méthode qui n'en laiſſera ſubſiſter abſolument aucune.

CHAPITRE V.

De la maniere de décrire géométriquement le corps du Navire, & tous les Couples, par des arcs de cercle.

(65.) COMME on n'a conſidéré juſqu'ici les moyens de tracer les

* Car cette diſtance eſt $= (9+n)^2 - 9^2 = 18n+n^2$. Cela eſt de toute évidence ; car d'abord

PLANC. II. Plans du corps du Navire, qu'autant qu'on y peut parvenir par des essais & des tâtonnements, & nullement par les moyens que la Géométrie nous offre; il est nécessaire que nous entrions dans l'examen des secours que cette science peut fournir; l'utilité qui en peut résulter dédommagera amplement de la peine dont ce travail peut être susceptible.

Si le corps du Navire étoit un Ellipsoïde parfait, ou s'il étoit composé de deux demi-ellipsoïdes réunis dans le plan du maître-couple, il est clair que la méthode de décrire le contour de tous les couples, sur la Projection transversale, se présenteroit très-facilement, puisqu'ils seroient tous des cercles. Ce seroit la même chose, si le corps du Navire étoit formé par la révolution d'une courbe quelconque autour d'un axe; mais l'expérience a toujours manifesté qu'un tel corps ne convient point du tout avec la figure qu'il faut donner aux Navires; & il ne convient pas davantage avec celle que la théorie nous indique; car elle est en ceci parfaitement d'accord avec l'expérience, comme on le verra ci-après. Le maître couple se réduiroit donc à un seul cercle, ainsi que les autres couples; & quoique, dans cette disposition, il y eût l'inconvénient de faire comprendre aux couples trop peu d'espace, ce qui feroit que le Navire manqueroit de capacité, il est évident qu'on pourroit y apporter remede, en accompagnant chaque portion circulaire, d'une ligne droite qui marquât sa partie inférieure, ou la varangue qu'il lui convient d'avoir; de cette sorte la moitié du corps principal du Navire seroit formée de la révolution d'une courbe quelconque autour d'un axe, & d'un plan auquel on donneroit la courbure nécessaire pour qu'il fût tangent au corps formé par la révolution de la courbe. Mais tout cela ne seroit pas encore suffisant : les cercles qui formeroient le contour des couples, auroient tous leur plus grande largeur à la même hauteur, puisque l'axe de révolution doit être parallele à la quille, attendu que, sans ce parallélisme, les sections du corps qui marquent les couples, & qui sont, par conséquent, perpendiculaires à la quille, ne seroient pas des cercles.

(66.) On peut cependant remédier encore à cet inconvénient. Pour cela, après que le corps est formé, il ne faut que donner à l'axe une courbure particuliere, dans le sens d'un plan vertical qui FIG. 24. passe par la quille : c'est-à-dire que, *EX* étant l'axe de révolution, *EMX* la section longitudinale, ou verticale du corps qui passe par

---

qu'on emploie la division suivant la proportion des nombres quarrés, il faut que les parties des lisses qu'on doit diviser, le soient aussi suivant cette proportion.

la quille, il ne faudra que donner à l'axe EX, & avec lui à tout le corps du Navire, la courbure APB, le point E, passant verticalement en A, le point C en D, le point F en G, *&c.*; & pareillement le point H passant en I, le point K en L, *&c.* Par cette disposition il est évident qu'on remédie à l'inconvénient de ce que toutes les plus grandes largeurs des couples se trouvoient dans le plan horisontal passant par l'axe EX, sans que, pour cela, les sections du corps qui représentent les couples aient éprouvé aucune altération, c'est-à-dire, sans qu'elles aient cessé d'être circulaires; parce que chacune de ces sections en particulier a été transportée en entier d'un mouvement vertical, égal à celui qu'on a donné à l'axe dans son point correspondant. Planc. II.

(67.) Mais ce remede ne suffit pas encore, il est nécessaire d'avoir recours à un autre non moins important. Comme l'axe doit être toujours parallele à la quille, sans quoi, comme nous venons de le dire, les sections qui désignent les couples ne seroient pas circulaires, toutes ces sections auront par conséquent la même varangue; & le relevement, ou l'aculement, qu'on pourroit donner à celles-ci dans les derniers couples de la poupe, devroit être très-petit, afin qu'ils devinssent tels que l'exige l'avantage du gouvernail, comme on le verra par la suite. Il doit donc en résulter que les couples de poupe, n'auront pas les largeurs nécessaires, tant pour la manœuvre de la barre du gouvernail, que pour l'emplacement & le service de l'artillerie. Il se présente de semblables difficultés à la proue, parce que jusqu'au dernier couple de cette partie auroit une varangue plate, & il seroit excessivement ample.

(68.) Le remède à ces inconvénients se présente encore avec la même facilité que ci-dessus; il ne faut que donner à l'axe EX, & avec cet axe à tout le corps, un mouvement horisontal perpendiculaire à la quille; c'est-à-dire, en faisant passer le point E en A, le point C en D, le point F en G, de même que le point H en I, le point R en L, *&c.*; & à la proue, au contraire, en faisant passer le point X en B, le point N en O, le point Q en R, *&c.* Car il est clair que, par ce procédé, on remédie aux inconvénients en question, & qu'on n'altere nullement les sections qui représentent les couples; ce sont toujours les mêmes cercles, & leurs centres se trouvent tous sur la ligne courbe ADG, *&c.* à laquelle l'axe se trouve réduit par les deux mouvements vertical & horisontal, & leurs rayons CH, FK, ou DI, GL, *&c.* demeurent les mêmes qu'auparavant. Fig. 15.

(69.) Comme ces mouvements sont arbitraires, il s'ensuit que

PLANCH. II. les courbures qu'on doit donner à l'axe le ſont auſſi *; mais cet axe doit toujours être une ligne courbe : ſans cela, les côtés du Navire ne ſeroient pas courbes; ainſi, en diſpoſant l'axe en ligne courbe, non ſeulement les côtés le ſeront auſſi, mais, quelque ſection qu'on faſſe du corps du Navire, ſoit verticale, horiſontale, ou oblique, ſera toujours une courbe, continue & parfaite, enſorte qu'il ne ſera pas néceſſaire d'avoir recours à des tâtonnements pour ſçavoir avec certitude qu'elles le ſeront.

(70.) Il ne nous reſte plus maintenant que de conſidérer les revers, ou les *façons*, pour que le Vaiſſeau & tous ſes couples de la poupe à la proue, ſoient entiérement décrits. Les revers peuvent être également les ſections d'un autre corps formé par la révolution d'une courbe autour d'un axe parallele à la quille, lequel on rend tangent FIG. 26. au corps principal & à la quille, ou au plan vertical *BZ*, qui coïncide avec elle, & diviſe le Vaiſſeau en deux parties égales, en lui donnant deux mouvements, l'un horiſontal, & l'autre vertical. Les centres *S*, *T*, *U*, *V*, *&c.* deſquels on décrit les revers, ſe trouveront par conſéquent dans une ligne courbe, & la concavité plus ou moins grande deſdits revers dépendra de la courbure de cette ligne, ou des mouvements, vertical & horiſontal, qu'on aura donnés à l'axe; mais quel que ſoit le mouvement donné à l'axe, la ſection faite par les liſſes ſera toujours une courbe continue & parfaite.

FIG. 24. (71.) On décrira donc arbitrairement la courbe *ASTUV*, *&c.*, pour repréſenter la courbure verticale donnée à l'axe, obſervant qu'elle ſoit tangente à la quille, & à l'étambot au point *A* où celle-ci s'unit avec la liſſe d'hourdy. Les interſections de cette courbe avec les couples ſeront les centres des cercles qui doivent former les revers; ainſi on portera ſur la Projection tranſverſale les hauteurs de ces interſections au-deſſus de la quille. Conſidérant enſuite que le corps formé par les revers doit être tangent au corps principal que termine la courbe *AILM*, on verra que les diſtances des points de cette courbe, à la courbe *ASTUV*, *&c*, ſeront les rayons avec leſquels il faut décrire les arcs circulaires qui forment les revers. Prenant donc ces diſtances, on les portera horiſontale- FIG. 26. ment de la ligne *BZ*, aux points *S*, *T*, *U*, *V*, *&c.*, & de ces points comme centre, on décrira ces mêmes revers, qui ſeront non-ſeulement tangents au corps principal, mais auſſi à la ligne *BZ*. On décrira, par le même procédé, les revers de la proue : & ſi l'étrave

* Cela dépend des qualités qu'on veut donner au Navire : ainſi il faut néceſſairement de l'expérience pour faire le choix de la courbure qui convient à l'objet qu'on ſe propoſe.

Planc. VI.

eſt tangente à la quille, on pourra ſe ſervir de l'une & de l'autre, pour déſigner la tonture, ou le relevement qu'on doit donner à l'axe; de ſorte qu'elles termineront les hauteurs des centres deſquels il faut décrire les revers. Si l'étrave n'eſt pas tangente à la quille, on l'unira avec elle par un arc qui ſoit tangent à l'une & à l'autre, & dont la courbure ſoit douce, afin de détruire le coude qu'elles forment à leur réunion.

(72.) Ces regles bien entendues fourniſſent un moyen facile pour décrire, ou pour projetter les couples, tant pour le corps principal, que pour les revers, non ſeulement avec un arc de cercle, mais avec deux, trois, ou même avec un plus grand nombre, ſi on le juge néceſſaire. La pratique rend indiſpenſable l'uſage de pluſieurs arcs de cercle, parce qu'avec un ſeul arc, les varangues ſont terminées de maniere qu'elles deviennent plus grandes que celles du maître couple; & il ne reſte que peu de liberté au Conſtructeur pour corriger ſon ouvrage, lorſque les ſections horiſontales ne correſpondent pas à ſes intentions; en outre, dans cette méthode, les revers ſe trouvent avoir beaucoup de concavité, ce qu'il faut éviter, comme nous l'avons déja dit.

(73.) La maniere de décrire le total des couples, & le corps principal, avec trois arcs de cercle, comme on en a tracé quelques-uns dans les *Chapitres* précédents, ſe réduit donc à joindre au corps formé par la révolution d'une courbe autour d'un axe, deux autres corps formés par de ſemblables révolutions, & qui ſoient tangents entre eux; c'eſt-à-dire, qu'ayant déterminé le relevement, ou l'aculement, & la grandeur que doivent avoir les varangues, on leur joindra un corps qui leur ſoit tangent, & enſuite entre celui-ci & le corps le plus élevé, on en inférera un troiſieme qui les touche tous deux. Tous les centres des arcs des ſections qui expriment les contours des couples, ſe trouveront, pour les raiſons qu'on a déjà expoſées, dans une ligne courbe, & leurs rayons ſeront les mêmes que ceux qu'ils avoient dans le corps formé par la révolution de l'autre courbe.

(74.) Ces principes poſés, en voici l'application à la pratique. Ayant élevé, ſur la quille, l'étambot & l'étrave de meme que toutes les perpendiculaires qui doivent repréſenter les profils des couples, on décrira, ſuivant les meſures qu'on aura déterminé d'employer, les deux courbes *EGPHF*, & *EIMNF* ſur la Projection longitudinale, & leur correſpondante *EGPHF*, & *VIMNF* ſur l'horiſontale. Ayant décrit enſuite le contour du maître couple ſur la Projection tranſverſale, comme on l'a dit dans les *Chapitres* précédents, on tranſportera ſur cette Projection tous les points des

Fig. 37. & 38.

Planc. VI. Fig. 29. courbes ci-dessus, &, par tous ces points, on menera des horisontales comme PQ, GK, &c., ML, IA, &c., & les verticales MB, IX, &c. C'est dans ces dernieres que doivent se trouver les centres des arcs du corps le plus bas des trois qui doivent être tangents entr'eux, comme les centres des arcs du corps le plus élevé doivent se trouver dans les horisontales PQ, GK, &c. Ainsi, ayant décrit à volonté les courbes QKE, BXY, leurs interfections avec les horisontales & verticales, donneront les centres des arcs circulaires $P\alpha$, $G\xi$, &c., & $M\iota$, $I\pi$, &c.; de même que les distances QP, KG, &c., & BM, XI, &c., donneront les rayons avec lesquels ces arcs doivent être décrits. Ces arcs étant donc décrits, on a déjà les deux corps supérieur & inférieur, il ne reste plus qu'à trouver un corps intermédiaire qui leur soit tangent : or, on peut déterminer ce corps en décrivant des cercles égaux au cercle correspondant du maître couple; c'est-à-dire, en les décrivant tous avec le rayon qui a servi à décrire l'arc $\alpha\iota$ du maître couple, & en observant que ces arcs soient tangents à leurs correspondants supérieur & inférieur : c'est ainsi qu'a été décrit l'arc $\xi\pi$; &c. En suivant ce procédé, le corps principal du Navire se trouve entiérement tracé.

(75.) Si en décrivant tous les arcs intermédiaires avec des rayons égaux à celui qui a servi à décrire l'arc $\alpha\iota$, on s'appercevoit que le corps du Navire devînt un peu trop plein, ou trop taillé, relativement aux intentions qu'on auroit dans cette Construction; on pourroit alors décrire ces arcs avec des rayons qui augmenteroient, ou déminueroient suivant les ordonnées d'une courbe quelconque.

(76.) Pour décrire ensuite les revers, & éviter l'inconvénient des concavités excessives qui ont lieu en les décrivant avec un seul Fig. 29. corps tangent au corps principal, & au plan LO qui divise le Navire suivant sa longueur en deux parties égales, on les décrira de même par deux autres corps tangents entr'eux, au corps principal, & au plan LO. Ayant donc décrit à discrétion les deux Fig. 27. courbes EAK, DBL, qui, s'approchant peu à peu de la quille, parviennent avec douceur à lui être tangentes; la premiere touchant l'étambot par son autre extrémité; & la seconde étant tangente à la verticale, qui passe par la lisse d'hourdy. La premiere de ces courbes déterminera la hauteur à laquelle doivent se trouver les centres des arcs du corps inférieur; & les distances entre les deux courbes seront les rayons avec lesquels les mêmes arcs doivent être décrits. Portant donc, d'après cela, les hauteurs $A\,33$, $S\,30$, $Q\,27$, &c., sur la Projection transversale, & menant par ces hauteurs les droites

droites $\theta\lambda$, $\mu\gamma$, $\varpi\phi$, *&c.*; on prendra sur ces lignes les distances $\mathcal{A}\theta$, $\gamma\mu$, $\phi\varpi$, *&c.*, égales à *AO*, *TS*, *BQ*, *&c.* (*Fig.* 27.), & avec ces lignes comme rayons, & des points θ, μ, ϖ, *&c.* comme centres, on décrira les arcs $\lambda\Lambda$, $\gamma\Theta$, $\phi\Phi$, *&c.*, lesquels formeront les parties inférieures des revers. Pour avoir les parties supérieures, on décrira la courbe *UVXY*, *&c.* (*Fig.* 27.), & avec les distances *V*33, *X*30, *Y*27, *&c.*, comme rayons on décrira des arcs qu'on observera de rendre tangents à leurs correspondants $\lambda\Lambda$, $\gamma\Theta$, $\phi\Phi$, *&c.*, & au corps principal; & les centres de ces arcs se trouveront dans une courbe comme on le voit dans la Figure 27; par ce moyen les revers seront entiérement formés. Planc. VI. Fig. 27. & 29. Fig. 27.

(77.) Dans le dernier revers de poupe, qui correspond à la lisse d'hourdy, l'arc inférieur dégénere en une ligne droite *LV*, par conséquent le rayon avec lequel on décrit cet arc, ou la distance entre les deux courbes *EASQ*, *DOTB*, prise dans la verticale *UD* (*Fig.* 27.) qui correspond à la lisse d'hourdy, doit être infinie, & en conséquence, la courbe *DOTB* ne doit toucher *UD* qu'à une distance infinie. Au contraire, l'arc supérieur du dernier revers de poupe, qui correspond à la lisse d'hourdy, dégénere dans un arc de cercle, dont le rayon est infiniment petit, & qui est tangent à la même lisse, & à la droite *LV*, d'où il suit que la courbe *UVXY* doit passer par le point *U* qui est dans la verticale de la lisse d'hourdy. On décrira de la même maniere les revers de la proue; mais dans ceux-ci il n'est pas nécessaire que les arcs inférieurs dégénerent en une ligne droite sur l'étrave, ni les arcs supérieurs dans un cercle d'un rayon infiniment petit. Fig. 29. Fig. 27.

(78) Pour avoir exactement le tracer des courbes *QKE*, & *BXY*, on doit faire attention que le corps principal se terminant à la poupe en une ligne droite *EV*, ou que la derniere section, ou couple dégénérant dans cette ligne droite, il est évident que les rayons comme *PQ*, *GK*, *&c.* des arcs circulaires, doivent aller en diminuant, de sorte que le dernier en *E* se réduise à un point: par conséquent, la courbe *QKE* doit passer toujours par le point *E*, extrêmité de la ligne *PGE*. Par de semblables raisons, on voit que les rayons des arcs circulaires *Mε*, *Iπ*, *&c.*, doivent aller en augmentant, jusqu'à ce que l'arc correspondant au point *V*, dégénere dans la droite *VE* : or, comme cette droite peut être considérée comme un arc de cercle d'un rayon infiniment grand, il s'ensuit que la courbe *BXY* doit être décrite de maniere qu'étant continuée, elle ne puisse être tangente à la ligne *LO* qu'à une distance infinie. Comme la proue se termine dans un point *F*, il Fig. 29.

Planc. V. eſt clair que la courbe CDF, auſſi bien que la courbe $RSTF$, doit paſſer par ce point F, extrêmité ſupérieure du corps principal.

(79.) Par la méthode que nous venons d'expoſer, le Navire ſe trouve décrit géométriquement, & non-ſeulement on évite un très-grand nombre de tâtonnements, mais encore on a l'avantage de tracer parfaitement le contour des couples, ſans qu'il ſe trouve des jarrets, des boſſes, & des coudes trop ſubits. En outre, on eſt aſſuré que toutes les ſections du corps du Navire, tant les horiſontales que les obliques, de même que celles qui repréſentent les liſſes, ſont des courbes parfaites, comme il eſt eſſentiel qu'elles le ſoient, pour que le Navire ſoit bordé ſolidement & commodément. On obſervera que même le Vaiſſeau de Conſtruction Françaiſe, dont nous avons donné la deſcription (55 *juſqu'à* 64), ſe trouve beaucoup
Fig. 30. plus parfait : on voit (*Fig.* 30.), à peu près la même carene que celle que nous avons décrite aux articles cités, mais corrigée, & elle n'a pas eu alors toute cette perfection, par la difficulté de décrire les couples d'une maniere réguliere, ſans y employer une méthode convenable.

(80.) On ne prétend pas, pour cela, que pour la préciſion, il ſoit abſolument néceſſaire que tous les couples ſoient formés par des arcs de cercle, ils peuvent être formés par des arcs d'Ellipſe, de Parabole, ou d'autres courbes quelconques : cependant, comme il n'y a pas de courbe auſſi facile à tracer que le cercle, & qu'en ſe ſervant du cercle ; on peut donner au contour des couples toute la variété qu'on voudra, ſoit en faiſant varier les courbes
Planc. VI. PGE, QKE, MIV, BXY, ſoit en variant les rayons des arcs
Fig. 29. intermédiaires ; & de même en changeant le contour des courbes
Fig. 27. $EASQ$, $DOTB$, $UVXY$; il nous paroît beaucoup mieux de ſe
Planc. V. réduire au ſeul uſage des cercles, que d'employer tout autres cour-
Fig. 30. bes. Dans le Navire Français, par exemple, la courbe MIV (*Fig.* 30.) a été décrite de maniere qu'elle a diminué les longueurs des varangues ; & par la deſcription de la courbe BXY, on a également diminué les rayons des arcs du corps inférieur ; par-là le corps du Navire eſt devenu plus fin, ou moins plein qu'il n'eût été dans une diſpoſition contraire *.

---

* Nous nous ſommes appliqués à rendre les idées de l'Auteur avec le plus de préciſion qu'il nous a été poſſible. Mais nous regrettons beaucoup qu'il n'ait pas développé davantage la méthode importante qui a fait l'objet de ce *Chapitre*. Il laiſſe entiérement à la diſcrétion du Conſtructeur le tracer des courbes qui doivent former les corps de révolution, ainſi que la Projection des courbes à double courbure que doivent former leurs axes ; il ne donne là-deſſus que des principes très-généraux, qui ne peuvent ſuffire pour guider les commençants.

Le développement de cette méthode exigeroit un ouvrage à part, du moins, ſi on le faiſoit avec

(81.) On omet ici de parler de quelques petites attentions qu'on doit avoir également présentes, & qu'il est d'usage de ne pas négliger dans la description des Plans, ou Projections; comme de marquer les points où doivent se terminer les bordages, ceux par lesquels doivent passer les lisses, de même que la détermination de la vraie figure que ces courbes doivent avoir, ce qui sert pour déterminer

---

tous les détails que la théorie indique, & dont la pratique a besoin. Cette tâche ne peut gueres être remplie que par un Constructeur très-profond dans la théorie, & d'une pratique consommée. Ce seroit rendre un service immortel à l'Architecture Navale; car chacun sçait, & on l'a pu voir d'ailleurs dans les *Chapitres* précédents, combien les méthodes ordinaires de tracer le Plan des Vaisseaux sont défectueuses. C'est principalement au corps des Ingénieurs-Constructeurs de la Marine, que ce travail appartient, & l'on a lieu d'attendre un succès complet de leurs talents & de leur zele. Nous nous contenterons donc d'exposer succinctement la maniere dont il nous paroit qu'il convient d'envisager ce probléme.

1°. Il faudra chercher à déterminer les courbes qui doivent former les corps de révolution; & pour le faire d'une maniere utile & exempte de toute hypothese, il conviendra de circonscrire son objet, en se bornant a la considération des corps qui ont eu du succès dans la pratique; en conséquence on appliquera ce travail aux carenes des meilleurs Vaisseaux, tel que *La Bretagne*, *la Couronne*, &c. On feroit bien encore de faire la même chose pour les Vaisseaux de différents rangs; on pourroit même l'appliquer à ceux auxquels on auroit reconnu les qualités les plus médiocres, ou même les plus mauvaises, afin d'avoir des objets de comparaison. Ce travail ne seroit pas difficile; mais il seroit long, fort minutieux, & même dispendieux, car il seroit peut-être essentiel d'avoir des modeles.

2°. Il faudra déterminer, dans le même détail, la courbure, tant verticale qu'horisontale, qu'il faut donner aux axes de ces corps, & tracer avec précision sur les Projections longitudinale & horisontale, les courbes à double courbure que forment ces axes, & de les tracer sur-tout dans le plan du maître couple, afin d'avoir le lieu des centres de tous les arcs qui forment le contour des couples. Ce dernier point, quoique plus embarrassant que le précédent, ne contient cependant que des difficultés du même ordre; quelqu'un versé dans l'art de la Construction, & habitué, par conséquent, au tracer des Plans, pourra aisément y réussir.

3° A ce travail méchanique doit en succéder un autre tout-à-fait géométrique. Il s'agiroit de sçavoir si l'on ne pourroit pas trouver la solution générale du probléme, la longueur, la largeur & le creux étant donnés, ainsi que les quantités dépendantes des qualités qu'on voudroit donner au Navire. Il faudroit ici un examen très-délicat pour déterminer le dégré d'influence de ces quantités, afin d'en fixer les limites, &c. Les principes posés dans le cours de cet Ouvrage, ne peuvent manquer de jetter beaucoup de lumiere sur ce point, & les Plans dont nous venons de parler, empêcheront toujours de tomber dans l'arbitraire.

4°. Trouver les équations des courbes à double courbure formées par les axes des corps de révolution, & en déduire l'équation de leur Projection dans les différents plans, sur-tout dans celui du maître couple; & tâcher d'en déduire une méthode géométrique, ou même méchanique, pour faire ces Projections d'une maniere prompte & sûre. La solution générale de ce probléme avanceroit beaucoup l'art de la Construction.

5°. Ayant obtenu la solution générale, il conviendra de chercher les formes particulieres des équations pour chaque espece de Vaisseau, tant pour le corps principal que pour les revers; ce qui les rendra d'une application plus facile pour la pratique. On conçoit aisément qu'on pourroit tirer de ces équations un très-grand nombre de conséquences de la plus grande importance, qu'on pourroit construire des tables des abscisses & ordonnées de ces courbes, &c. &c.

6°. Si l'on ne pouvoit parvenir à une solution générale, ce qui, malheureusement, est à craindre, on se contenteroit d'une solution approchée: on prendroit encore ce parti dans le cas où la solution générale conduiroit à des équations trop compliquées pour être d'un usage commode On chercheroit donc à lier, par une loi approchée & simple, les points principaux des courbes dont il est question. Les Géométres ont imaginé pour cela plusieurs méthodes fort utiles: on pourroit sur-tout y appliquer celle de M. le *Marquis de Condorcet*, Sécretaire Perpétuel de l'Academie Royale des Sciences. On la trouve à la fin du Volume d'Expériences, sur la résistance des Fluides, faites à l'Ecole Royale Militaire, par MM. *d'Alembert*, le *Marquis de Condorcet*, & *l'Abbé le Bossut*.

PLANC. IV. l'équerrage qu'on doit donner aux bois dans leur épaisseur. Nous avons, dis-je, omis de parler de ces différents articles, parce qu'ils appartiennent aux traités de pratique, dans lesquels il est nécessaire de tout développer dans le plus grand détail; mais nous ne devons pas les renfermer ici, pour ne pas mettre de confusion dans la multitude des objets que la théorie nous présente *.

CHAPITRE VI.

De la maniere de décrire les Œuvres mortes sur les Plans, ou Projections.

(82.) LES Œuvres mortes qui, comme nous l'avons dit (*Chap. I.*), sont les parties du Navire qui sont au-dessus de la ligne du fort, ou des plus grandes largeurs du Navire, se rapprochent vers l'intérieur, à mesure qu'elles s'élevent, afin que les poids qu'elles doivent supporter, soient moins éloignés du centre de gravité, & & de diminuer, par ce moyen, les forces d'inertie qu'ils doivent produire dans les mouvements du Navire. Pour construire ces Œuvres mortes, les Anglois ont coutume de tracer une seconde ligne du fort; car la premiere étant fort basse, si la rentrée commençoit de cette ligne, le côté du Navire commenceroit à rentrer de plus bas que la superficie de l'eau, où doit être le premier fort, ce qui seroit préjudiciable pour d'autres qualités que doit avoir le Navire.

FIG. 14. (83.) Ils menent donc la ligne *EabcF*, pour désigner la ligne de ce second fort, en faisant attention que le point *b* soit peu au-dessous du pont principal, ou du premier point. Ils portent ensuite, sur la Projection transversale, les élévations de cette ligne au-dessus de la quille, en les plaçant sur les verticales menées par tous les
FIG. 15. points des lignes *PGE*, *PHF*; car les deux lignes du fort se construi-
FIG. 14. sent avec les largeurs que fournit la ligne *EGPHF*; & l'on a, par ce procédé, la Projection des différents points des lignes *baE* & *bcF*, sur
FIG. 15. la Projection transversale; & par les points de ces lignes, on mene des horisontales, comme *bi*, *ak*, *nm*, *&c.* Prenant, sur ces dernieres, des points tels que *i*, *k*, *m*, *&c.*, de ces points comme centre,

* On trouve des détails fort intéressants sur ces articles, & sur la maniere de tracer les Plans en grand à la salle des gabaris, *&c.*, dans le *Chap. IX* de l'excellent *Traité de Construction* de M. *Chapman*, Chevalier de l'Ordre de l'Epée, premier Constructeur des Armées Navales du Roi de Suede, traduit du Suédois par M. *Vial du Clairbois*, Ingénieur-Constructeur, & de l'Académie Royale de Marine. On chercheroit vainement ailleurs les secours qu'on peut tirer de cet Ouvrage.

avec une distance déterminée & constante pour rayon, on décrit des arcs comme *bl*, *ao*, *np*, *&c.*, qui donnent la continuation des couples jusqu'à *lop*; & l'on exécute la même chose pour la proue. PLANC. IV.

(84.) On mene ensuite la ligne *defgh* pour représenter le can supérieur de la préceinte du vibord; c'est-à-dire, pour désigner la ligne du plat-bord, ou le cordon (15.) On porte sur la Projection transversale, les hauteurs de cette ligne au-dessus de la quille; & par les points que ces hauteurs déterminent, on mene les horisontales *dq*, *er*, *fs*, & l'on fait la même chose pour la proue. On trace aussi, sur le Plan horisontal, la Projection de la même ligne *defgh*, qui terminera les largeurs que doit avoir le Navire en cet endroit, & l'on porte ces mêmes largeurs sur la Projection transversale, en *qd*, *re*, *sf*, *&c.*, ce qui donne la ligne *def*, par les points de laquelle doivent passer les revers des couples. Pour tracer ces revers, on forme une tablette *tu*, telle qu'étant appliquée de façon qu'elle soit tangente à l'arc *bl*, elle passe par le point *f*, & que son extrémité supérieure *u* soit parallele à la ligne *Cq*. On applique ensuite cette tablette, dans la même disposition, aux autres arcs, & aux points qui leur correspondent; elle sert ainsi de regle pour tracer tous les revers. FIG. 14. FIG. 15. FIG. 16.

(85.) Pour la proue, on fait usage d'une autre tablette *xy*, qu'on applique au point *f*, de façon qu'elle soit tangente à l'arc, & l'on marque dessus le point o. Cette tablette étant appliquée de la même maniere au couple *XXVII*, on marque le point *XXVII*; on divise ensuite la distance o *XXVII* suivant les ordonnées d'une courbe, ou suivant les divisions de la ligne *fh* : & en appliquant chaque point de la tablette au point correspondant de cette ligne, de façon qu'elle soit tangente à l'arc inférieur, on décrit, à son moyen, tous les autres revers.

(86.) Quelques Constructeurs emploient ce procédé pour décrire les revers de poupe; mais, dans plusieurs occasions, il est sujet à des inconvénients : car, pour faire convenir la tablette avec l'arc inférieur, il est nécessaire de lui donner un mouvement de rotation sur les points de la ligne *fed*; & quoique, par ce mouvement, la surface, ou le côté du Navire ne cesse pas de se conserver avec une courbure bien suivie, & que ses sections ne s'éloignent pas d'être des courbes continues & parfaites; cependant il y a des cas où les sections qui passent par les extrémités des couples, & sur la ligne *fd*, dégénerent en des courbes en partie concaves, & en partie convexes, ce qui est absolument contraire aux idées reçues, & est très-préjudiciable pour clouer le bordage. Aussi les Constructeurs sont-ils obligés de faire corriger ces défauts avec l'erminette.

Planc. IV. Fig. 14. (87.) Ces Constructeurs ont encore coutume de commettre une autre erreur, en traçant la ligne *bcF*; ils la tracent sans avoir égard à sa nature; ils lui donnent la courbure qui leur paroît la plus agréable à la vue. Nous prendrions ce parti, s'il n'en résultoit aucun inconvénient; mais Fig. 15. toutes les fois que l'angle *izb*, formé par la ligne *iω*, menée du centre *i* au point *ω*, dans lequel l'arc & le revers se touchent, & par la ligne *bz*, tangente de l'arc *bcF* dans le point *b*, toutes les fois, dis-je, que cet angle sera aigu, les arcs de quelqu'uns des couples *III*, *VI*, *&c.*, couperont l'arc *bω* du maître couple plus bas que le point *ω*; d'où il suit que le côté du Navire saillissant plus en dehors qu'au maître couple, il ne peut qu'être très-imparfait. Fig. 14. C'est pour cette raison qu'on n'a pas tracé la courbe *bcF* avec cette douceur qu'on pouvoit lui donner. Un inconvénient semblable peut avoir lieu à la poupe; cela dépend de la grandeur & de la disposition qu'on donnera aux couples, & de la nature de la ligne Fig. 15. *banE* qui peut être courbe & convexe vers le haut. Pour éviter cet inconvénient, on suivra la même regle que celle qu'on a donnée pour la proue.

Fig. 15. & 16. (88.) Quand on trace les revers du couple *XXVII*, il est nécessaire d'avoir présent à l'esprit que la courbe *vj* doit se terminer avec douceur sur l'étrave dans le point *j*; c'est-à-dire, sans qu'elle souffre aucune violence dans son contour; car, sans cette attention, on pourroit donner à ce couple une telle ouverture dans le point où il est coupé par cette courbe, que la courbe *vj* ne se terminât sur l'étrave qu'avec un coude considérable, ce qui seroit très-choquant.

(89.) Les Constructeurs Français tracent les Œuvres mortes, en Planc. V Fig. 19. suivant leur méthode générale de la division des lisses. Ils achevent le maître couple en continuant la verticale *PA* jusqu'à la hauteur donnée par la Projection longitudinale; & faisant $AI = AK$, qu'ils appellent la *Rentrée des Œuvres mortes au maître couple* *, de la quantité qu'ils ont déterminé qu'elle devoit être, ils décrivent deux arcs de chaque côté, l'un convexe, comme *PL*, *PO*, tangent en *P* à la ligne *PA*, & l'autre concave comme, *LI*, *OK*, tangent au premier en *L* & *O*. Ils achevent de la même façon les couples 33 & *XXVII*; & tirant ensuite des lisses, comme *LN*, *IS*, *TV*, *OQ*, *KR* *, ils les divi-

* En Espagnol, *Recogimiento del portalon*, c'est-à-dire, Rentrée de l'échelle, parce que c'est souvent à cet endroit qu'on place les échelles pour monter dans le Navire.

** La lisse *RK*, *IS*, est ce qu'on appelle la lisse du vibord, celle *LN*, *OQ*, s'appelle lisse intermédiaire; on pourroit l'appeller lisse de l'*Inflexion*, cela la distingueroit des lisses intermédiaires de l'œuvre vive. Les autres lisses supérieures à celle du vibord, s'appellent lisses des rabattues, parce qu'on appelle *Rabattues* les élévations par degrés des Œuvres mortes du Vaisseau, en avant & en arriere.

ſent par les triangles déjà conſtruits, en les plaçant également ſur ces triangles entre les couples o, 33, & o, *XXVII*; enfin, portant les points correſpondants ſur la Projection tranſverſale, ils font paſſer des courbes par ces points juſqu'aux hauteurs indiquées par la Projection longitudinale, & les couples ſe trouvent entiérement achevés. PLANC. V. FIG. 23. & 24.

(90.) On peut également décrire les Œuvres mortes par notre méthode géométrique. Pour cela, on menera, s'il eſt néceſſaire, la ſeconde ligne du fort *EabcF*; mais on lui donnera un contour bien ſuivi, parce qu'ici il n'eſt pas néceſſaire d'avoir la précaution que nous avons recommandée pour éviter l'erreur qu'on peut commettre dans la méthode Anglaiſe. On portera, ſur la Projection tranſverſale, les hauteurs de cette ligne au-deſſus de la quille, en les plaçant ſur les verticales tirées par tous les points des lignes *PGE*, *PHF*, attendu que les deux lignes du fort ſont ſuppoſées avoir l'une & l'autre les largeurs que fournit la ligne *EGPHF*. Par ce procédé, les lignes *baE*, & *bcF* ſe trouveront déterminées, avec tous leurs points, dans la Projection tranſverſale. Cela fait, on mene, par tous ces points, des lignes horiſontales, comme *bi*, *ak*, *nm*, & on les coupe par une courbe *ikm*; & prenant pour centres les interſections qu'elles fourniſſent, & pour rayons leurs diſtances aux points *b*, *a*, *n*, *&c.*, on décrit des arcs, comme *bl*, *ao*, *np*, *&c.*, leſquels donnent la continuation des couples juſqu'à *l o p*. On fait la même choſe pour les couples de l'avant. PLANC. VI. FIG. 27. FIG. 29.

(91.) On tracera enſuite la ligne de plat-bord, ou le cordon *defh*, tant ſur le Plan longitudinal que ſur l'horiſontal, & on prendra ſur ces Plans les largeurs de poupe, qu'on portera ſur le Plan tranſverſal: par les points, ainſi déterminés, & avec des rayons qui aillent en diminuant ſuivant les ordonnées d'une courbe, on décrira des arcs de cercle, comme *pdu*, *oer*, *lf*, *&c.* tangents aux arcs *np*, *ao*, *bl*, ayant ſoin qu'ils rentrent toujours; & les hauteurs des extrêmités ſupérieures de ces arcs ſeront les mêmes que leurs correſpondantes ſur le Plan longitudinal.

(92.) On pratiquera la même choſe pour les couples de la proue; mais ayant ſoin que la concavité de l'arc *yh* ſoit telle que la courbe *lsj* du Plan horiſontal ſe termine avec douceur ſur l'étrave. FIG. 28 & 29.

(93.) La théorie de cette méthode eſt fondée ſur les principes que nous avons donnés ci-devant (65 *& ſuiv.*), en expoſant la deſcription des fonds, par conſéquent nous pouvons nous diſpenſer de la répéter ici. Il eſt certain qu'en ſuivant cette méthode on évite tous les inconvénients qu'on rencontre dans la méthode Anglaiſe; & les côtés du Navire ſe décrivent avec toute la juſteſſe qu'on peut déſirer, tous les couples étant formés par des

arcs de cercle, qu'on décrit sans aucune difficulté; avantage qui n'a pas lieu dans la méthode Française.

CHAPITRE VII.

Des Ponts.

(94.) Nous avons dit dans le *Chapitre* premier, qu'on à coutume d'établir dans l'intérieur du Vaisseau des séparations, ou planchers que les Marins appellent des *Ponts*; & que ces planchers servent comme d'arc-boutants pour soutenir les côtés du Navire contre l'effort que produit le poids, ou la violence des eaux, qui agissent sans cesse pour les pousser vers l'intérieur, & pour en conserver l'union que cet effort pourroit détruire. Nous avons dit encore que ces Ponts, étant distribués d'une maniere convenable, servent pour placer l'artillerie, pour serrer différents effets que le Navire doit contenir, & pour faire des logements aux équipages. Le nombre des Ponts est proportionné au corps du Navire; car plus celui-ci sera grand, plus l'espace qu'il est nécessaire d'étayer ou de fortifier sera considérable, & aura par conséquent besoin d'un plus grand nombre de pieces qui le lient & le fortifient; & plus aussi on a besoin de ménager de place, tant pour le logement des hommes, que pour distribuer convenablement l'artillerie que le Navire doit porter, & serrer les effets qu'il est essentiel de mettre à l'abri, *&c.*

(95.) Les regles que les Constructeurs suivent généralement pour la disposition des Ponts, sont que la distance d'un Pont à l'autre soit pour le moins celle qui est nécessaire pour qu'on puisse aller & venir sur les inférieurs, sans être gêné, & qu'on puisse exécuter avec aisance le travail & les manœuvres qu'on doit y faire; que ces distances ne soient pas cependant tellement grandes qu'il en résulte une élévation démesurée pour les œuvres mortes, ou, comme disent les Marins, que le Vaisseau en devienne trop *enhuché*; car cela éleveroit beaucoup le centre de gravité, & en conséquence le Vaisseau manqueroit de stabilité. Dans les Vaisseaux de guerre, le premier, ou le principal Pont, sur lequel on place la plus grosse artillerie, s'établit de façon que les *Sabords* soient élevés à une hauteur raisonnable au-dessus de la surface de la mer, afin que l'eau, dans ses agitations régulieres, ne s'introduise pas par lesdits sabords, & qu'on ne perde pas l'usage de l'artillerie. La pratique ordinaire est de donner au

au premier Pont, dans le lieu du maître couple, une élévation au-dessus de la quille, entre les $\frac{4}{9}$ & la moitié de la largeur du Navire. Cette détermination, au reste, dépend de l'espece de la Construction du Navire; car, comme nous l'avons déjà dit (8.), cela doit être proportionné au volume, attendu que la flottaison en dépend; par conséquent, le Pont sera plus élevé au-dessus des eaux, à proportion que le volume du Navire sera plus grand, quoique sa distance à la quille demeure constante. PLANC. IV.

(96.) Cela dépend encore beaucoup du jugement & de la prudence des Constructeurs, ou des Marins; parce que quelques-uns prétendent que dans les grands Vaisseaux il suffit que les sabords soient élevés de cinq pieds au-dessus de l'eau, tandis que d'autres ne se contentent pas d'avoir six de batterie, & en exigent même jusqu'à sept. Ce qu'il y a de certain, c'est que toutes les fois qu'on pourra donner au Vaisseau une batterie élevée, ou ce que les Marins appellent une *Belle Batterie* *, sans préjudicier aux autres qualités, ce sera un très-grand avantage, parce qu'ordinairement la mer est agitée de maniere à s'élever au-dessus des sabords.

(97.) Enfin, de quelque forme que soit le Vaisseau, les Constructeurs suivent une regle générale pour la hauteur que doit avoir le premier Pont au-dessus de la quille, & cette regle leur a été ordinairement fournie par l'expérience, ou bien ils l'ont reçue de leurs maîtres. Ils suivent le plus souvent cette regle, sans avoir égard à ce qu'ils peuvent avoir ajouté au volume de la Carene du Navire, ou en avoir retranché, d'où il résulte que très-souvent les batteries ne se trouvent pas avoir la hauteur qu'ils se proposoient de leur donner. Cependant, les théories qu'on a publiées jusqu'ici, ont déjà donné assez de lumieres pour que les Constructeurs les plus habiles aient porté leur attention à cet objet important, & par-là ils ont beaucoup plus de certitude de réussir sur ce point.

(98.) Ayant établi sur le maître couple le point *b* par lequel doit passer le premier Pont, soit en donnant à ce point une élévation au-dessus de la quille, des $\frac{4}{9}$, ou de la moitié de la largeur, ou soit en lui donnant une hauteur moyenne entre les deux précédentes, comme des $\frac{19}{40}$ de la même largeur, il paroît que sa situation devroit être déterminée dans toute sa longueur, en le mettant parallele à la superficie de l'eau; puisque les mêmes raisons subsistent pour qu'il en soit à égale distance dans toute sa longueur. Mais l'expérience a fait voir qu'il étoit nécessaire de l'arquer, ou de FIG. 14.

* Les Espagnols appellent cela *Bateria desahogada*.

PLANC. IV. l'élever davantage dans ses extrêmités de poupe & de proue, en lui donnant ce que nous avons ci-devant exprimé (15.) par le mot *tonture*, afin que les eaux qui peuvent tomber sur le Pont puissent s'écouler vers le milieu, ou vers le maître couple où se trouvent ordinairement les dalots *. On donne aussi cette tonture aux Ponts pour s'opposer qu'avec le temps ils ne prennent une courbure dans le sens contraire, par la disposition que les extrêmités de poupe & de proue du Navire ont à s'abaisser, ce qui constitue ce que les Marins appellent *Arquer*; accident qui est inévitable dans les grands Vaisseaux, comme nous l'expliquerons par la suite.

(99.) La tonture, ou le plus grand relevement qu'il est d'usage de donner au Pont vers la poupe, est depuis $\frac{1}{72}$ jusqu'à $\frac{1}{56}$ de la longueur du Vaisseau; on se regle dans cette mesure sur le plus ou le moins de capacité qu'on donne aux couples de poupe, à l'égard de ceux de la proue: car il est bien certain que l'assiette du Vaisseau, ou sa situation lorsqu'il flotte sur l'eau, dépend de cette relation : en augmentant le volume de la poupe, il n'est pas nécessaire de donner une si grande tonture; c'est le contraire si on le diminue. Les Constructeurs ont d'avance toutes leurs mesures déterminées, d'après ce que la pratique leur à pu apprendre dans la Construction des Navires qu'ils ont déjà faits; & ils n'ont pas d'autre guide. Lorsque les altérations qu'ils font subir au corps du Navire sont petites, la différence qui en peut résulter pour la tonture des Ponts, devient insensible; mais il y a beaucoup de cas dans lesquels la différence a été très-notable. Cependant, il leur reste la ressource que la disposition du chargement corrigera les défauts qu'ils n'auroient pas prevenus par l'étude préliminaire du plan du Vaisseau: car en mettant plus de poids dans la partie la plus volumineuse, on parvient à donner au Vaisseau l'assiette qu'on s'étoit proposée. Cette ressource a cependant un grand inconvénient; il n'est pas possible, par exemple, de faire baisser la proue en faisant passer des poids de la poupe à la proue, sans que la poupe ne s'éleve; & par conséquent, sans que le Navire ne soit plus exposé à s'arquer, comme nous le ferons voir dans la suite.

FIG. 14. (100.) Les Constructeurs marquent donc le point A plus élevé au-dessus de la quille que le point *b* de la quantité que leur pratique leur a enseignée, soit de $\frac{1}{72}$, de $\frac{1}{56}$, ou de toute autre partie

* Cet avantage ne peut subsister que dans les Ports; car à la mer le tangage continuel du Vaisseau détruit entiérement l'effet de la tonture. L'avant du Vaisseau se trouve tantôt plus haut, & tantôt plus bas que le milieu, & les eaux, qui sont sur le Pont, suivent ce mouvement, & ne peuvent se rassembler au milieu pour s'évacuer promptement par les dalots.

de la longueur du Vaiſſeau, moyenne entre ces deux : & par les mêmes principes ils marquent à la proue un autre point dont l'élévation au-deſſus de la quille ſurpaſſe celle du point *b* de $\frac{1}{72}$ de la longueur, tout au plus. Faiſant enſuite paſſer une courbe *δbi*, par ces trois points, cette courbe marquera la ſituation du premier Pont dans toute ſa longueur.

(101.) Non-ſeulement on donne à ce Pont la tonture, ou l'arc que nous avons déterminé dans le ſens de ſa longueur, on lui donne auſſi de la courbure dans le ſens de ſa largeur, c'eſt-à-dire, ſuivant ſes ſections tranſverſales, ou perpendiculaires à la quille, en l'abaiſſant ſur les côtés, & le laiſſant plus élevé dans le milieu; cette diſpoſition empêche les eaux d'y ſéjourner, en leur donnant un écoulement vers les côtés où ſe trouvent les dalots. Cette courbure, que les Conſtructeurs & les Marins appellent le *Bouge des Baux*, parce qu'ils donnent le nom de *Baux* aux ſolivaux, ſur leſquels les bordages des Ponts ſont cloués, doit être proportionnée à la longueur des baux, ou à la largeur des Ponts dans chaque point de leur longueur, afin que le talus, ou la pente qui eſt néceſſaire ſoit uniforme; mais tous les Conſtructeurs ne ſont pas d'accord ſur la maniere de déterminer cette courbure. Cependant, lorſqu'elle eſt la plus grande, ils ont coutume de donner au point du milieu une élévation de $\frac{1}{48}$ de toute la longueur du bau au-deſſus des points des côtés. Les Anglais font cette élévation moindre lorſque le Pont eſt couvert par un autre, & la font plus grande lorſqu'il eſt expoſé à recevoir les coups de mer; enſorte que les Ponts ſupérieurs ont plus de bouge que les inférieurs.

(102.) Ayant marqué la place & la diſpoſition du premier Pont qui eſt le principal, on marque celle du ſecond & du troiſieme, qui ſont au-deſſus de lui, lorſque le Vaiſſeau eſt d'une capacité ſuffiſante pour en avoir : ordinairement on les fait paralleles au premier, & diſtants entr'eux de 5, 6, 7, & même juſqu'à 7 pieds $\frac{1}{2}$, ſuivant la grandeur du Navire, & l'uſage qu'on doit faire de l'eſpace compris entre les Ponts, que les Marins appellent *Entreponts*. Dans les plus grands Vaiſſeaux qui portent une groſſe artillerie à leur premiere batterie, laquelle eſt compoſée de pieces de 36 ou de 24 liv. de balle, on donne 7 pieds $\frac{1}{2}$ Anglais de hauteur à l'entrepont, y compris l'épaiſſeur des baux; cette hauteur étant ſuffiſante pour la commodité de la manœuvre, & du ſervice de l'artillerie. Dans les Vaiſſeaux plus petits, on diminue cette hauteur à proportion, mais on ne la réduit pas au-deſſous de 6 pieds $\frac{1}{2}$, qui eſt la hauteur néceſſaire toutes les fois qu'il y aura de l'artillerie entre les deux Ponts. Lorſqu'il ne devra point

y en avoir, la hauteur des entreponts pourra être moindre, & diminuer à proportion jufqu'à même fe reduire à 5 pieds, qui eft la moindre hauteur qu'on puiffe donner pour que les hommes de l'équipage puiffent y marcher en fe baiffant, & s'y tenir affis. On a coutume, particuliérement dans les grands Vaiffeaux, de mettre un autre Pont au-deffous du premier, que l'on appelle *Plancher* de *la Cale*, ou *Faux-Pont* *. Car, comme il refte une très-grande diftance, ou une très-grande capacité depuis le premier Pont jufqu'à la quille, les côtés du Navire n'auroient aucun foutien dans tout cet efpace.

(103.) Outre les Ponts dont nous venons de parler, on a coutume de conftruire un autre demi-Pont au-deffus de tous les autres, & qui s'étend depuis la poupe jufqu'au milieu du Vaiffeau, c'eft ce que les Marins appellent le *Gaillard d'arriere*. On en conftruit encore d'autres d'une moindre étendue; fçavoir: un au-deffus du gaillard d'arriere, & qui s'étend jufqu'à la moitié de fa longueur, qu'on nomme *Dunette*; & un autre en avant, & à la même hauteur que le premier, qu'on nomme *Gaillard d'avant*. Il ne fe préfente rien à remarquer au fujet de ces demi-Ponts, ces détails n'entrent pas dans notre plan, ainfi que nous l'avons déjà dit. Nous dirons feulement que le parallélifme des Ponts n'eft pas obfervé par tous les Conftructeurs: les Français donnent un peu plus de hauteur aux entreponts vers la poupe, & font en général tous les entreponts plus élevés. Cette plus grande hauteur à la poupe a pour objet de faciliter le jeu de la *Barre du Gouvernail*, qui eft la piece avec laquelle on l'affujettit dans une fituation convenable, & avec laquelle on le fait mouvoir; mais il en réfulte une plus grande tonture, ce qui eft encore préjudiciable. La vérité eft que les Conftructeurs n'ont encore trouvé aucun moyen de placer cette barre, fans préjudicier aux pieces de bois qui affujettiffent la poupe, particuliérement fans préjudicier à celle qu'on nomme *Barre d'Ecuffon* **, qui eft placée au-deffus de l'extrêmité de l'étambot. Les Anglais remédient à cet inconvénient en donnant une courbure à cette piece dans fon milieu & vers le bas. Quant aux détails particuliers dans lefquels il convient d'entrer, & aux autres attentions qu'on doit avoir dans la Conftruction des Ponts, nous n'en parlerons point ici: nous renvoyons aux traités de pratique, tant parce que ces détails font très-nombreux, que parce qu'ils n'entrent pas dans le plan que nous nous fommes propofé ***.

---

* En Efpagnol *Sollado*.

** Les Efpagnols l'appellent la *Cruz*, c'eft-à-dire, la *Croix*.

*** Voyez l'*Architecture Navale* de M. *Duhamel*, l'*Effai Géométrique & Pratique fur l'Architecture Navale*, par M. *Vial du Clairbois*, & l'excellent Ouvrage de M. *Chapman*.



LIVRE SECOND.

EXAMEN DU CORPS DU NAVIRE, de ses centres, & des forces, résistances & moments qu'il éprouve.

CHAPITRE PREMIER.

De la flottaison du Navire, de sa ligne d'eau, de son poids total, & du poids de sa coque.

(104.) AU moyen d'une pratique non interrompue pendant un grand nombre d'années, & par une tradition passée des uns aux autres, les Constructeurs sçavent à peu près quelle doit être la ligne d'eau dans laquelle le Vaisseau doit demeurer, & la disposition dans laquelle il doit s'établir, lorsqu'il flottera. Si, par beaucoup de tâtonnements & d'expériences, on étoit parvenu à trouver la disposition la plus avantageuse dans laquelle un Vaisseau pût flotter, il est évident qu'il n'y auroit aucune erreur à fixer la même disposition pour un autre Vaisseau absolument semblable, & qui seroit d'une grandeur & d'un poids égaux au premier. C'est par cette regle que les Constructeurs se sont conduits jusqu'à ces derniers temps, pour déterminer ce point important ; & en effet, si l'on ne varioit pas les dimensions, & si le poids des bois & des autres matériaux étoit toujours le même, il n'y a pas de doute que cette regle ne fût certaine, & il n'y auroit rien de mieux à faire que de la suivre ; mais, pour l'ordinaire, ces variations ont lieu, & on est même le plus souvent obligé de les introduire dans la pratique : ainsi l'état & la disposition qu'il convient de donner au Navire, deviennent par-là très-incertains.

(105) Les Constructeurs qui ont quelque théorie, font usage des principes d'Hydrostatique, pour déterminer au moins le volume que doit occuper leur Vaisseau dans le fluide. Nous avons déjà démontré (*Tome I. 561.*), que le volume qu'un corps doit occuper dans un fluide, pour que, flottant sur ce fluide, il demeure en repos, est

égal à un volume de ce même fluide, dont le poids eſt égal à celui du corps flottant. De cette propoſition on infere conſéquemment que, connoiſſant le poids de toutes les parties qui compoſent le Vaiſſeau & ſa charge, comme bois, ferrures, agrès & apparaux, ancres, artillerie, vivres, équipages, &c., on pourra ſçavoir combien il faut de pieds cubes d'eau de mer pour faire un poids égal à celui de la ſomme totale; c'eſt ce nombre de pieds cubiques que le Vaiſſeau doit avoir de ſubmergés; c'eſt-à-dire, qu'il doit déplacer par ſa partie ſubmergée. Il n'eſt pas impoſſible de parvenir à connoître le poids total des Vaiſſeaux, ou d'un Vaiſſeau qu'on voudroit conſtruire. Le calcul eſt un peu long & pénible, &, à moins d'une extrême attention, on eſt même expoſé à commettre des erreurs; mais il n'eſt point difficile, & une fois vérifié, il l'eſt pour toujours.

(106) Le calcul du volume de fluide que déplace le corps du Vaiſſeau par ſa partie ſubmergée n'a aucune difficulté pour un Géometre. On peut conſidérer tout ce corps diviſé en priſmes par des plans verticaux & horiſontaux, & le volume de chacun étant déterminé par les regles ordinaires de la Géométrie, la ſomme de ces volumes donne le volume total du corps; duquel on peut enſuite ôter facilement la partie qui doit être ſubmergée. L'unique choſe à laquelle on doive avoir attention pour mettre dans cette pratique toute l'exactitude qui eſt néceſſaire, eſt que les priſmes ſoient petits, afin que leurs côtés extérieurs, qui ſont partie de la ſurface extérieure du Navire, ſoient ſenſiblement planes; car la facilité du calcul de leur volume exigeant qu'ils ſoient ſuppoſés tels, il faut qu'ils en approchent aſſez pour que les réſultats ſoient exempts d'erreurs ſenſibles. Un ſimple coup-d'œil géométrique jetté ſur cette opération en facilitera beaucoup la pratique.

PLANC. VII. Soit *AMNOC* la Projection longitudinale du Vaiſſeau, & la droite *ABC* ſa ligne d'eau, ou celle juſqu'à laquelle il doit à peu près ſe ſubmerger. Soit diviſé la hauteur *BO*, priſe au maître couple, en un nombre quelconque de parties égales, par exemple, en cinq, ce qui eſt ſuffiſant pour l'uſage ordinaire; & par les points de diviſion *B, E, H, K, N*, ſoit tiré les droites *DEF, GHI, JKL, MNO* paralleles à *ABC*, leſquelles repréſenteront autant de plans, ou ſections horiſontales, par leſquelles on ſuppoſe que le corps du Navire eſt diviſé. Soit porté, ſur la Projection tranſverſale, tous les points dans leſquels ces plans coupent les couples, afin de faire paſſer par ces points la ligne courbe qui les repréſente; portant enſuite les points de la Projection tranſverſale ſur l'horiſontale, & faiſant paſſer par ces points les courbes *ABC, DEF, GHI, JKL, MNO*, ces

courbes termineront, & donneront la vraie repréſentation & les vraies dimenſions de ces plans. Regardant maintenant les largeurs des couples o, *III*, *VI*, *&c.*, o, 3, *6*, *&c*, priſes dans ces plans, comme autant d'ordonnées aux courbes; & ſe rappellant que l'aire compriſe entre deux de ces ordonnées, eſt égale à la ſomme de celles-ci, multipliée par la moitié de leur diſtance *, ſi nous faiſons cette diſtance $= d$, nous aurons $(o + III)\frac{1}{2}d$ pour l'aire compriſe entre les couples o & *III*; $(III + VI)\frac{1}{2}d$ pour celle compriſe entre les couples *III* & *VI*, & ainſi des autres : par conſéquent l'aire, ou le plan compris entre les couples o & *XXVII* ſera $= (o + III)\frac{1}{2}d + (III + VI)\frac{1}{2}d + (VI + IX)\frac{1}{2}d + (IX + XII)\frac{1}{2}d + (XII + XV)\frac{1}{2}d + (XV + XVIII)\frac{1}{2}d + (XVIII + XXI)\frac{1}{2}d + (XXI + XXIV)\frac{1}{2}d + (XXIV + XXVII)\frac{1}{2}d$, & en réduiſant $= (\frac{1}{2}o + III + VI + IX + XII + XV + XVIII + XXI + XXIV + \frac{1}{2}XXVII)d$: d'où l'on voit que l'aire, ou la ſurface, du plan compris entre le maître couple, & le dernier couple de la proue, ou de la poupe, eſt égale à la ſomme des largeurs de tous les couples intermédiaires, plus la moitié des largeurs des couples extrêmes, multipliée par la diſtance commune entre les couples. Telle eſt auſſi la regle qu'a donnée M. *Bouguer* dans ſon *Traité du Navire.* Pour avoir enſuite les aires entieres de ces plans, il ne faut plus qu'ajouter à chacune des aires qu'on vient de déterminer, les eſpaces qui reſtent entre les couples extrêmes & l'étrave & l'étambot, ce qui ſe réduit à un petit triangle de chaque côté, dont la ſurface eſt égale au produit de la largeur du couple, par la moitié de ſa diſtance au point où la courbe ſe joint à l'étrave, ou à l'étambot. Dans la courbe *ABC*, par exemple, le triangle de la proue eſt $= XXVII.\frac{1}{2}(XXVII\,C)$; il en eſt de même des autres. On aura ſeulement attention de ſouſtraire de chacune des aires l'eſpace compris entre les deux lignes paralleles qui repréſentent le maître couple, parce qu'on le prend double, en ſuivant la regle qu'on a donnée.

(107.) Ayant ainſi meſuré la ſurface des ſections par leſquelles on a diviſé le Plan longitudinal, il eſt queſtion de trouver les ſolides, ou volumes qu'elles renferment. La regle pour les meſurer eſt analogue à celle qu'on a ſuivie pour les plans; car chacun de ces ſolides eſt égal à la ſomme des deux ſections ſupérieures & inférieures, multipliée par la moitié de la diſtance qu'il y a entre elles. C'eſt ce qu'il eſt aiſé de faire voir; car on peut ſuppoſer qu'il y a dans chaque priſme deux faces paralleles qui feront les deux ſections horiſontales. Suppoſons que ces deux ſections ſont deux rectangles, dont les côtés

* *Voyez* le *Cours de Mathématiques* de M. *Bezout*, Seconde Partie, *Art.* 254.

font a & e, & b & f, b étant plus grand que a, & f plus grand que e : alors il eſt évident que la ſurface d'un rectangle intermédiaire entre les deux ci-deſſus, & diſtant du plus petit ae de la quantité x, ſera exprimée par $(a+\frac{b-a}{d}x)(e+\frac{f-e}{d}x)$ * $= ae + \frac{a}{d}(f-e)x + \frac{e}{d}(b-a)x + \frac{x^2}{d^2}(f-e)(b-a)$; & que la différencielle du priſme ſera $= aedx + \frac{a}{d}(f-e)xdx + \frac{e}{d}(b-a)xdx + \frac{x^2dx}{d^2}(f-e)(b-a)$; quantité dont l'intégrale, en faiſant $x=d$, eſt $= aed + \frac{1}{2}ad(f-e) + \frac{1}{2}ed(b-a) + \frac{1}{3}d(f-e)(b-a) = \frac{1}{3}aed + \frac{1}{6}afd + \frac{1}{6}bed + \frac{1}{3}bfd = \frac{1}{6}ad(f+2e) + \frac{1}{6}bd(2f+e)$. Suppoſons maintenant $e=f$, cette intégrale ſe réduit à $\frac{1}{2}d(ae+bf)$; c'eſt le réſultat ſur lequel nous avons fondé notre calcul, ainſi que l'a fait M. *Bouguer*. La ſuppoſition de $e=f$ ne renferme aucune erreur ſenſible, attendu que les longueurs des deux ſections horiſontales ſont à très-peu près les mêmes. Le ſolide compris entre les deux ſections ABC, DEF, ſera donc égal à $(ABC+DEF)\frac{1}{2}d$, d exprimant maintenant la diſtance BE : pareillement le ſolide compris entre la ſection DEF & la ſection GHI, eſt égal à $(DEF+GHI)\frac{1}{2}d$, & ainſi des autres ; donc la ſolidité, ou le volume de tout le Navire, ſera $=(ABC+DEF)\frac{1}{2}d+(DEF+GHI)\frac{1}{2}d+(GHI+JKL)\frac{1}{2}d+(JKL+MNO)\frac{1}{2}d+(MNO+Q)\frac{1}{2}d= \ldots\ldots\ldots\ldots (\frac{1}{2}ABC+DEF+GHI+JKL+MNO+\frac{1}{2}Q)d$, Q exprimant la ſurface de la quille ; de ſorte que le volume total du Navire ſera égal à la ſomme de toutes les ſections intermédiaires, plus à la moitié des ſections extrêmes, multipliée par la diſtance commune entre les ſections. Il eſt néceſſaire d'ajouter à ce réſultat le volume du bordage, de la quille, de l'étrave, de l'étambot, du gouvernail, & du taillemer, & l'on aura le volume de toute la partie du Navire qu'on ſuppoſe ſubmergée juſqu'à la ligne d'eau ABC.

(108.) Il faut remarquer que, dans la pratique, la quille n'eſt pas parallele à la ligne MNO, ainſi qu'on l'a ſuppoſé dans la méthode de calcul qu'on vient d'expoſer ; mais, après avoir fait une

---

Planc. VII. Fig. A. * Car ſi $ABFGHCDE$ repréſente le priſme dont il s'agit, ayant les deux faces $ABFG$, $CDEH$ horiſontales, & les faces $BDEF$, $BDCA$ verticales. Si l'on abaiſſe dans ces dernieres les perpendiculaires Fp, Am, & ſi l'on conçoit le plan $abfg$ paralleles aux faces horiſontales, il eſt évident qu'on aura $Cm=CD-AB=b-a$, & $fo=ED-FB=f-e$. Ceci poſé, les triangles ſemblables ACm, Aan, donnent $Am : An :: Cm : an$, ou $d : x :: b-a : \frac{(b-a)x}{d}$. Donc $ab=bn+an=BA+an=a+\frac{(b-a)x}{d}$. On prouvera de même que $fo=\frac{(f+.)x}{d}$, & $bf=e+\frac{(f-e)x}{d}$. Donc, &c.

compenſation

compensation des différences en plus & en moins, qui se rencontrent, & en ayant fait un calcul rigoureux, les différences qui peuvent résulter de cette supposition se sont trouvées négligeables, & par conséquent on a suivi généralement la regle ci-dessus, & nous croyons qu'on peut s'en tenir là *. L'exemple suivant fera connoître la maniere dont il convient de procéder dans le calcul,

* Il est bien vrai que cette supposition ne peut causer des différences bien considérables; cependant nous préférerions de considérer les choses dans leur état naturel, & d'employer une méthode de calcul plus rigoureuse. Celle qu'on trouve dans le *Traité de Construction* de M. *Chapman*, a cet avantage, sans être moins expéditive pour la pratique.

La méthode que notre Auteur vient d'exposer, suppose que la portion de chaque ligne d'eau, comprise entre deux couples est une ligne droite, & qu'il en est de même de la portion de chaque couple comprise entre deux plans de flottaison. M. *Chapman* suppose, au contraire, ces espaces terminés par des lignes courbes, comme en effet ils le sont, & il leur suppose une courbure parabolique. Il est vrai qu'en multipliant le nombre des sections horisontales & verticales, l'erreur qui peut résulter de la supposition des lignes droites, devient insensible; mais les deux méthodes étant appliquées au même nombre de sections, celle de M. *Chapman* donnera plus d'exactitude. Comme cet article nous paroit assez important, nous allons développer la théorie de la méthode dont il est ici question.

Trouver la surface d'un Plan terminé par une ligne courbe quelconque.

Soit *abhon* le plan dont il s'agit, si l'on divise la ligne *an* en un certain nombre de parties égales (plus il y en aura, plus le calcul sera exact), & si, par les points de division, on lui éleve des perpendiculaires *ab*, *cd*, *ef*, &c., lesquelles nous appellerons a, b, e, d, &c., chacun des espaces tels que *abdfe*, sera composé d'un trapese *abfe*, & d'un segment *bdfr*. Cela posé, il est clair qu'en supposant la ligne *an*, divisée en un nombre suffisant de parties, on pourra regarder le segment *bdfr* comme appartenant à une courbe quelconque, & comme on a une expression simple du segment parabolique, il conviendra de le supposer de cette espece; & alors *cd* sera un diametre de la parabole (*Cours de Mathématiques* de M. *Bezout*, Troisieme Partie, *Article* 366.), & la corde *bf* sera une double ordonnée à ce diametre. Nommant n l'intervalle constant *ac* entre les ordonnées, l'aire du trapese *abfe* sera $=(a+c)n$. L'aire du segment parabolique *bdfr* est les deux tiers de celle du parallélogramme *bsfv* (*ibidem*, Quatrieme Partie, *Article* 95.). Or l'aire de ce parallélogramme $= by.fv$; & $fv = dr = cd - cr = b - \frac{1}{2}(a+c)$, (*ibidem*, Deuxieme Partie, *Article* 148). Donc $bsfv = (b - \frac{1}{2}(a+c))2n = (2b-a-c)n$; & par conséquent, le segment $bdfr = (2b-a-c)\frac{2}{3}n$. Ajoutant cette surface avec celle du trapese, & réduisant, on aura l'aire de l'espace $abdfe = (a+4b+c)\frac{1}{3}n$. On trouvera pareillement que l'espace $efhki = (c+4d+e)\frac{1}{3}n$; que l'espace $ikmon = (e+4f+g)\frac{1}{3}n$, & ainsi de suite. Donc en rassemblant tous ces résultats, on aura l'aire de l'espace $abhon = (a+4b+2c+4d+2e+4f+g)\frac{1}{3}n$. Planc. VII. *Projection longitudin.*

Cette expression fait voir que pour avoir la surface de toutes les figures terminées par des lignes courbes, il faut diviser la ligne qu'on imagine traverser ces figures dans leur plus grande longueur, & que nous appellerons l'axe de la figure, en un nombre pair de parties égales (plus on en mettra, plus il y aura de précision); élever des perpendiculaires ou ordonnées à cet axe par chaque point de division, ce qui donnera un nombre impair d'ordonnées, dont on mesurera la grandeur sur une échelle décimale construite exprès. On prendra la premiere & la derniere ordonnée, telles qu'elles sont; on multipliera la deuxieme par 4, & la troisieme par 2; la quatrieme par 4, & la cinquieme par 2; la sixieme par 4, & la septieme par 2; & ainsi de suite jusqu'à l'avant-derniere, inclusivement: on ajoutera toutes ces quantités, & l'on en multipliera la somme par le tiers de la distance entre les ordonnées. On voit aisément comment il faut appliquer cela à la mesure de la surface des couples du Vaisseau, & à celle des plans de flottaison.

Si la courbe prenoit naissance sur l'axe, comme s'il s'agissoit d'avoir l'aire de l'espace *Aqp*, alors la premiere ordonnée qui est celle qui passe par le point *A* seroit $=0$, & l'on multiplieroit l'ordonnée a par 4, l'ordonnée b par 2, l'ordonnée e par 4, & ainsi de suite: de sorte que l'espace *Aqp* seroit $= (0+4a+2b+4c+2d+4e+2f+4g+h)\frac{1}{3}n$.

Application à la mesure de la solidité des corps terminés par des surfaces courbes.

Soit le solide *SRV* formé par la révolution d'une courbe *SMV*, autour de l'axe *SH*; on demande Fig. B.

Planc. VII. pour éviter la confusion, & pour y porter toute la netteté dont il est susceptible.

---

la solidité d'une partie $MVRP$ de ce solide, & celle du solide entier SRV. Ayant divisé la ligne QH en un certain nombre de parties égales, & ayant conduit par les points de division des plans, tels que LO perpendiculaires à l'axe SH, que nous appellerons m; si l'on nomme a, b, c, &c., les diametres RV, OL, PM, &c., des sections circulaires, & si l'on prolonge les lignes HV, NL, QM, de maniere que les lignes HT, NG, QF, soient respectivement égales à l'aire des sections circulaires correspondantes (on regarde ici ces aires comme des nombres abstraits); & qu'on fasse passer la courbe TGF, il est évident que l'aire du plan $FQHT$ exprimera la solidité du corps $MPRV$. Cela posé, si l'on nomme p la surface d'un cercle dont le diametre est l'unité; pa^2, pb^2, pc^2, &c., seront les surfaces des sections faites par les plans RV, OL, PM: ainsi les ordonnées HT, NG, QF, étant respectivement égales aux quantités pa^2, pb^2, pc^2, on voit aisément que la formule qu'on vient de donner pour avoir la surface des plans, s'applique ici à la mesure de la solidité des corps; donnons-en quelques exemples.

Soit supposé $HN=NQ$, alors l'aire $HTFQ$ sera $=(FQ+4GN+TH)\frac{1}{3}NH$, & par conséquent la solidité du corps $MPRV=(c^2+4b^2+a^2)p.\frac{1}{3}NH$. Si $HQ=SQ=\frac{1}{2}SH=\frac{1}{2}m$; alors le plan qui passe par S étant $=0$, la solidité de tout le corps SRV sera $=(0+4c^2+a^2)p.\frac{1}{3}HQ$, ou $=(4c^2+a^2)p.\frac{1}{6}m$.

Si la ligne génératrice SMV étoit droite, le solide seroit un cône, & alors $RV=2PM$, ou $RV^2=4PM^2$, ou $a^2=4c^2$; ainsi la solidité de ce corps $=2a^2.p.\frac{1}{6}m=pa^2.\frac{1}{3}m$; c'est le produit de la surface de sa base par le tiers de sa hauteur, comme la Géométrie ordinaire le détermine. Si la courbe SMV étoit une parabole, le solide seroit un paraboloïde; & (*ibid.* Troisieme Partie, *Art.* 360.) $RV^2:PM^2::SH:SQ$ ou $::2:1$. Donc $RV^2=2PM^2$, ou $a^2=2c^2$. Ainsi la solidité du paraboloïde devient $=3a^2.p.\frac{1}{6}m=pa^2.\frac{1}{2}m$; comme la géométrie le détermine (*ibid.* Quatrieme Partie, *Art.* 105.). Si la courbe SMV est un quart de cercle, ou un quart d'ellipse, le solide sera une demi-sphere, ou un demi-ellipsoïde, & alors (*ibid.* Deuxieme Partie, *Art.* 125, & Troisieme Partie, *Art.* 295.) $RV^2:PM^2::SH.SH:SQ(SH+HQ)$ ou $::4:3$. Donc $4PM^2=3RV^2$, ou $4c^2=3a^2$, ainsi la solidité de ces corps est $=4a^2.p.\frac{1}{6}m=pa^2.\frac{2}{3}m$, ainsi qu'il est démontré (*ibid.* Deuxieme Partie, *Art.* 246, & Quatrieme Partie, *Art.* 103.).

Fig. C. On voit que notre formule est générale, & qu'elle s'applique même à la mesure des solides dont la courbe génératrice ne prend pas naissance sur l'axe. Soit le solide $S'S''RV$, dont la courbe génératrice $S'MV$ ne prend pas son origine sur l'axe, il est clair qu'en conservant les dénominations précédentes, & nommant f le diametre $S''S'$ du plan extrême, la solidité de ce corps sera $=(f^2+4c^2+a^2)p\,\frac{1}{6}m$; expression qui se change dans la précédente, si l'on suppose $f=0$. Si l'on suppose que la ligne génératrice $S'MV$ est droite, & parallele à l'axe SH, le corps sera un cylindre, toutes les sections pa^2, pc^2, pf^2, seront égales à la base, & la solidité de ce corps sera $=6a^2.p.\frac{1}{6}m=pa^2.m$; c'est le produit de sa base par sa hauteur.

Si la ligne $S'MV$, étant droite, n'étoit pas parallele à l'axe SH, le solide seroit un cône tronqué. Si elle étoit une parabole, ce seroit un tronc de paraboloïde. Si c'étoit une portion de la circonférence d'un cercle ou d'une ellipse, ce seroit une portion de sphere, ou d'ellipsoïde comprise entre deux plans paralleles, &c. &c. On voit que dans tous ces cas la formule de la solidité doit contenir trois termes, & qu'on ne peut la réduire à deux qu'en regardant le premier terme comme égal à la somme des deux premiers; c'est ainsi que M. *Chapman* l'a fait, en supposant $4c^2=5a^2$, ce qui ne peut jamais être; mais il entend tacitement par l'expression $4c^2$, la somme f^2+4c^2, qui, pour le cylindre, est effectivement $=5a^2$. On voit que ce procédé est fort indirect, & contraire à l'esprit de la méthode.

Application de ces principes à la mesure du déplacement du Vaisseau.

On divisera la partie submergée par des plans horisontaux & verticaux, comme il est prescrit, *Art.* 106., en observant de mettre les plans horisontaux paralleles au plan de flottaison, & non paralleles à la quille, afin de se conformer davantage à l'état des choses. On observera aussi que le nombre des parties soit pair, ou que le nombre des plans soit impair. On mesurera, par la méthode précédente, la surface de chaque couple, ou de chaque section verticale.

Si, comme dans l'exemple que notre Auteur rapporte, on conçoit cinq plans horisontaux, il y aura dans la partie submergée de chaque couple cinq ordonnées, on prendra la premiere, & la derniere en entier, on multipliera la deuxieme par 4, la troisieme par 2, & la quatrieme par 4; &

CALCUL du Volume de fluide que deplace un Vaiſſeau de 42 pieds Anglais de largeur.

Largeurs & demi-largeurs des couples ſur chaque demi-plan de flottaiſon.

Couples de Poupe.	*Plans de flottaiſon de Poupe.* 1er. P. p	2e. P. p	3e. P. p	4e. P. p	5e. P. p
0	10. 6	10. 5	9.11	9. 0	7. 4
3	20.11	20.10	19.10	17.11	14. 8
6	20.10	20. 8	19. 8	17. 8	14. 2
9	20. 8	20. 5	19. 4	17. 1	13. 4
12	20. 5	20. 1	18.10	16. 4	12. 0
15	20. 1	19. 8	18. 2	15. 4	10. 1
18	19. 8	18.11	17. 3	13. 9	7. 5
21	19. 2	18. 1	15. 7	11. 1	5. 2
24	18. 1	16. 7	13. 4	8. 0	3. 8
27	16. 5	14. 2	9. 8	5. 5	2. 6
30	1310	10. 2	5.10	3. 0	1. 4
33	4. 5	2. 3	1. 0	0. 5	0. 2
Somme des larg.	205. 0	192. 3	168. 5	135. 0	91.10
Diſtances entre les couples.	7. 2	7. 2	7. 2	7. 2	7. 2
Produits	1435 34 0	1344 32 2	1176 28 3	945 22 0	637 15 6
Aire des Triang. extrêmes	18	9	4	2	1
½ Aire des plans de flott. de poupe.	1487	1387	1211	969	659

Couples de Proue.	*Plans de flottaiſon de Proue.* 1er. P. p	2e. P. p	3e. P. p	4e. P. p	5e. P. p
0	10. 6	10. 5	9.11	9. 0	5. 4
III	20.11	20.10	19.11	17.11	14. 7
VI	20.11	20. 8	19. 7	17. 6	13. 8
IX	20.10	20. 8	19. 2	16. 9	12. 4
XII	20. 9	20. 4	18. 6	15.10	10. 2
XV	20. 4	19. 8	17. 7	14. 5	7. 7
XVIII	19. 3	18. 1	15. 9	11. 6	4.10
XXI	17. 0	15. 3	11.10	7. 2	1. 1
XXIV	12. 6	9. 6	2.10	1. 0	
XXVII	2. 5	1. 0			
Somme des larg.	165. 7	156. 5	135. 1	111. 1	71. 7
Diſtances entre les couples.	7. 2	7. 2	7. 2	7. 2	7. 2
Produits	1155 28 4	1092 26 3	945 23 0	777 19 0	497 12 4
Aire des Triang. extrêmes	6	2	16	2	2
½ Aire des plans de flot. de proue.	1193	1123	984	798	515

Demi-aire des plans de flottaiſon de poupe.	1487	1387	1211	969	659
Demi-aire des Plans de flottaiſon de l'avant à l'arriere.	2680	2510	2195	1767	1174
Eſpace occupé par le maître couple ſur chaque plan de flottaiſon	24	24	23	21	17
Véritables demi-Aires.	2656	2486	2172	1746	1157
Multipliez par	2	2	2	2	2
Aires totales des plans de flottaiſon	5312	4972	4344	3492	2314

Demi-Aire du premier Plan de flottaiſon.	2656
Aire du deuxieme.	4972
Aire du troiſieme.	4344
Aire du quatrieme.	3492
Aire du cinquieme.	2314
Aire de la Quille.	100
Somme.	17878
Diſtance entre les plans de flottaiſon	3½
Produits.	53634 8939
Volume ſubmergé de la Coque	62573

Volume ſubmergé de la Coque.	62573
———— des Bordages.	2800
———— de la Quille.	400
———— de l'Etrave.	72
———— de l'Etambot.	63
———— du Taille-mer.	72
———— du Gouvernail.	84
Volume total du Vaiſſeau	66064

(109.) Ayant ainsi trouvé le nombre des pieds cubiques que la partie submergée du Vaisseau doit déplacer, on le multipliera par $1019\frac{2}{3}$, qui sont le nombre d'onces *Castillanes* que pese chaque pied cubique d'eau de mer (*a*); le produit exprimera le poids total que doit avoir le Vaisseau tout armé, approvisionné & équipé, pour qu'il s'enfonce dans le fluide jusqu'à la ligne d'eau *ABC* *.

---

l'on multipliera la somme de toutes ces quantités par le tiers de la distance d'un plan horisontal à l'autre; après quoi, il n'y aura plus qu'à ajouter à ce produit l'aire de l'espace triangulaire compris entre le dernier plan de flottaison & la quille.

Ayant trouvé la surface de chaque couple, on prendra celle des couples extrêmes en entier; on multipliera le deuxieme par 4; le troisieme par 2; le quatrieme par 4; le cinquieme par 2, *&c.*, jusqu'à l'avant-dernier, inclusivement; on prendra la somme de tous ces produits, & des deux couples extrêmes qu'on multipliera par le tiers de la distance d'un couple à l'autre, le produit sera le volume de la partie comprise entre les couples extrêmes; ainsi il ne s'agira plus que d'y ajouter le volume des parties comprises entre le couple le plus en avant & l'étrave, & entre le couple le plus en arriere & l'étambot, la somme sera le volume total déplacé, non compris le bordage, l'étrave, l'étambot, & la quille, qu'on y joindra, comme on le voit dans l'exemple précédent.

Comme les deux moitiés du Navire séparées par le plan vertical qui coïncide avec la quille sont égales & semblables, on ne fait le calcul que pour une des moitiés, & l'on double ensuite le résultat; ainsi on ne calcule ordinairement que l'aire de chaque demi-couple. On peut aussi calculer d'abord le volume de la partie de la proue jusqu'au maître couple, ensuite celui de la partie de la poupe depuis le maître couple jusqu'à l'étambot, & la réunion de ces deux parties donne le volume total. La raison de ce précepte, est qu'il peut souvent être utile d'avoir le volume de ces deux parties séparément. Il est bon de construire les plans avec des échelles décimales, où le pied soit divisé en cent parties; les calculs seront par-là plus faciles & plus exacts que si on les faisoit seulement en pieds & pouces comme est celui que *D. Georges Juan* donne pour exemple.

(*a*) J'ai trouvé, par mes propres expériences faite au *Callào*, que le poids d'un pied cubique d'eau de mer, mesure de France, exprimé en livres Castillanes, est de 77 livres $\frac{11}{32}$. Le pied Français est au pied Anglais, comme 16 est à 15 [1], & leurs cubes sont comme 4096 est à 3375: donc faisant la proportion $4096 : 3375 :: 77\frac{11}{32} : 63\frac{2987}{4096}$, on trouvera que le pied cubique Anglais d'eau de mer pesera 63 livres 11 onces $\frac{2736}{4096}$ Castillanes.

On trouve dans les *Leçons de Physique de Cotes*, que le poids d'un pied cubique Anglais d'eau de mer est de 1030 onces *Averdupois*, ou de 64 livres $\frac{3}{8}$.

La livre *Castillane* sera donc à la livre *Averdupois* comme 10072 est à 10000, ou, à fort peu près, comme 140 est à 139.

La livre *Averdupois* est à celle de *Paris*, suivant le même *Cotes*, comme 63 est à 68, ou, à peu près, comme 139 est à 150: donc la livre *Castillane* est à celle de *Paris*, comme 14 est à 15, à fort peu près. Au moyen de ces rapports connus, on pourra convertir en livres Françaises ou Anglaises, les mesures qu'on donnera en livres Castillanes.

Le poids d'un pieds cubique Français d'eau de mer, exprimé en livres Françaises, sera, par conséquent, de 72 livres 3 onces, ou de 1155 onces [2].

* Le calcul dont on vient de détailler la théorie & la pratique, nous conduit naturellement à

---

[1] Le vrai rapport a été donné, *Tome I*, *Article* 51. Note.

[2] Ce rapport nous paroît assez exact, quoique la plupart des Constructeurs Français supposent avec M. *Bouguer* le poids du pied cubique d'eau de mer, seulement de 72 livres. Mais il y en a qui le font de 74, & d'autres seulement de 71 livres 6 onces. C'est à peu près ce dernier rapport qu'on trouve dans l'*Architecture Navale* de M. *du Hamel*, Préface, page XXXIX.

(110.) Si le poids du Navire étoit de quelque chose plus grand, ou plus petit que celui que nous venons de trouver, & si on vou-

parler de la Construction des *Tables* ou des *Echelles des solidités*, ou des pesanteurs correspondantes aux différentes parties de la carene qu'on peut concevoir submergées, soit par le poids du Navire, de ses agrès, *&c.*, soit par celui de sa charge; & à parler en même temps du *Jaugeage* des Navires. Comme ces articles sont très-importants, nous allons entrer dans quelque détail à leur sujet.

Ayant déterminé le volume submergé du Vaisseau, lorsqu'il est calé jusqu'à la ligne d'eau dans laquelle il doit naviguer, & en ayant conclu son poids total, tout équipé, approvisionné & chargé, il est clair qu'on peut faire le même calcul, & en tirer des conséquences semblables, en supposant le Vaisseau calé dans tout autre ligne d'eau. Si, par exemple, on détermine le déplacement lorsque le Vaisseau est lege, c'est-à-dire, lorsqu'il a seulement ses agrès, apparaux; & qu'on le retranche du déplacement, le Vaisseau étant calé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation, le reste exprimera le volume de fluide que la charge fait déplacer, & on en conclura de la même maniere que ci-dessus, le poids de la charge que le Navire doit porter pour être calé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation.

Il est donc évident qu'on peut déterminer, par un calcul semblable, le poids des différentes parparties de la charge qui correspondent à la submersion des différentes tranches de la carene, & en former des tables qui marqueront la charge qui correspond à chaque pied de tirant d'eau, & même à chaque pouce, si on le juge nécessaire. On pourroit aussi en construire qui marqueroient ce qu'il faut ajouter à la charge pour faire caler le Navire jusqu'à sa ligne d'eau de navigation. Ceci est trop simple pour que nous nous y arrêtions davantage; passons à la construction des *Echelles des solidités*, que les Constructeurs préféreront sans doute aux Tables; ce qui servira encore de développement à ce que nous venons de dire.

On calculera, 1°. la solidité de la tranche comprise entre le premier plan de flottaison & le deuxieme; c'est-à-dire, entre *AC* & *DF*, on la multipliera par 72 livres 3 onces, (nous supposons ici que les mesures sont prises avec le pied Français) on divisera le produit par 2000, & l'on aura au quotient le nombre des tonneaux qui correspond à la premiere tranche [1]; on trouvera dans l'exemple de l'Auteur 537,4 tonneaux.

2°. On calculera de même la solidité des tranches comprises entre le premier plan de flottaison & le troisieme, c'est-à-dire, entre *AC* & *GI*, & on en conclura le nombre de tonneaux correspondant à ces deux tranches. On trouvera 1045,0 tonneaux.

3°. On calculera également la solidité des tranches comprises entre le premier & le quatrieme plan de flottaison, ou entre *AC* & *JL*, & on en conclura encore le nombre de tonneaux correspondant, qu'on trouvera de 1466,6 tonneaux.

4°. Par un calcul semblable, on déterminera la solidité des tranches comprises entre le premier & le cinquieme plan, entre le premier & le sixieme, *&c.*; & enfin entre le premier & la quille, ce qui donnera le déplacement total, & on en concluera toujours le nombre de tonneaux correspondants. On trouvera, pour les deux dernieres tranches de notre exemple, 1783,4 & 1931,0; ajoutant douze tonneaux à ce dernier, à cause de la quille, on aura le déplacement total = 1943,0 tonneaux.

On remarquera que dans chaque calcul il faut, comme nous l'avons fait, tenir compte du volume du bordage & des parties de l'étambot & de l'étrave qui répondent aux différentes tranches; attendu qu'il s'agit d'avoir les volumes extérieurs; & qu'il faut aussi ajouter le volume de la quille au dernier résultat pour avoir le déplacement total.

5°. Ces opérations faites, on tirera une ligne horisontale *RS*, à l'une des extrémités de laquelle on élévera une perpendiculaire ou verticale *RT*. On construira une échelle de dixme quelconque, sur la ligne horisontale, comme on le voit sur la figure, ce sera l'*Echelle des tonneaux*; & sur la verticale on formera pareillement une échelle aussi à volonté, divisée en pieds & parties de pieds, ce sera l'*Echelle des tirants d'eau*. PLANC. VII. FIG. D.

6°. On prendra sur l'échelle des tirants d'eau, à partir du point *R*, le nombre de pieds qui correspond à la distance de chaque plan de flottaison, au plan de flottaison supérieur, qui sont 3, 5 ½

[1] Lorsqu'on n'a pas besoin d'une grande précision, on peut diviser le nombre des pieds cubiques par 28, le quotient exprimera à peu près les tonneaux, parce que 28 pieds cubiques d'eau de mer font à peu près le poids d'un tonneau. Si l'on avoit mesuré le tout au pied Anglais, il faudroit diviser par 34, pour réduire le résultat en tonneaux de France : c'est ce que nous avons fait pour réduire l'exemple de l'Auteur.

loit sçavoir quelle seroit sa véritable ligne d'eau avec ce même poids, il n'y auroit qu'à convertir l'excès, ou la différence d'un poids à l'autre

---

7, 0; 10, 5; 14, 0; & 19, 5 pieds, & on marquera les points correspondants *a*, *b*, *c*, *d*, *e*.

7°. On prendra ensuite sur l'échelle des tonneaux, à partir du point *R*, les nombres de tonneaux qu'on a trouvés répondre aux tranches comprises entre les différents plans de flottaison; c'est-à-dire, dans la supposition présente, qu'on prendra 537, 4; 1045,0; 1466,6; 1783,4; 1943,0 tonneaux, & on marquera les points correspondants *f*, *g*, *h*, *i*, *k*.

8°. Par les points *a*, *b*, *c*, *&c.* de l'échelle des tirants d'eau, on tracera au crayon des lignes horisontales, & par les points *f*, *g*, *h*, *&c.* de l'échelle des tonneaux, on tracera des verticales; & ayant marqué les intersections respectives de ces lignes, chacune avec sa correspondante, on joindra ces dernieres par une ligne courbe *Rlmnop*, & l'*Echelle des solidités* sera achevée. En voici l'usage.

Supposons que le Navire n'étant pas calé jusqu'à sa ligne d'eau de Navigation, on veuille sçavoir ce qui lui manque de tonneaux pour completter sa charge. On observera combien il faut que le Navire cale de pieds en avant & en arriere pour être entiérement chargé; je suppose qu'il doive caler de 4 pieds 8 pouces en avant,& de 5 pieds 4 pouces en arriere; on ajoutera ces deux nombres ensemble, ce qui donnera 10 pieds,dont on prendra la moitié 5 pieds, laquelle marquera,à très-peu près, la quantité dont le Navire doit caler aux environs du maître couple. On prendra ces 5 pieds sur l'échelle des tirants d'eau, & par le point *y* qui répond à ce nombre, on menera une horisontale qui rencontrera la courbe dans le point *y*, & par ce point on menera la verticale *vx*, qui indiquera sur l'échelle des tonneaux, ce qu'il faut ajouter à la charge actuelle du Navire pour qu'il soit calé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation. On trouvera dans la supposition présente qu'il faut ajouter 771,5 tonneaux.

On pourra, pour la généralité des usages, faire une double échelle des tirants d'eau, l'une dont le zéro soit en *R* au plan de flottaison supérieur, c'est celle dont nous venons de parler; & l'autre dont le zéro soit à la quille, & qui marquera,par conséquent,les tirants d'eau absolus, pris au maître couple, tandis que l'autre marque ce dont le Navire doit s'enfoncer dans le fluide pour être calé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation. On pourra pareillement faire une double échelle des tonneaux, l'une dont le zéro soit en *R*, qui marquera le nombre des tonneaux qu'il faut ajouter à la charge pour que le Navire soit calé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation: ainsi le nombre extrême de cette échelle marquera le poids absolu de la charge & du Navire,avec ses agrès & apparaux. L'autre échelle auroit son zéro au point qui répond au tirant d'eau lorsque le Navire est lege,qu'il est gréé, équipé, *&c.*, mais sans être chargé. Les chiffres de cette deuxieme échelle iroient en croissant, en allant vers la droite, & en allant vers la gauche; ceux de la gauche, c'est-à-dire, ceux qui iroient en croissant vers le point *R*, marqueroient le poids absolu de la charge qui répond à chaque tirant d'eau, & ceux de la droite marqueroient les pesanteurs des différentes parties de la carene, des agrès, équipages, *&c.*, & le chiffre de l'extrémité marqueroit le poids de tous ces articles réunis. On pourroit aussi se borner à la premiere échelle, & placer dessus le zéro de la seconde; parce qu'avec un compas on trouveroit toujours aisément les valeurs des parties dont on a besoin. On a pris ce parti dans la figure, quant à l'échelle des tonneaux, *&c.* On voit aisément qu'on pourroit encore distinguer sur ces échelles le puids particulier de la mâture, des agrès, de la voilure, de la coque; tout ceci est trop simple pour que nous y insistions davantage; nous observerons seulement qu'il seroit aussi commode qu'essentiel, que les Constructeurs donnassent aux Armateurs & Capitaines, une semblable échelle pour les Navires qu'ils construisent. Lorsque ce travail est fait avec soin, & que l'échelle est d'une grandeur suffisante, on peut à peine se tromper de 2 tonneaux pour le plus grand Navire. On pourroit aussi y joindre parallélement à l'échelle des tonneaux, celle des *Tons* Anglais, *Lasts* Suédois, *&c.*, & à côté de l'échelle des tirants d'eau, les pieds correspondants des différentes Nations, où les Vaisseaux peuvent aller charger, ou décharger; mais, pour éviter la confusion, nous pensons qu'il seroit mieux d'avoir les rapports des différentes mesures, & des différents pieds, consignés dans des tables. On en trouvera pour les principales Puissances Maritimes de l'Europe, dans les Additions de cet Ouvrage. Nous le répétons, ces échelles seroient de la plus grande utilité & commodité, on pourroit à leur moyen trouver tout d'un coup, & presque à la seule inspection, ce qui reste encore à charger, ce qu'on peut avoir déchargé, ce qui reste à bord, de combien un certain nombre de tonneaux peut faire caler le Navire; & une foule d'autres particularités qui intéressent directement la Construction, la Marine & le Commerce. Les Cons-

en pieds cubiques de volume, ce qu'on obtiendra aisément en divisant cette différence par 1019 ⅓, qui sont le nombre des onces que pese

---

tructeurs pourroient mettre sur le même plan les échelles des solidités de tous les Navires qu'ils construisent, & terminer les courbes qui conviennent à chacun, par une autre courbe. On voit l'effet que produiroit cet assemblage marqué par les courbes *RO*, *RP*, *RQ*, & *Rp*, & la ligne terminatrice est *OPQp*; ils écriroient le nom de chaque Navire à l'extrémité inférieure de sa courbe correspondante, ou bien ils les désigneroient par un numéro qui marqueroit l'ordre de leur construction. En voilà assez sur ce point, passons au *Jaugeage*.

On peut se proposer deux questions sur la capacité des Vaisseaux, la premiere a pour objet de déterminer le poids que le Vaisseau peut *porter* pour être chargé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation, & la deuxieme de déterminer ce qu'il peut *loger* de pieds cubiques de marchandises dans la cale, & les autres endroits propres à en recevoir. La solution de ces deux questions intéresse, au plus haut degré, la Marine & le Commerce; mais la premiere est d'une utilité beaucoup plus générale: car la connoissance de la capacité de la cale ne peut être d'une grande utilité, sans celle du port du Navire, & on ne peut gueres déterminer l'une des deux quantités par l'autre; attendu que très-souvent le Navire est tout-à-fait chargé sans que sa cale soit remplie, & aussi très souvent tous les espaces de la cale sont remplis sans que le Navire ait une charge suffisante.

C'est aussi la solution de la premiere question qui constitue proprement le *Jaugeage*. Car on entend assez généralement par ce mot, la maniere de faire les opérations nécessaires pour trouver la charge que le Navire peut porter pour pouvoir naviguer sans danger: ainsi en France ces opérations ont pour but de faire connoitre le nombre de tonneaux de 2000 livres chacun que le Navire peut porter. D'après ce qui a été dit au commencement de cette note, on voit qu'il ne s'agit que de mesurer en pieds cubiques le volume de la partie de la carene que la charge fait plonger dans la mer, de la multiplier par 72 livres 3 onces, & de diviser le produit par 2000, le quotient exprimera le nombre des tonneaux qui composent la charge. Lorsqu'on a le plan du Vaisseau, cette opération n'a aucune difficulté. mais lorsqu'on est privé de ce secours, on est obligé de prendre les mesures sur le Vaisseau même, ce qui est plus long & moins exact; souvent même ce travail présente des difficultés insurmontables lorsque le Navire est chargé. On voit donc, de plus en plus, la nécessité d'avoir le plan des Vaisseaux (18 *Note*); & les échelles de solidités, faites par le Constructeur, exempteroient de tout travail à cet égard.

Le volume de la partie de la carene que la charge fait plonger dans la mer, peut se déterminer, soit en cherchant, comme nous l'avons dit, le déplacement du Navire lorsqu'il est lege, & son déplacement lorsqu'il est chargé, & en prenant la différence de ces deux quantités: ou bien, on peut chercher seulement le volume de cette partie, en la divisant en tranches, comme il a été dit (106.). Cependant, pour la pratique, il suffira de mesurer la surface du plan de flottaison, le Navire étant lege, celle du plan de flottaison, le Navire étant chargé, & de multiplier la moitié de la somme de ces deux surfaces par la quantité dont le Navire doit caler au maître couple, par l'effet de sa charge. Pour trouver cette derniere quantité lorsqu'on n'a pas le plan du Navire, on releve les tirants d'eau de l'avant & de l'arriere, le Navire étant lege; on fait la même chose, le Navire étant chargé; d'où l'on conclud la quantité dont chaque extrémité du Navire doit caler par l'effet de sa charge. Ensuite, on ajoute ensemble ces deux quantités, & la moitié de leur somme marque l'enfoncement que produit la charge dans les environs du maître couple. Dans la vue d'abréger ce calcul, on peut même se contenter de mesurer la surface du plan de flottaison qui tient le milieu entre le plan supérieur & l'inférieur, & la multiplier par l'enfoncement que produit la charge au maître couple: car la surface de ce plan intermédiaire est à peu près la moitié de la somme de celles des plans supérieur & inférieur.

C'est à ces opérations que se réduit le jaugeage, lorsqu'on a pour objet de trouver la quantité pesante que le Navire peut porter: mais comme ce travail est d'un usage journalier, & qu'il est le plus souvent confié à des hommes qui n'ont pas les plus légeres connoissances des Mathématiques, on a cherché différens moyens pour simplifier le calcul, & le rendre à la portée du commun des Jaugeurs. Voici une regle qui nous paroît fort simple, & on pourra y avoir recours lorsqu'on n'aura pas besoin d'une extrême précision, ou lorsqu'on n'aura pas la commodité de faire autrement. 1°. On déterminera, comme ci-dessus, la quantité de pieds dont le Navire doit plonger par l'effet de sa charge. 2°. La longueur du Navire droit vis-à-vis la

chaque pied cubique (109, *Note.*) : divisant ensuite le nombre des pieds cubiques qu'on aura ainsi trouvés par l'aire du plan de flottaison *ABC*,

---

lisse d'hourdy. 3°. La largeur du Navire prise en dehors des bordages. 4°. On multipliera ces trois quantités l'une par l'autre. 5°. On divisera le produit par 33,8, si le Navire est plein dans ses extrémités ; si, au contraire, il est fort taillé, comme le seroit une Frégate, on divisera le produit par 35,3 ; & si le Navire est tellement plein qu'il conserve sa plus grande largeur presque dans toute sa longueur, on divisera le produit par 32,2 ; le quotient de cette division exprimera, dans tous les cas, le nombre de tonneaux que le Navire peut porter. On voit aisément que l'esprit de cette regle, qui est analogue à celle qu'on trouve dans l'Ouvrage de M. *Chapman*, consiste à chercher d'abord le volume d'un parallélipipede rectangle qui a la même largeur que le Navire, dont la longueur est aussi la même que la sienne, prise à la lisse d'hourdy, & dont la hauteur est la quantité de pieds dont la charge fait enfoncer le Navire : & qu'ensuite il a fallu trouver, par l'expérience, le diviseur qui convient pour ces trois especes de Navires, afin d'avoir tout de suite la charge en tonneaux ; attendu que le volume submergé par l'effet de la charge est une portion de celui de ce parallélipipede, & une portion différente, suivant l'espece de construction du Bâtiment. Comme nous indiquons les deux cas extrêmes, & un cas intermédiaire, avec un peu d'application, on acquerra aisément, & en peu de temps, le coup d'œil nécessaire pour se déterminer dans le choix du diviseur dont on doit faire usage. Cette regle, employée avec intelligence, ne peut gueres donner une erreur de plus de six tonneaux, pour un Bâtiment de 400, ce qui est bien suffisant pour les besoins ordinaires de la pratique.

Nous croyons donc qu'on peut s'en tenir à cette regle, qui est préférable à la plus part de celles que suivent les Constructeurs & les Jaugeurs. Chaque Port, & même chaque Jaugeur a sa méthode particuliere, & on remarque même que ces regles ont souffert plusieurs altérations dans différents temps, suivant l'idée qu'on a attachée au mot *Jaugeage* : il y a même de ces regles qui sont tout-à-fait absurdes. La généralité de toutes ces méthodes paroît avoir pour objet de calculer la capacité de la cale des Navires en pieds cubiques ; & ensuite on a cherché un diviseur convenable pour en conclure le nombre de tonneaux qu'ils pouvoient porter ; parce qu'on a toujours cru voir un rapport entre la capacité de la cale du Navire, & le poids qu'il peut porter. Mais ce diviseur ne peut être constant pour tous les Navires, celui qu'il faut employer pour trouver le port d'une Galiotte Hollandaise, dont on connoît la capacité de la cale en pieds cubiques, ne convient nullement pour une Frégate Française, ou Anglaise : celui qui convient pour un Vaisseau de ligne, ne convient pas pour un Lougre, & même le diviseur qui conviendroit à un Bâtiment destiné pour la traite des Noirs, ne conviendroit pas à un Bâtiment destiné pour le commerce des Colonies de l'Amérique, &c. C'est sans doute cette différence qui a donné lieu à la variété des méthodes, qui toutes peuvent convenir passablement bien pour les especes de Navires auxquels elles ont été originairement appropriées ; mais qui sont absolument défectueuses entre les mains du commun des Jaugeurs qui les applique indifféremment à tous les Navires

En évaluant ainsi la capacité de la cale des Navires en pieds cubiques, il est évident qu'on a envisagé le jaugeage sous le deuxieme point de vue dont nous avons parlé ; c'est à-dire, qu'on a cherché à déterminer ce que le Navire pouvoit *loger* dans sa cale : c'est ce qui a donné lieu à la distinction des *tonneaux de Poids* & des *tonneaux d'Arrimage*. Suivant l'Ordonnance de la Marine, de 1681, le tonneau d'arrimage est fixé à 42 pieds cubiques ; ainsi lorsqu'on a évalué la capacité de la cale en pieds cubiques, il faut la diviser par 42 pour avoir au quotient le nombre des tonneaux d'arrimage qui y correspond. Faisons quelques réflexions à ce sujet.

Il est évident que deux Navires construits sur le même plan, chargés comme il convient pour leur sûreté, & pour faire valoir leurs qualités, doivent naviguer avec la même ligne d'eau ; & si les matériaux qui entrent dans la construction de ces deux Navires sont les mêmes, & si leur mâture & leurs agrès sont du même poids, il s'ensuit qu'ils feront d'un même port. Ces deux Navires, quoiqu'ayant leurs carenes sur le même plan, peuvent cependant avoir leur cale d'une capacité fort différente, suivant la situation qu'on donnera au premier pont, & suivant la hauteur des entreponts. Si celui dont le premier pont est le plus bas, ayant sa cale remplie d'une certaine espece de marchandise, est calé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation, une semblable cargaison mise dans la cale du deuxieme, le chargera également, mais il restera beaucoup d'espace vuide dans sa cale. Ainsi le

le résultat de cette division exprimera la quantité dont la vraie ligne d'eau sera plus, ou moins élevée que la ligne *ABC*. Cette regle est

---

en suivant la regle que prescrit la valeur du tonneau de l'ordonnance, on trouveroit le deuxieme Navire d'un plus grand port que le premier: & si cette regle donnoit exactement le port du premier, il faudroit, pour qu'elle donnât le port du deuxieme, qui est le même, supposer le diviseur plus grand, c'est-à-dire, donner une plus grande valeur au tonneau d'arrimage.

Si, conservant le même creux à ces deux Navires, l'un est construit d'une maniere beaucoup plus solide que l'autre, s'il entre plus de fer dans sa construction, si les couples sont plus rapprochés, si les bois sont d'une plus grande pesanteur spécifique, s'il a des agrès, & une mâture plus pesante, *&c.*; ce sera autant de diminué pour la charge qu'il pourra porter; cependant, en suivant la même regle, on trouvera son port égal à celui du premier, tandis qu'il est évidemment plus petit; & si cette regle convient pour le deuxieme Navire, il faudroit, pour qu'elle convînt également au premier, supposer le diviseur plus petit, ou faire le tonneau d'arrimage de moins de quarante-deux pieds cubiques.

On voit donc que la capacité de la cale des Navires n'a pas un rapport constant avec leur port, & qu'en voulant établir une relation entre ces deux quantités, on ne peut donner une valeur constante au tonneau d'arrimage. Ainsi, on doit prendre le tonneau d'ordonnance comme une mesure simplement étendue que le Législateur a prise pour servir à la perception de ses droits, & non comme l'expression d'une mesure pesante propre à exprimer le port des Navires d'une maniere fixe. En faisant le jaugeage suivant l'ordonnance, on trouve seulement ce que le Navire peut loger de marchandises d'une pesanteur spécifique telle que, sa cale étant entiérement remplie, il soit chargé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation. Mais on voit évidemment que cette espece de marchandise est absolument idéale, qu'elle doit varier suivant les différentes especes de Navires, suivant la pesanteur des bois, & la quantité de fer qui entrent dans leur construction, & suivant le poids de leur mâture, de leurs agrès, *&c.* Ainsi cette idée du jaugeage ne peut s'accorder aux besoins du Commerce, & la destination des Bâtiments qui y sont employés, parce qu'on a besoin principalement d'en connoître le port; elle ne peut tout au plus s'appliquer qu'à la perception des droits. C'est aussi sur leur capacité que les Navires payent les droits en Angleterre; encore cette maniere d'envisager les choses n'est-elle pas exempte de tout inconvénient.

Si l'on a toujours cherché à établir un rapport entre le port des Navires, & la capacité de leur cale, c'est qu'on a toujours senti que ces deux choses avoient une liaison intime, que la cale étoit destinée à être remplie, & que le Navire étoit destiné à être chargé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation: qu'il n'étoit pas juste de payer le fret d'une marchandise d'une grande pesanteur spécifique, seulement à l'espace qu'elle occuperoit, & de payer au poids le fret d'une marchandise d'un grand encombrement, & d'une petite pesanteur: que dans le cas où le Navire feroit chargé de marchandises de différentes pesanteurs, sous un même volume, ce qui arrive le plus souvent, il est toujours difficile d'établir le prix de chaque espece de fret, d'une maniere équitable, tant pour le Fretteur que pour l'Armateur.

Le seul cas où le tonneau de l'ordonnance donne, avec assez de précision, la charge du Vaisseau en tonneaux de poids, est celui où le Vaisseau avec sa mâture, son grément, son armement, ses vivres, *&c.* ne pese que le tiers du volume d'eau qu'il déplace étant chargé; c'est-à-dire, dans le cas où la charge est double du poids du Vaisseau tout équipé; & en même temps lorsque cette charge ne monte dans la cale que jusqu'au niveau de la flottaison. Car alors, en faisant abstraction du volume de la membrure & des bordages, le volume de la charge est le même que celui du déplacement; & comme le volume déplacé pese autant de tonneaux qu'il contient de fois 28 pieds cubiques, il s'ensuit que le tonneau de la charge occupera d'autant plus d'espace que la charge a moins de pesanteur. Or, la quantité de tonneaux qui compose la charge est, par la supposition, les deux tiers de celle du déplacement; donc réciproquement le volume du tonneau du déplacement sera les deux tiers de celui du tonneau de charge, ainsi le premier étant de 28 pieds cubiques, le deuxieme sera nécessairement de 42.

On a fait abstraction du volume de la membrure & des bordages, en supposant que la charge monte jusqu'au niveau de la flottaison; mais on ne doit pas craindre que ces suppositions induisent dans des erreurs de conséquence, car les espaces vuides qui sont au-dessus de l'eau sont, à peu près, égaux au volume de la charpente de la carene, c'est-à-dire, qu'en général les espaces destinés à la charge sont à peu près égaux au volume du déplacement. Il n'en est pas de même de la seconde

fondée sur ce que le Vaisseau doit se submerger plus, ou moins, & par conséquent occuper un nouveau volume de plus, ou de moins,

---

supposition, qui est que le Vaisseau tout équipé ne pese que le tiers de son déplacement en charge, les Vaisseaux pesent en général beaucoup davantage; ainsi il n'arrivera que très-rarement que le tonneau d'ordonnance donnera le port du Navire avec une précision suffisante. Voici cependant deux regles qui supposent une correspondance constante entre le tonneau de poids & celui d'arrimage; la premiere est usitée par les Constructeurs, lorsqu'ils n'ont pas la commodité de faire autrement; & la deuxieme est celle des Jaugeurs de Marseille.

PREMIERE REGLE. Prenez la longueur du Navire de tête en tête, en dehors de l'étrave & de l'étambot; la largeur au fort en dehors des préceintes; le creux de la ligne droite du maître bau sur la quille, qu'on peut presque toujours avoir à la pompe. Faites le produit de ces trois dimensions, & en retranchez les deux dernieres figures à droite: les chiffres qui restent à gauche indiqueront le nombre des tonneaux de 2000 livres, & de 42 pieds cubes, que peut porter, & arrimer le Navire.

SECONDE REGLE, ou *Regle de Marseille*. Mesurez en pans [1] la longueur du Navire, de l'étrave à l'étambot: sa plus grande largeur au maître bau, & son creux au même endroit, depuis la ligne qui a servi à déterminer la largeur jusqu'à la carlingue. Multipliez ces trois dimensions entr'elles, retranchez les deux dernieres figures de la droite du produit, & prenez la moitié de celles qui restent à gauche; cette moitié indiquera le nombre des tonneaux de poids & d'arrimage, qui constituent la capacité du Navire.

Le Lecteur est présentement à même d'apprécier le mérite de ces deux regles: quant à nous, il nous paroît qu'au lieu de chercher un rapport entre les tonneaux de poids & d'arrimage, rapport, qui, comme nous l'avons fait voir, ne peut être constant, il seroit beaucoup mieux d'exiger du Jaugeur qu'il déterminât le port du Navire en tonneaux de poids, & la capacité de sa cale en tonneaux d'arrimage. On lui feroit aussi évaluer la capacité des entreponts en tonneaux d'arrimage: & les opérations du jaugeage consisteroient à fournir ces deux résultats, qui mettroient à même de résoudre, avec exactitude & facilité, toutes les questions que les affretements présentent sur l'arrimage & le port des Navires.

On pourroit demander sur lequel de ces deux résultats il convient de regler le prix du fret, sera-ce au poids, ou au volume des marchandises? Comme les opérations du Commerce doivent être débarrassées de calculs minutieux, & embarrassants, & comme on obtient aisément le poids des marchandises, tandis qu'il est souvent assez difficile de se procurer leur volume avec une précision suffisante; de plus, comme les Navires sont destinés à être chargés, & qu'il n'est jamais essentiel qu'ils soient absolument pleins, nous pensons avec M. *Bouguer*, qu'il convient que le tout se regle au tonneau de poids; alors pour fixer le prix du fret d'une maniere équitable, il faut faire ensorte de le proportionner au volume respectif des différents objets, afin de tenir compte de leur encombrement. Cet usage est aussi presque généralement établi dans les différents Ports: les Affretements se font toujours au poids dans les Colonies, mais chaque espece de denrée paye un prix particulier relativement à son volume; & si la proportion exacte des volumes ne paroît pas absolument observée, c'est que les opérations de Commerce sont souvent modifiées par des circonstances qui ne peuvent être l'objet d'une Géométrie rigoureuse. En 1776, au Port-au-Prince & à Saint-Marc, le fret du Coton en balles, pesant environ 300 livres, étoit à 42 deniers de la livre, & à 36 deniers pour celui en ballottins qui ne passent pas 150 livres: celui de l'Indigo en futailles, depuis 160 jusqu'à 700 livres, étoit à 33 deniers: celui du Café en boucauds, de 1200 livres ou environ, étoit à 17 deniers, en barriques de 5 à 600 livres, il étoit à 16 deniers, en quarts de 240 à 250 livres, à 15 deniers, & en sacs d'environ 100 livres, à 14 deniers: celui du Cacao étoit à 16 deniers: enfin le fret du Sucre terré en barriques créoles, du poids de 1700 à 2000 livres, étoit à 13 deniers; à 12 deniers, en tierçons de 5 à 600 livres, & en quarts de 170 à 180 livres, il étoit à 11 deniers. Ainsi le fret du Coton, Indigo, Café, Cacao, & Sucre, sous les volumes où ils sont le plus ordinairement, étoit comme les nombres 42, 33, 17, 16, & 13. Celui du Coton sous les deux formes spécifiées, étoit comme 42 est à 36, ou comme 14 à 12. Celui du Café, dans ses trois especes de futailles & en sacs, comme 17, 16, 15, & 14: & celui du Sucre terré en barriques, tierçons,

---

[1] On suppose ici le pan seulement de neuf pouces, ou trois quarts de pied, quoiqu'il soit effectivement de neuf pouces trois lignes, trois huitiemes.

lequel soit égal à celui du fluide, dont le poids est la différence entre le poids du Navire & celui du volume calculé : mais ce volume est celui

---

& quarts, comme 13, 12 & 11. Quant aux autres denrées, comme elles ne sont jamais assez abondantes pour former l'objet principal de la cargaison, leur fret est assez communement constant, quoiqu'elles soient présentées sous des volumes différents, comme on a vu pour l'Indigo & le Cacao [1].

On remarquera, sans doute, que cette diminution du prix du fret pour une même marchandise, à proportion que la futaille qui la renferme diminue de grandeur, contredit la proportion des volumes que nous avons établie, & qui doit être suivie; car il est évident que huit quarts de Sucre de 250 livres, produisent beaucoup plus d'encombrement qu'une barrique de 2000 livres, & cependant ces huit quarts payent moins de fret que la barrique, dans la raison de 13 à 11. Voici la raison de cette contradiction. Les denrées mises dans ces petites futailles sont beaucoup moins estimées dans le Commerce que celles qui sont dans les grandes, & paient, en outre, une tare plus forte dans la raison de 19 à 13; de plus, les petites futailles sont à proportion plus coûteuses que les grandes: ainsi les Colons mettent leurs denrées le moins qu'ils peuvent sous ces petits volumes. Mais, d'un autre côté, comme ces petites pieces sont très-nécessaires pour la perfection de l'arrimage, afin de remplir les vuides que les grandes pieces laissent entr'elles, ou, comme disent les Marins, pour remplir les *Forins*, elles sont fort recherchées des Capitaines; & c'est cette concurrence qui produit une réduction dans le prix du fret : mais il n'est pas douteux que s'il s'agissoit de faire un chargement complet en petites futailles, le prix du fret ne fût plus fort que pour les grandes.

Lorsqu'on prend une cargaison de marchandises très-volumineuses, relativement à leur pesanteur, de maniere que le Navire soit tout-à-fait plein, sans être chargé jusqu'à sa ligne d'eau de navigation, il semble que le fret devroit se régler sur le volume; mais il nous paroît que, même dans ce cas, on doit se régler sur le tonneau de poids; car il est évident que cette cargaison doit rapporter le même fret que si le Navire étoit entiérement chargé. Si le Navire est de 500 tonneaux, & qu'on ne puisse arrimer que le poids de 400 tonneaux de cette marchandise, il faut que ces 400 tonneaux produisent un fret égal à celui qu'auroient produit 500 tonneaux d'une marchandise qui auroit pu s'arrimer en entier; attendu que le Navire est entiérement occupé par cette cargaison : ainsi c'est sur le port du Navire que doit se régler l'affretement. De plus, si les marchandises étoient tellement légeres que le Navire, quoique plein, ne fût pas suffisamment chargé pour naviguer avec sûreté, il faudroit alors embarquer du lest pour augmenter la stabilité, & dans ce cas les frais du lestage doivent entrer dans le prix du fret; c'est aussi ce qui se pratique, car les Armateurs veulent, autant que les circonstances peuvent le permettre, retirer de leurs Navires ce qu'ils en retireroient si on les chargeoit entiérement. Au reste, tout ceci souffre nécessairement quelques modifications, suivant l'abondance ou la rareté du fret relativement au nombre des Navires.

Il est, malgré cela, très-utile aux Capitaines de connoître la capacité de leur Navire en tonneaux d'arrimage; car connoissant seulement le port du Navire, on ne sçait pas pour cela ce que le Navire peut prendre de telle ou telle marchandise; souvent il ne pourroit pas loger dans ses capacités un volume de cette marchandise équivalent à son port, c'est ce qui nous a fait dire qu'il étoit essentiel de connoître le port & l'arrimage. Par l'arrimage on connoît le volume de marchandises que le Navire peut loger, mais le port fait connoître s'il est en état de les porter. Voici une regle assez simple & assez exacte pour trouver la capacité intérieure des Navires, elle est fondée sur les mêmes principes que celle qui a été exposée (106.) pour trouver le déplacement.

REGLE pour trouver la capacité de la cale d'un Navire en tonneaux d'arrimage. Mesurez trois largeurs du Navire, par le centre du mât d'artimon, l'une sous le pont, l'autre au niveau du dessus de la carlingue, & la troisieme au milieu de la distance entre le dessus de la carlingue & le pont. Mesurez pareillement trois largeurs semblables, quelques pieds en arriere du mât de misaine, & trois autres au milieu de la distance des points où l'on a mesuré les largeurs dans les deux premieres opérations: & vous aurez ainsi trois largeurs prises dans trois sections de la cale, faites à égale distance entr'elles.

---

[1] Nous avons pris ces nombres sur des affretements faits en temps de paix, parce que le Commerce se fait alors d'une maniere plus uniforme, & que les choses sont dans une espece d'équilibre. On ne doit cependant pas s'attendre à une exactitude rigoureuse, parce que ces nombres étant petits, une variation d'une unité, en plus, ou en moins, fait varier sensiblement leur rapport. En 1780 (temps de guerre), les affretements du Coton, Indigo Café, Cacao, Sucre, suivoient la proportion des nombres 20, 20, 12, 10, & 18, (le fret du Coton étant à 120 den.); proportion, qui, comme on le voit, differe sensiblement de la précédente : mais dans la guerre le Commerce éprouve des especes de mouvements convulsifs, qui troublent singuliérement l'ordre de ses opérations.

dont la base est la section, ou le plan de flottaison, *ABC*, & dont la hauteur est la quantité dont le Navire doit se submerger plus ou moins, en supposant néanmoins que cette quantité soit très-petite. Donc, en divisant le volume par l'aire du plan de flottaison, le quotient sera

---

Pour avoir l'aire de chaque section, ajoutez ensemble la moitié des largeurs prises sous le pont & au-dessus de la carlingue, & la largeur intermédiaire en entier; multipliez cette somme par la moitié du creux de dessous barrot for carlingue, le produit sera l'aire de chaque section (106.).

Ajoutez ensuite la moitié de l'aire des sections faites au mât d'artimon, & au mât de misaine, avec la section intermédiaire prise en entier, & multipliez la somme par la distance d'une section à l'autre; le produit exprimera en pieds cubiques la capacité de la partie de la cale comprise entre les sections extrêmes; il ne s'agit plus que d'y joindre les parties comprises entre ces sections extrêmes & l'étambot & l'étrave (106.).

On peut regarder, sans erreur sensible, ces derniers espaces comme des demi-paraboloïdes, ainsi leur solidité se trouvera en multipliant l'aire de chaque section extrême, par la moitié de la distance à l'étambot, ou à l'étrave (108, *Note*, *page* 60, & *Tome I*, 124 & 126.).

Retranchant de la somme de ces trois quantités, l'espace qu'occupe l'archipompe, on aura la capacité de la cale en pieds cubiques, à quoi on ajoutera les espaces de l'entrepont, où l'on peut loger des marchandises; & il ne s'agira plus que de diviser la somme de tous ces espaces par 42, le quotient sera la capacité du Navire en tonneaux d'arrimage.

Il faut ensuite connoître la quantité de pieds cubiques qu'occupe un tonneau de poids de la marchandise qui doit faire la cargaison, & diviser la capacité du Navire, exprimée en pieds cubiques, par ce nombre, le quotient exprimera le nombre de tonneaux de poids qui correspond à la totalité de l'arrimage. Ainsi, connoissant le port du Navire, on verra, tout d'un coup, s'il peut porter une cargaison complette de cette marchandise, si le Navire en sera suffisamment chargé, ou s'il faudra embarquer du lest.

Dans le cas où il sera nécessaire d'embarquer du lest, on en soustraira le volume de celui qu'on vient de trouver pour la capacité du Navire; faisant ensuite la division, comme on vient de le prescrire, on ajoutera le poids du lest au quotient, la somme sera la charge produite par la cargaison & par le lest.

Pareillement, si l'on connoît le port du Navire en tonneaux de poids, on pourra trouver le volume de telle ou telle marchandise qui répond à ce poids, en multipliant le port par la quantité de pieds cubiques qu'occupe un tonneau de cette marchandise: & divisant le produit par 42, on aura le nombre des tonneaux d'arrimage qui y répond. Ainsi, en connoissant d'avance la capacité du Navire, on verra si le Navire peut loger autant de cette marchandise qu'il en peut porter.

Par les principes que nous avons donnés dans cette Note, on peut aussi trouver jusqu'à quelle ligne d'eau le Navire doit enfoncer, sa cale étant remplie d'une espece de marchandise, dont la pésanteur spécifique n'est pas suffisante pour charger le Navire: par-là on verra s'il faut absolument embarquer du lest, & la quantité qu'il convient d'en prendre. On peut aussi, comme nous l'avons dit, faire usage des échelles de solidités.

Pour rendre ces calculs plus faciles, nous donnerons, dans les Additions de cet Ouvrage, une Table des pesanteurs spécifiques des différents objets qui peuvent former une cargaison, de même que des munitions de guerre & de bouche, des différentes parties du grément, & des objets qui entrent dans la construction d'un Navire. Ces tables seront très-utiles aux Constructeurs, car à leur moyen ils évalueront aisément ce que doit peser, tout armé, équipé, & chargé, un Navire qu'ils auroient à construire d'un port déterminé; & à ce moyen, ils seront à même d'en déterminer le déplacement, & de proportionner sa carene en conséquence.

Quelquefois c'est sur la capacité de la cale qu'il faut tabler, lorsqu'on construit un Navire destiné à telle ou telle espece de commerce, lorsqu'il doit, par exemple, charger en grenier quelque espece de grains, ou autre chose; alors il faut faire ensorte de lui donner des capacités suffisantes pour loger une quantité déterminée de ces marchandises, & proportionner sa carene de maniere qu'il en soit suffisamment chargé. Pour faciliter ces opérations, on trouvera aussi, dans les Additions, combien il faut de chaque espece de marchandise pour faire un tonneau, suivant ce qui a été reglé pour les affretements du Roi.

la hauteur. Dans l'exemple qui précede, on vient de voir que le volume dont le Navire sera submergé dans le fluide, en supposant qu'il enfonce jusqu'à la ligne d'eau ABC, est de 66064 pieds cubiques : multipliant cette quantité par 1019 onces $\frac{3}{5}$, le produit 67263259 onces exprimera le poids de ce volume. Supposons maintenant que le Vaisseau dût peser 70000000 onces, la différence sera 2736741, laquelle étant divisée par 1019 $\frac{3}{5}$, donnera 2684 pieds cubiques pour le volume correspondant à cette différence. Divisant ce nombre de pieds cubiques par 5312, qui est la valeur en pieds quarrés de la surface du plan de flottaison ABC (108.), on trouve pour quotient un peu plus de 6 pouces ; c'est la hauteur dont la vraie ligne d'eau sera plus élevée que la ligne d'eau ABC.

(111.) S'il est essentiel de ne pas changer cette ligne d'eau ABC, soit parce qu'en la changeant, la batterie deviendroit extraordinairement trop basse, ou trop haute, il sera nécessaire alors de faire des changements au Navire, en donnant plus ou moins de volume à sa carene, jusqu'à ce qu'il en résulte un volume qui convienne avec le poids que le Navire doit avoir. On peut faire ces altérations de différentes manieres, soit en donnant plus ou moins de capacité aux couples, soit en augmentant, ou en diminuant, quelqu'unes des dimensions du Navire, ou en les changeant toutes ensemble. Mais en supposant qu'on ait donné aux couples la figure la plus parfaite, & qu'on ne veuille pas l'abandonner; on fera ensorte d'augmenter, ou de diminuer le Vaisseau proportionnellement dans toutes ses parties; c'est ce qu'on peut toujours faire avec beaucoup de précision: car si l'on exprime par v le volume trouvé par le calcul, par V celui qu'on voudroit donner au Vaisseau, par m la largeur correspondante au volume v, & par x celle qui correspond au volume V; on aura cette proportion, à cause de la similitude qu'il doit y avoir entre les Vaisseaux, $v : V :: m^3 : x^3$ *, ce qui donne $x = \frac{mV^{\frac{1}{3}}}{v^{\frac{1}{3}}}$: de sorte que le produit de la racine cubique du volume qu'on veut donner au Vaisseau, multipliée par la largeur de celui dont on a déterminé le volume par le calcul, étant divisé par la racine cubique du volume trouvé par le même calcul, le quotient exprimera la largeur qu'il faut donner au nouveau Navire, pour que sa carene ait le volume V, qu'on desiroit qu'elle eût. Dans le même exemple précédent, si on vouloit que le Vaisseau déplaçât un volume de fluide de 72000 pieds cubiques, au lieu des 66064

* *Voyez* le *Cours de Mathématiques* de M. *Bezout*, Deuxieme Partie, *Article* 265.

pieds cubiques trouvés par le calcul, on auroit $\frac{42.(72000)^{\frac{1}{3}}}{(66064)^{\frac{1}{3}}} = 43$ pieds $\frac{1}{4}$ pour la valeur de la largeur qui correſpond à ce nouveau volume. On ſuppoſe dans tout ce calcul, que toutes les parties du Navire augmentent proportionnellement; mais quoiqu'il n'en fût pas ainſi, à toute rigueur, l'altération ne devant pas être très-grande, l'erreur ſeroit toujours négligeable; car quand le calcul différeroit de la vérité de 1000 pieds cubiques, comme il faut diviſer ces 1000 pieds cubiques par 5312, qui eſt la ſurface du plan de flottaiſon il n'en réſulteroit qu'une erreur de $\frac{1000}{5312}$ de pieds, ou d'environ deux pouces, dans la hauteur de la ligne d'eau; quantité qui eſt aſſurément négligeable.

(112.) Le calcul matériel du poids d'un Vaiſſeau de guerre, déterminé par la réunion du poids de toutes ſes parties, eſt long, comme nous l'avons dit ci-devant, & l'on eſt d'ailleurs fort expoſé à commettre des erreurs. Il eſt beaucoup plus facile pour les Conſtructeurs, d'examiner, au moyen des plans qu'ils peuvent avoir de quelques Vaiſſeaux anciennement conſtruits, le volume que ces Vaiſſeaux ont deplacé: car ce volume devant être le même pour tous ceux du même rang, il ſervira de baſe pour ceux qu'ils auroient à conſtruire par la ſuite. En examinant le volume qu'occupent dans l'eau de mer les Vaiſſeaux & Frégates du Roi, conſtruits ſuivant la méthode Anglaiſe, on a trouvé que le Vaiſſeau de 70 canons, ayant 48 pieds de largeur, déplace 96500 pieds cubiques: que celui de 60 canons, ayant 42 pieds de largeur, déplace 68650^{ppp}: que la Frégate de 26 canons de 12, ayant 33 pieds de largeur, déplace 34782^{ppp}: que la Frégate de 22 canons de 8, & de 31 pieds $\frac{2}{3}$ de largeur, déplace 25170^{ppp}: qu'un Paquebot de 18 canons de 6, avec 26 pieds de largeur, déplace 15740^{ppp}: & qu'un autre Paquebot de 16 canons de 4, avec 25 pieds de largeur, déplace 11770^{ppp}. Si l'on multiplie ces volumes ainſi exprimés en pieds cubiques par $1019\frac{2}{3}$, qui eſt le nombre des onces Caſtillanes que peſe un pieds cube d'eau de mer, & ſi l'on diviſe le produit par 1600, nombre des onces contenues dans un quintal, on trouvera que le Vaiſſeau de 70 canons peſe 61499 quintaux: celui de 60 canons, 43750: la Frégate de 26 canons, 22166: celle de 22 canons, 16040: le Paquebot de 18 canons, 10031: & celui de 16 canons, 7511.

(113.) Si tous ces Navires étoient ſemblables, de façon que leurs dimenſions fuſſent proportionnelles, leurs volumes & leurs poids ſeroient comme les cubes de leur largeur. Dans cette ſuppoſition, en prenant pour baſe le Vaiſſeau de 60 canons, on trouvera 65306

quintaux pour le poids qui correſpond au Vaiſſeau de 70 canons; quantité qui excede celle qu'on a trouvée par l'expérience de 3807 quintaux. On conclud de cet exemple, qu'à meſure que les Vaiſſeaux ſont plus grands, leurs volumes & leurs poids ſuivent une raiſon moindre que celle des cubes de leurs largeurs. Ceci dépend non ſeulement de ce que, contre toute raiſon, quelques Conſtructeurs ſont dans l'uſage de donner aux bois & ferrures des grands Vaiſſeaux de moindres dimenſions, c'eſt-à-dire, un moindre échantillon que celui qu'ils devroient avoir à proportion de leur grandeur; mais encore de ce que les grands Vaiſſeaux n'ont pas beſoin d'avoir des entreponts & des chambres d'une élévation proportionnée à leur grandeur; d'où il réſulte par conſéquent que le corps entier du Vaiſſeau n'eſt point élevé en proportion de ſa grandeur. Le Vaiſſeau de 60 canons a 6 pieds 10 pouces ¼ de hauteur d'entrepont; en ſuivant la proportion qui réſulte de la ſimilitude parfaite, il correſpondroit une hauteur de 7 pieds 10 pouces pour l'entrepont du Vaiſſeau de 70, lequel n'a cependant que 7 pieds 1 pouce. Les quatriemes alonges des couples du Vaiſſeau de 60 canons ont 12 pouces ½ de largeur: en ſuivant la proportion, il viendroit 14 pouces $\frac{5}{7}$ pour le vaiſſeau de 70; & dans ce Vaiſſeau elles ont ſeulement 13 pouces ¼. Il eſt vrai que les Conſtructeurs compenſent ce défaut, quoique non abſolument, en mettant à proportion une moindre diſtance entre les couples des grands vaiſſeaux; mais cela ne peut apporter de compenſation qu'au défaut d'échantillon des alonges. Les autres pieces demeurent toujours ſans aucune compenſation. Les baux du premier pont, dans le vaiſſeau de 60 canons, ont 15 pouces ¾ de largeur; ce qui correſpond à 18 pouces pour celui de 70 canons: cependant les baux du premier pont de ce Vaiſſeau n'ont ſeulement que 17 pouces ½. Ajoutons à cela que l'on borde ordinairement ces deux Vaiſſeaux avec des bordages de même épaiſſeur. Cette pratique s'eſt introduite ſans réflexion, & ſans aucune raiſon; car ſi nous nous rappellons ce que nous avons dit des Leviers, (*Tome I, Art.* 212, 213, 214, 215, *& leurs Notes*), la réſiſtance des pieces de bois eſt comme les cubes de leurs diametres; & puiſque les poids ſont dans la raiſon des cubes des largeurs des Navires; les moments dont ils ont à éprouver l'action, ſont comme les quatriemes puiſſances deſdites largeurs, ou les moments d'inertie ſeront comme les cinquiemes puiſſances*. Il eſt évident, par cette raiſon, qu'en ſuppoſant les di-

* Pour voir diſtinctement la légitimité de l'application des *Articles* du premier Volume auquel l'Auteur renvoie; on remarquera 1°. que, par l'*Article* 214, la force dont les bois peuvent ſupporter

mensions proportionnelles, le grand Vaisseau est moins capable de résistance que le petit, & par conséquent il faudroit donner de plus grandes épaisseurs aux pieces de bois dont le grand est composé, c'est-à-dire, leur donner un plus fort échantillon, ce qui est tout le contraire de ce que pratiquent les Constructeurs. Si l'on représente par g l'épaisseur des couples, par a leur largeur, par n leur nombre, & par m la largeur du Vaisseau; pour que tous les Vaisseaux fussent capables d'une égale résistance, l'expression $\frac{ng^2a}{m^5}$ devroit être généralement constante pour tous les cas. Ainsi l'on voit que, quand on feroit les épaisseurs g, les largeurs a, & le nombres des couples n, dans le rapport des dimensions linéaires, ou des largeurs m des Navires, l'expression se réduiroit toujours à $\frac{1}{m}$: ce qui fait voir que, même dans ce cas, les Frégates demeureroient encore plus fortes que les Vaisseaux, & malgré cela, elles seroient beaucoup moins chargées de bois, en raison inverse des mêmes largeurs. Ajoutons à cela que, pour l'ordinaire, les Constructeurs ne font n que comme $m^{\frac{2}{3}}$, ce qui réduit l'expression ci-dessus à $\frac{1}{m^{\frac{4}{3}}}$. L'expérience confirme journellement cette théorie : il n'est que trop ordinaire de voir les grands Vaisseaux arqués, rompus, désunis, tandis que les Frégates se maintiennent fermes, sans aucune désunion, & sans le moindre arc. Les bois

l'action, est en raison directe de la somme des moments de leurs fibres, par rapport à l'axe autour duquel la rotation tend à se faire, & en raison inverse de la distance de la puissance agissante au même axe. Supposant donc la puissance appliquée à la même distance de l'axe dans deux leviers différents, il s'ensuivra que la force dont ces leviers pourront supporter l'action sera seulement dans la raison de la somme des moments qui résultent de l'intensité des fibres. Or (*Tome I, Article* 206) la somme de ces moments est exprimée par $KA^2 + ka^2$, & on a fait voir (*Tome I, Article* 212, *Note.*) que, dans le cas où l'on supposeroit les leviers semblables, cette quantité est proportionnelle à L^3, c'est-à-dire, au cube de leurs diametres.

2°. Le même *Article* 214 donne $\frac{p\pi}{L^2l} = \frac{P\varphi}{L'^2l'}$, ou $\frac{L^2l}{p\pi} = \frac{L'^2l'}{P\varphi}$, pour le cas où le levier est en repos; mais dans le cas où la rotation se fait effectivement autour d'un axe, les moments $p\pi$, $P\varphi$ des puissances, sont les moments d'inertie: exprimant donc ces moments par S & S', dans les deux leviers, on aura $\frac{L^2l}{S} = \frac{L'^2l'}{S'}$. On parviendroit à une expression analogue, en considérant que $\pi = \frac{Sdu}{p^2dt}$, & par conséquent $\varphi = \frac{S'du}{P^2dt}$ (*Tome I, Article* 205.) : ce qui fait voir que sous une même vîtesse angulaire les puissances sont entr'elles comme les moments d'inertie, &c. &c.

Ceci posé, si on considére le Navire comme un levier, ainsi que le fait l'Auteur, il est clair que les puissances π & φ étant les poids, elles sont proportionnelles aux cubes des largeurs des Navires, & que les distances p & P sont proportionnelles aux mêmes largeurs; ainsi les moments $p\pi$, $P\varphi$ sont comme les quatriemes puissances desdites largeurs. On voit encore que les moments d'inertie étant le produit des poids par le quarré de leurs distances à l'axe de rotation, ces moments sont proportionnels aux cinquiemes puissances des largeurs des Navires, &c. &c. (*Voyez* aussi l'*Article* 439 de ce Volume, qui contient une démonstration particuliere de cette vérité.)

bois qui composent les Vaisseaux de guerre sont donc trop foibles, tandis que ceux qui composent les Frégates peuvent être extraordinairement forts. Si les Bâtiments d'une grandeur moyenne, comme, par exemple, ceux de 40 pieds de largeur, ont été reconnus avoir une force suffisante, il n'étoit pas nécessaire, & il est même contre la raison, que les Bâtiments d'une moindre grandeur aient à proportion plus d'épaisseur de bois; ces derniers peuvent même en avoir moins, sans qu'il y ait de risque qu'ils soient moins forts à proportion. Au contraire, dans les grands Vaisseaux, comme les Vaisseaux de guerre, il est nécessaire que les bois soient d'un plus fort échantillon; & malgré cela, on ne pourra jamais leur donner une force égale à celle des petits, sans courir le risque qu'ils n'occupent ensuite un volume beaucoup trop considérable dans le fluide, & qu'il n'en résulte de très-grands défauts. On voit, en conséquence de tout ceci, qu'il convient de faire quelque augmentation à l'échantillon des grands Vaisseaux; mais cela doit se faire avec beaucoup de précautions & de réserve : car un demi-pouce seulement d'augmentation dans les épaisseurs sur chaque 12 pouces, ou un pouce d'augmentation sur 24 pouces, augmente le poids d'une piece, à très-peu-près, dans la raison de 12 à 13, les poids étant comme les quarrés des dimensions linéaires. Par conséquent, si le corps du Navire pese 37100 quintaux, ce qui est à peu près le poids d'un Vaisseau de 70 canons, comme on le verra plus bas, cette seule augmentation dans les épaisseurs, le feroit peser 3090 quintaux de plus, ce qui lui abaisseroit sa batterie de 8 pouces, & lui feroit perdre beaucoup de sa marche.

(114.) Dans les Vaisseaux Espagnols construits par *Gastañeta*, les couples étoient aussi unis qu'ils le sont dans ceux de construction Anglaise; mais les unions, ou empâtures des pieces les unes avec les autres étoient plus petites, ce qui diminuoit la longueur de chaque piece d'un pied & demi, ou de deux pieds, & cette diminution des longueurs diminuoit le poids du Navire d'environ 1000 quintaux: ces Vaisseaux étoient donc toujours légers; mais ce travail est fondé sur de faux principes, comme le sçavent les Constructeurs habiles.

(115.) Les Constructeurs Français mettent une plus grande distance entre les couples; ils n'emploient pas non plus tant de pieces courbes *, de sorte qu'un Vaisseau de 70 canons, avec 46 pieds

* L'Auteur entend parler des courbes qui servent à assujettir les baux contre les membres, les courbes d'arcasses, la courbe d'étambot, &c., les guirlandes, &c., qu'on met en moindre quantité, ou d'un moindre échantillon.

Anglais de largeur, déplace seulement 90260 pieds cubiques, qui équivalent à 57522 quintaux de poids. Ce Vaisseau ayant la même longueur & le même creux que celui dont nous avons parlé, qui est construit à l'Anglaise; il s'ensuit que les poids du corps de ces Navires doivent être entre eux comme leur largeur; c'est-à-dire, comme 48 est à 46. Or, si le corps du premier de ces Vaisseaux pesoit 37100 quintaux, le poids du second ne devroit être moindre que de 1546 quintaux, au lieu de 3977 qu'on a trouvés en prenant le poids total de toutes ses parties. Donc la différence 2431 quintaux provient de la moindre quantité de bois & ferrures employés dans la construction du Vaisseau Français; & ajoutons à cela encore quelque chose de plus pour la plus grande quantité de lest dont ces Vaisseaux ont besoin. La distance entre les couples de ce Navire étoit plus grande de 4 pouces, ce qui fait qu'il y avoit en tout huit couples de moins, dont le poids est à peu près de 1030 quintaux. Si l'on soustrait cette quantité des 2431 quintaux ci-dessus, il ne reste déjà plus que 1401, qui proviendroient des courbes & autres pieces qu'on emploie de moins dans la construction Française.

(116.) Il résulte de tout cela, que quoiqu'on ait le poids des Vaisseaux par l'expérience, ou par le calcul du volume d'eau qu'ils déplacent, il n'en faudra pas conclure que tous ceux d'un même rang auront le même poids: car il est nécessaire d'avoir égard à la nature de leur construction, au poids & à la qualité des matériaux qui y entrent. Mais toutes les fois qu'on aura soin de faire les corrections correspondantes aux différences qu'il y auroit entre eux, on pourra parvenir à connoître, avec une approximation suffisante, le poids & le volume du Navire qu'on voudroit construire.

(117.) Si, dans les Vaisseaux de construction Anglaise, il n'y avoit pas d'autres différences que celles qui naissent des différentes hauteurs des entreponts, & celle que nous avons remarquée, qui provient des épaisseurs des bois, & qui est légere; & si, dans tout le reste, ils étoient réglés suivant la proportion de leur largeur, les volumes qu'ils occuperoient dans le fluide seroient pour le Vaisseau de 80 canons, avec 51 pieds de largeur, 111500 pieds cub.

de 70	48	96500
de 64	45	81400
de 60	42	68650
de 54	40	60900

(118.) On a coutume de faire un Vaisseau de 100 canons de celui de 80, en lui donnant un second entrepont: cette addition augmente le poids du Vaisseau d'à-peu-près 4100 quintaux, auxquels ajoutant

6475 quintaux de plus pour l'augmentation de l'artillerie, des munitions, des équipages, & des vivres; & de plus, 3000 quintaux pour l'augmentation du lest, on aura 10675 quintaux, dont le Vaisseau de 100 canons pesera plus que celui de 80: or cet excédent équivaut à 16793 pieds cubiques de volume; donc le volume de fluide que déplacera le Vaisseau à trois Ponts, sera de 128293 pieds cubiques. Ce Vaisseau construit sur le gabari du Vaisseau de 80, aura sa batterie de 30 pouces plus basse que celle de celui-ci: de sorte qu'il ne lui restera que 4 pieds ½ de batterie; ce qui démontre la nécessité d'augmenter la capacité des gabaris des Vaisseaux à trois ponts; & fait voir, par conséquent, que jamais un tel Vaisseau n'aura d'aussi bonnes qualités que celui de 80 canons.

(119.) Il ne restera non plus, au Vaisseau de 54 canons, que 4 pieds ½ de hauteur de batterie, & pour lui donner plus d'élévation il seroit nécessaire de l'alléger en diminuant la quantité & les dimensions des bois qui entrent dans sa construction.

(120.) On peut trouver, par les mêmes regles, le volume que les Frégates doivent déplacer. Prenant pour exemple la Frégate de 22 canons, on aura le cube de 48, largeur du Vaisseau de 70 canons, est au cube de 31 $\frac{2}{3}$, largeur de la Frégate de 22, comme 96500 pieds cubiques, volume que déplace le Vaisseau, est à 27708 pieds cubiques, volume que devroit déplacer la Frégate, si elle étoit en tout semblable au Vaisseau. La Frégate avoit un entrepont, mais comme elle ne devoit pas y porter d'artillerie, il étoit fort bas, & toute la hauteur de la Frégate, depuis la quille jusqu'au plat-bord, étoit proportionnée à celle du Vaisseau; de sorte qu'à cet égard il n'y a point de correction à faire. Il manquoit à la Frégate le faux pont & la dunette, & comme ses couples étoient distants les uns des autres de 26 pouces, au lieu de 20, comme ils auroient du l'être, suivant la proportion du Vaisseau, il lui manquoit 16 couples: en outre, le poids de son artillerie, qui, en suivant la proportion avec celle du Vaisseau, devoit être de 1000 quintaux, étoit seulement de 550. Le poids du faux pont auroit été de 1140 quintaux, celui de la dunette, avec l'augmentation d'œuvre morte qui en résulte des deux côtés, de 170; celui des 16 couples, de 740; enfin celui de l'artillerie, des boulets, affuts, & autres ustensiles, étoit de 880. Le total est donc 2930 quintaux qui correspondent à 4597 pieds cubiques de volume. Soustrayant ce nombre des 27708 pieds cubiques trouvés ci-dessus, il restera 23111, c'est-à-dire, 2059 pieds cubiques de moins que ce qu'on a trouvé par l'expérience; différence qui provient de la trop grande épaisseur qu'on a donnée aux bois employés dans la construction de cette Frégate.

(121.) Le cube de $31\frac{2}{3}$, largeur de la Frégate de 22 canons, eſt au cube de 25, largeur du Paquebot de 16 canons, comme 25170 pieds de volume que déplaçoit la Frégate, eſt à 12385, volume que devroit déplacer le Paquebot. Retranchant 300 de ce nombre pour 6 couples que le Paquebot avoit de moins, à cauſe qu'ils étoient à une plus grande diſtance que ne le requéroit la proportion des corps de ces deux Bâtiments, il reſtera 12085 pieds cubiques, nombre qui n'eſt que de 15 pieds plus fort que celui qu'a donné l'expérience; d'où l'on conclud que ce Pequebot étoit à proportion moins chargé de bois que la Frégate.

(122.) Malgré ces attentions ſcrupuleuſes pour approcher le calcul de la vérité, on trouve quelquefois des différences conſidérables. Les Capitaines, ou les Contre-Maîtres, mettent le leſt ſans obſerver beaucoup de regle: celui qui eſt plus timide en embarque davantage: de ſorte que 200 quintaux de plus ou de moins dans un petit Bâtiment, ou 1500 dans un grand, leur paroît un objet qui ne mérite aucune conſidération. Cette différence eſt remarquable dans la Frégate de 26 canons de 12. Le cube de $31\frac{2}{3}$, largeur de la Frégate de 22, eſt au cube de 33, largeur de celle de 26, comme 25170 pieds cubiques, volume que déplaçoit la premiere, eſt à 28447, volume qu'auroit dû déplacer la ſeconde; mais comme cette derniere Frégate avoit 5 pieds de longueur de plus qu'elle n'auroit dû avoir, ſuivant la proportion générale, on doit augmenter ce dernier nombre de 1138 pieds cubiques, & le volume qu'elle auroit dû occuper dans le fluide, ſera de 29585 pieds cubiques. En outre, en ſuivant la proportion générale des cubes des dimenſions, ſon artillerie n'auroit dû peſer que 620 quintaux, & elle en peſoit 910, ce qui fait 290 de plus que la régularité ne l'exigeoit, leſquels avec 130, poids correſpondant aux uſtenſiles & munitions qui proviennent de cet excès, font 420 quintaux, qui correſpondent à un volume de 660 pieds cubiques. Ajoutant ce volume aux 29585 pieds cubiques trouvés ci-deſſus, le volume total que devoit déplacer la Frégate, ſera de 30245. Mais on a trouvé par l'expérience, qu'elle en déplaçoit 34782, donc elle déplaçoit 4537 pieds cubiques de plus qu'elle n'auroit dû le faire, ce qui correſpond à 2890 quintaux, d'où l'on doit conclure que la Frégate étoit trop ſurchargée de leſt. On doit cependant convenir, qu'il y avoit de très-bonnes raiſons pour admettre une partie de cet excès de leſt, parce que les 290 quintaux de plus que peſoit la ſeule artillerie, avec le poids des munitions & uſtenſiles qui en dépendent, élevoient néceſſairement le centre de gravité, & il étoit néceſſaire de l'abaiſſer par le moyen d'une augmentation de leſt, afin

de mettre ce Bâtiment en état de naviguer avec la sûreté convenable; mais on peut toujours dire, avec vérité, que la quantité qu'on a employée pour remplir cet objet est excessive. On parviendroit au même résultat en faisant le calcul sur le Paquebot de 18 canons.

(123.) Il résulte de tout ce qui vient d'être dit, que même en calculant le poids de toutes les parties dont on compose le Vaisseau, & celui de sa charge, on ne peut être assuré de sa ligne de flottaison, ou du volume qu'il doit déplacer dans le fluide; parce que cela dépend du lest qu'on y mettra, & celui-ci de la situation du centre de gravité : mais étant assurés d'avance de la situation de ce centre, la regle est aussi générale & aussi sûre qu'on peut le désirer. Ces erreurs ont coutume aussi de dépendre, de ce qu'on ne donne pas aux Bâtiments la grandeur correspondante. Pour que le tout fût dans la vraie proportion, l'artillerie de la Frégate de 22 canons, pesant 550 quintaux, & l'artillerie de celle de 26 en pesant 910, on devroit avoir cette proportion : 31 $\frac{2}{3}$, largeur de la premiere, est à la largeur de la seconde, comme la racine cubique de 550 est à la racine cubique de 910; ainsi, la largeur de la derniere auroit dû être, dans ce cas, de 37 pieds, au lieu de 33; & le volume qu'auroit occupé la Frégate avec cette largeur, seroit de 37540 pieds cubiques.

(124.) Toutes les parties des carenes doivent se régler sur la même proportion, pour que les volumes déplacés soient aussi dans ce rapport; & en effet, la pratique manifeste qu'ils suivent à peu près cette proportion à quelque différence près, qui proviennent des erreurs que l'ignorance, ou l'inattention, fait commettre. Les Constructeurs pourront cependant s'éloigner de ces regles, mais ils doivent être fondés sur des motifs bien naturels, comme, par exemple, si on leur demandoit un Navire capable d'une plus grande charge, ou d'une plus grande résistance, ou bien d'une marche plus avantageuse; dans un tel cas, on examinera avec soin les altérations qu'on voudra faire, pour qu'après avoir calculé l'augmentation ou la diminution du poids qui doit en résulter, on puisse en conséquence augmenter ou diminuer le volume dans la même proportion.

(125.) Cet examen nous donne lieu de faire une remarque importante; c'est que même jusqu'au nombre d'hommes dont sont composés les équipages des différents Navires, ne sont pas éloignés de suivre la proportion des cubes des largeurs; on voit, dans la Table suivante, quels doivent être les équipages pour être réglés suivant la raison des cubes, & ces nombres ne sont pas éloignés de ceux qui ont effectivement lieu dans la pratique.

Navires de	*Largeurs.*	*Equipages.*
80 canons	51 pieds.	717 hommes.
70	48	590
64	45	493
60	42	401
54	40	346
26	37	273
22	$31\frac{2}{3}$	178
18	26	95
16	25	84

On doit entendre que, pour que cette loi ait lieu, il faut que l'artillerie soit aussi réglée sur cette proportion; car en surchargeant les Vaisseaux d'artillerie, il est nécessaire d'augmenter en même temps les équipages; mais ces deux articles étant fixés suivant la regle établie, les vivres suivront nécessairement la même regle, & par conséquent la totalité du Vaisseau.

(126.) De même qu'on a calculé le volume du fluide que déplace le Vaisseau tout armé, qu'il a toute sa charge, & qu'il est calé jusqu'à la ligne d'eau dans laquelle il doit naviguer, on peut calculer de la même maniere le volume qu'il déplace lorsqu'il est vuide, qu'il n'y a que sa coque d'achevée, comme lorsqu'on vient de le lancer à la mer: & par conséquent on en peut conclure son poids. Le volume que déplaçoit en cet état le Vaisseau de 70 canons, & de 48 pieds de largeur, s'est trouvé de 58222 pieds cubiques, celui du Vaisseau de 60 canons, & de 42 pieds de largeur, s'est trouvé de 42705 pieds: celui de la Frégate de 26 canons, étoit de 16380 pieds: & celui de la Frégate de 22 canons, de 16693 pieds.

(127.) En supposant que les bois & les ferrures de ces Navires soient proportionnés d'une maniere convenable, ces volumes doivent suivre la raison des cubes des largeurs. Le cube de 48, largeur du Vaisseau de 70 canons, sera donc au cube de 42, largeur de celui de 60, comme 58222, volume que déplaçoit le premier, est à 39004, volume que devoit déplacer le second: mais ce dernier déplaçoit un volume de 42705^{ppp}, lequel excéde celui trouvé par l'analogie de 3701^{ppp}. Cette différence vient non-seulement de la plus grande hauteur des entreponts qu'avoit, à proportion, le Vaisseau de 60 canons, mais particuliérement de la plus grande épaisseur qu'on a donnée, sans nécessité, aux pieces de bois qui entrent dans sa construction. Pareillement, le cube de 48, largeur du Vaisseau de 70 canons, est au cube de $31\frac{2}{3}$, largeur de la Frégate de 22 canons, comme 58222

volume que déplaçoit le Vaiſſeau, eſt à 16693, volume que devoit déplacer la Frégate. Ce volume ſe réduit à 13477, ſi l'on en retranche 3216 pieds cubiques, qui correſpondent à 2050 quintaux, qu'on a retranchés (120.), pour le poids du faux pont, de la dunette, & des couples que la Frégate avoit de moins. Mais cette Frégate a déplacé réellement 16490 pieds cubiques de volume: donc la différence 3013 eſt en excès, à cauſe de la plus grande épaiſſeur que le Conſtructeur avoit donnée, ſans néceſſité, aux bois qui entrent dans ſa conſtruction. On a trouvé cet excès (120.) ſeulement de 2059 : donc la différence 954 provient de 608 quintaux de leſt que la Frégate portoit de moins, à proportion de celui que portoit le Vaiſſeau; ainſi les 3013 pieds cubiques, leſquels équivalent à 1920 quintaux de poids, doivent être attribués en entier au trop fort échantillon des pieces dont la Frégate étoit conſtruite.

(128.) La Frégate de 26 canons qui, contre tout bon principe, s'eſt trouvée peſer effectivement moins à proportion que celle de 22, ſe trouve néanmoins en quelque choſe ſurchargée de bois. Le cube de 48, largeur du Vaiſſeau de 70 canons, eſt au cube de 33, largeur de la Frégate de 26, comme 58222, volume que déplaçoit la coque du Vaiſſeau, eſt à 18867, volume que devoit déplacer celle de la Frégate, en la ſuppoſant ſemblable au Vaiſſeau dans toutes ſes dimenſions; mais comme cette Frégate avoit 5 pieds de longueur de plus que cette proportion, il faut ajouter 755 pieds à ce volume, lequel devient, par cette raiſon, de 19622 pieds cubes. Retranchant de ce nombre 3780 pour le faux pont, la dunette, & les couples qu'elle avoit de moins, il reſtera, pour le volume que cette Frégate devoit déplacer 15842; enſorte qu'elle déplaçoit encore 538 pieds cubiques de plus qu'elle n'auroit dû le faire.

(129.) Il ne paroît pas croyable qu'il pût jamais entrer dans l'eſprit du même Conſtructeur de donner plus d'épaiſſeur de bois à la Frégate de 22 canons qu'à celle de 26. L'erreur vient ſans doute du défaut de ſoin des ouvriers, & du déſordre qui regne le plus ſouvent dans les chantiers de conſtruction : car il m'eſt arrivé à différentes fois de meſurer les couples de deux Navires parfaitement égaux, & j'ai trouvé une différence d'un pouce, & même d'un pouce & demi dans les épaiſſeurs.

(130.) Le volume de fluide que déplace le Vaiſſeau de 70 canons lorſqu'il eſt vuide, eſt les $\frac{3}{5} + \frac{1}{300}$ de celui qu'il déplace étant armé, & prêt à naviguer; celui du Vaiſſeau de 60 canons eſt les $\frac{3}{5} + \frac{6\frac{3}{5}}{300}$; & celui de la Frégate de 22 canons les $\frac{3}{5} + \frac{6\frac{1}{2}}{300}$: mais l'augmentation

de ces rapports dans ces deux Bâtiments provient, comme nous l'avons déjà vu, de ce qu'ils sont surchargés de bois : & ainsi on ne peut déduire de regles sûres pour la pratique. Si, dans les Frégates, on regle les dimensions des bois sur les largeurs, & qu'on appelle p le volume que déplace une Frégate armée & en état de naviguer, en la supposant en tout semblable au Vaisseau ; si de plus on appelle r le volume qui correspond au poids des ponts & des couples qu'elle a de moins, & a celui qui correspond au poids de l'artillerie, dont aussi elle est moins chargée à proportion ; alors $p - r - a$ sera le volume avec lequel la Frégate doit naviguer. Prenant q pour exprimer le volume qu'elle doit déplacer étant vuide, en la supposant toujours semblable en tout point au Vaisseau, $q - r$ sera celui qu'elle déplacera réellement ; d'où il suit que $\frac{q-r}{p-r-a}$ sera l'expression du rapport dans laquelle se trouveront les deux volumes. Mais, pour le Vaisseau, ce rapport est $\frac{q}{p}$: donc toutes les fois que $\frac{r}{r+a}$ sera plus grand que $\frac{q}{p}$, comme cela doit être réguliérement, le rapport de ces deux volumes sera moindre dans les Frégates que dans les Vaisseaux ; c'est-à-dire, que le volume qu'elles déplacent, étant vuides, doit être moindre que les $\frac{2}{5} + \frac{1}{300}$ de celui qu'elles déplacent lorsqu'elles sont chargées, & en état de naviguer. Au contraire, dans les Vaisseaux, cette raison doit augmenter à mesure qu'ils sont moins grands, parce qu'outre qu'il n'y a rien pour eux à retrancher à raison des ponts, ils ont, à proportion, leurs entreponts plus élevés.

(131.) Ces déterminations sont d'autant plus admissibles, qu'elles sont confirmées par l'expérience de la Frégate de 26 canons ; car les pieces de cette Frégate ne s'éloignoient que très-peu d'avoir des dimensions proportionnelles aux largeurs : elle étoit surchargée d'artillerie & de lest ; ainsi les efforts qu'elle avoit à soutenir dans les mouvements de roulis & de tangage, étoient beaucoup plus grands qu'ils n'auroient dû l'être, & cependant elle a supporté tous ces efforts sans avoir largué, & sans avoir donné la moindre apparence de brisure : ainsi toutes les Frégates n'ont pas besoin d'être construites avec des bois d'un échantillon plus fort que celui qu'on a donné à la Frégate dont il s'agit ici.

(132.) Toutes ces remarques demandent une aussi sérieuse attention de la part des Constructeurs, que la belle continuité des lignes d'eau sur laquelle ils fondent toute la perfection de leurs constructions. Un Bâtiment trop chargé de bois a un plus grand volume submergé dans le fluide, il éprouve plus de résistance pour le diviser,

viser, est, par conséquent, moins bon voilier, & en outre plus exposé à la dérive, & moins docile à son gouvernail; parce que les parties rondes qui devroient être élevées au-dessus de l'eau, se trouvent ordinairement submergées dans le fluide. Si le Bâtiment, sans être trop surchargé de bois, l'étoit trop par son artillerie, ces inconvénients auroient encore lieu; car, outre le poids excessif de l'artillerie, on est encore obligé d'augmenter la quantité du lest, pour abaisser le centre de gravité; d'où il résulte encore les mêmes inconvénients. Ainsi, on doit conclure de tout ceci qu'un Bâtiment surchargé de bois & d'artillerie, aura les plus mauvaises qualités qu'il soit possible d'imaginer.

(133.) Les Constructeurs Français, comme nous l'avons déjà dit, n'emploient pas une si grande quantité de bois. Le Vaisseau de 70 canons construit à la Française, tout armé & calé, jusqu'à la ligne de flottaison suivant laquelle il devoit naviguer, a été trouvé peser 57522 quintaux. Ajoutant à ce nombre 2501 quintaux, à cause des deux pieds que ce Vaisseau avoit de moins en largeur, afin de le réduire à avoir 48 pieds de largeur, son poids total sera de 60023 quintaux. Le Vaisseau de même grandeur, construit à l'Anglaise, pesoit, tout calé & prêt à prendre la mer, 61499 quintaux, & 37106, étant vuide & désarmé. Ainsi, la différence 24393 est le poids de tout ce qui compose l'équipement & l'approvisionnement. Ce poids convient également au Vaisseau Français, avec quelque augmentation de lest; supposons donc que le tout pese 25000 quintaux, en retranchant ce nombre du poids total 60023 quintaux, il restera 35023 quintaux, qui seront le poids de la coque entiérement finie; c'est 2083 quintaux de moins que la même coque construite à l'Anglaise. Suivant la construction Française, le poids de la coque sera donc les $\frac{3}{5} - \frac{1}{60}$ du poids total du Vaisseau armé & équipé. On doit encore diminuer quelque chose dans les Frégates, pour les ponts qu'elles ont de moins; & beaucoup plus, si l'on a attention à ce qui a été dit, *Art.* 113. En effet, M. *Bouguer* (*Traité du Navire*, *pag.* 279 & 282) prétend que la coque de la Frégate *la Gazelle* pesoit seulement 138 tonneaux, tandis que cette Frégate toute armée en pesoit 400 : de sorte que, quand la coque eût pesé 140 tonneaux, ce poids n'eût encore été que les $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$ du poids total.

PLANC. VII.

CHAPITRE II.

Du Centre du volume que le Vaisseau occupe dans le fluide.

(134.) On a vu dans le Traité des fluides, combien la situation du centre de volume contribue à l'augmentation, ou à la diminution des résistances, des inclinaisons & des moments. Il est donc nécessaire de déterminer par le calcul la vraie situation de ce centre dans les Vaisseaux, & de considérer les avantages qu'on peut obtenir de sa meilleure situation. Nous avons dit (*Tome I*, *Art.* 124) que, pour trouver le centre de masse d'un corps uniformément dense, comme est, dans le cas actuel, le volume de fluide que le Vaisseau déplace, il ne faut que multiplier l'espace différenciel compris entre deux plans paralleles au plan primitif, par la distance perpendiculaire de ce plan audit espace différenciel, intégrer ce produit, & diviser ensuite l'intégrale trouvée par l'espace que le corps occupe; & que le quotient exprimera la distance perpendiculaire du plan primitif au centre de masse ou, de volume. Ainsi, ayant divisé tout le corps du Vaisseau en prismes par des plans horisontaux & verticaux; & supposant qu'un de ces prismes soit compris, comme nous l'avons dit *Art.* 107, entre deux rectangles paralleles dont les côtés soient a & b, e & f, l'espace différenciel de ce prisme sera, comme nous l'avons dit au même endroit, $= aedx + \frac{a}{d}(f-e)\,xdx + \frac{e}{d}(b-a)\,xdx + \frac{x^2dx}{d^2}(f-e)(b-a)$, x exprimant la distance perpendiculaire du plan primitif à l'espace différenciel. En suivant donc la regle que nous venons d'énoncer, la distance du même plan au centre de gravité de prisme sera $= \frac{\int\left(aexdx + \frac{a}{d}(f-e)x^2dx + \frac{e}{d}(b-a)x^2dx + \frac{x^3dx}{d^2}(f-e)(b-a)\right)}{\int\left(aedx + \frac{a}{d}(f-e)xdx + \frac{e}{d}(b-a)\,xdx + \frac{x^2dx}{d^2}(f-e)(b-a)\right)}$. Intégrant effectivement, après avoir substitué d pour x, & après avoir réduit, on aura cette distance $= \frac{\frac{1}{2}d(ae+af+eb+3bf)}{2ae+af+eb+2bf} = \frac{1}{2}d \pm \frac{d(bf-ae)}{2(2ae+af+eb+2bf)}$; le signe $+$ ayant lieu lorsque le plan primitif est le plus petit plan ae, & le signe $-$ lorsque c'est le plus grand bf. Supposant maintenant $e=f$, comme nous l'avons fait dans le même *Article* 107, supposition d'après laquelle on ne commet aucune erreur

sensible, la distance se réduira à $\frac{1}{2} d \pm \frac{d(bf-ac)}{6(bf+ac)}$; c'est-à-dire que cette distance sera égale à la moitié $\frac{1}{2} d$ de la hauteur du prisme, plus ou moins le produit de la même hauteur, par la différence des deux plans, divisé par six fois la somme des mêmes plans. PLANC. VII.

(135.) Supposons maintenant que chacun des solides compris entre deux des sections horisontales par lesquelles on a divisé le corps du Navire, soit un de ces prismes; que A exprime l'aire, ou la superficie de la premiere de ces sections; c'est-à-dire, de celle qui correspond à la premiere ligne d'eau, B celle de la seconde, C celle de la troisieme, & ainsi de suite jusqu'à la quille qui est la derniere, & que nous appellerons R. Cela posé, la distance du premier plan de flottaison au centre de gravité du premier solide, sera $\frac{1}{2} d - \frac{d(A-B)}{6(A+B)}$, en exprimant par d la distance d'un plan de flottaison à l'autre. Pareillement la distance du même plan de flottaison au centre de gravité du second solide, sera $= \frac{3}{2} d - \frac{d(B-C)}{6(B+C)}$. Sa distance au centre de gravité du troisieme sera $= \frac{5}{2} d - \frac{d(C-D)}{6(C+D)}$, & ainsi de suite. Considérons maintenant chaque solide comme un corps dont la masse est réunie à son centre de gravité, comme nous l'avons dit dans le *Tome I*, *Art.* 80 *& suiv.*, la distance du premier plan de flottaison au centre de toutes les masses, ou au centre du volume, sera égale à la somme de tous les produits de chaque corps, par la distance du plan de flottaison à son centre de gravité, divisée par la somme des masses, ou par le volume total. Le premier produit est $\frac{1}{4} d^2 (A+B) - \frac{1}{12} d^2 (A-B)$: le second $\frac{3}{4} d^2 (B+C) - \frac{1}{12} d^2 (B-C)$: le troisieme $\frac{5}{4} d^2 (C+D) - \frac{1}{12} d^2 (C-D)$, & ainsi des autres. La somme de tous ces produits sera, par conséquent, $= \frac{1}{4} d^2 (A + 4B + 8C + 12D + \&c.... + (n-1)\, 4R) - \frac{1}{12} d^2 (A-R)$, A exprimant le premier terme, ou le premier plan de flottaison, R le dernier, & n leur nombre : donc la distance du premier plan de flottaison au centre de tout le volume, sera $= \ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\frac{\frac{1}{4} d^2 ((A + 4B + 8C + 12D + \&c.... + (n-1) 4R) - \frac{d^2}{12}(A-R)}{d(\frac{1}{2}A + B + C + D + \&c... + \frac{1}{2}R)} = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{d.(\frac{1}{4}A + B + 2C + 3D + \&c.... + (n-1)R) - \frac{1}{12} d(A-R)}{\frac{1}{2}A + B + C + D + \&c.... + \frac{1}{2}R}$$. Dans l'exemple que nous avons donné du Vaisseau de 42 pieds de largeur (108.), on a trouvé $A = 5312$, $B = 4972$, $C = 4344$, $D = 3492$, $E = 2314$, $R = 200$, $d = 3\frac{1}{2}$, & $\frac{1}{2}A + B + C + D + E + \frac{1}{2}R = 17878$: donc la distance du premier plan de flottaison au centre de volume, sera $= \ldots\ldots$

$$\frac{3\frac{1}{2}(1328 + 4972 + 8688 + 10476 + 9256 + 1000) - \frac{3\frac{1}{2}}{12}(5312 - 200)}{17878} = 7 \text{ pieds moins}$$

$\frac{10}{9}$ de pouce; ou, en négligeant la petite fraction, on aura 6 pieds 11 pouces pour la quantité dont le centre de volume est abaissé au-dessous de la superficie du fluide.

(136.) On voit que, dans ce calcul, on a négligé d'avoir égard au volume qu'occupent les bordages, la quille, l'étrave, l'étambot, le taille-mer & le gouvernail, parce que l'altération que ces objets pourroient produire dans le résultat, seroit très-petite; mais, comme la quille peut faire baisser de quelque chose le centre de gravité, on peut prendre 7 pieds pour la distance ci-dessus.

(137.) Pour trouver ensuite ce dont le même centre de volume est éloigné de l'étrave, ou de l'étambot, ou ce qui convient mieux, pour trouver combien il est éloigné du maître couple, la même formule servira encore, en observant que chaque solide, ou prisme, sera présentement l'espace compris entre deux couples, & les aires, ou surfaces, seront les sections faites par ces mêmes couples; de sorte que A exprimera l'aire que le maître couple a de submergée dans le fluide, B celle qu'a le couple *III*, ou 3, C celle qu'a le couple *VI*, ou 6, & ainsi des autres. Mais il est nécessaire de faire attention qu'après les derniers couples *XXVII*, & 33, il y a un autre petit solide, ou prisme, compris entre ces couples & l'étrave, ou l'étambot. Pour introduire ce solide dans la formule, on supposera que δ exprime la distance de ces couples à l'étrave, ou à l'étambot, ou bien une distance moyenne, & l'on aura $\frac{1}{2}\delta - \frac{\delta(R-o)}{6(R+o)} = \frac{1}{3}\delta$ pour la distance des mêmes couples au centre de gravité du prisme, & $(n-1)d+\frac{1}{3}\delta$ pour la distance du même centre au maître couple. Le moment du petit prisme sera donc $=((n-1)\,d+\frac{1}{3}\delta)\frac{1}{2}\delta R$. Faisant maintenant $\delta = \frac{d}{k}$, k exprimant le rapport entre les distances d & δ, on réduira l'expression de ce moment à $((n-1)d+\frac{d}{3k})\frac{dR}{2k}$; quantité qui, divisée par d, donnera au quotient $(n-1+\frac{1}{3k})\frac{dR}{2k}$: c'est ce qu'on doit ajouter au numérateur, pour y introduire l'action des prismes extrêmes. Ajoutant donc cette quantité, la formule deviendra . . . .

$$\frac{d\left(\frac{1}{4}A+B+2C+3D+\&c.\ldots+\frac{(2k+1)(n-1)R}{2k}\right)-\frac{1}{12}d\left(A-\frac{2k^2+1}{2k^2}R\right)}{\frac{1}{2}A+B+C+D+\&c.\ldots+\frac{1}{2}R}$$, en observant d'introduire pareillement dans le dénominateur le volume des prismes extrêmes, ou de prendre pour dénominateur le volume entier de la partie du corps du Navire qui est submergée dans le fluide, divisé par la distance d d'un couple à l'autre.

(138.) Il n'y a rien maintenant de plus facile que de trouver les

valeurs de A, B, C, D, *&c.*: car, suivant ce qui a été dit, *Art.* 106, pour avoir la valeur de chacune de ces aires, il faut faire une somme de la moitié de la largeur AB de chaque couple, prise sur le premier plan de flottaison, de deux fois la droite ED, ou la largeur du même couple au second plan de flottaison, de deux fois la droite HG, ou sa largeur au troisieme plan; & ainsi de suite jusqu'à prendre la moitié de la largeur de la quille, & multiplier cette somme par la distance d'une section, ou d'un plan de flottaison, à l'autre. Ainsi, dans l'exemple que nous avons donné dans l'*Art.* 108, les nombres des cinq cases qui correspondent au couple 0, sont les quatriemes parties de ces différentes largeurs: multipliant donc les nombres de la premiere case par 2, ceux des autres par 4, & y ajoutant la moitié de la largeur de la quille, la somme sera = 21 *P.* 0 *p.* + 41 *P.* 8 *p.* + 39 *P.* 8 *p.* + 36 *P.* 0 *p.* + 29 *P.* 4 *p.* + 0 *P.* 8 *p.* = 168 *P.* $\frac{1}{3}$: donc $A = (168\frac{1}{3})3\frac{1}{2} = 589$, à cause que $3\frac{1}{2}$ marque la distance entre les sections horisontales, ou entre les lignes d'eau. Pareillement les nombres des cinq cases qui correspondent au couple 3, expriment les largeurs des couples prises sur le plan des différentes lignes d'eau, c'est-à-dire, les demi-largeurs des plans de flottaison qui répondent au couple 3. Donc en prenant le premier nombre & le double des autres, avec la moitié de la largeur de la quille, nous aurons la somme qui sera 20 *P.* 11 *p.* + 41 *P.* 8 *p.* + 39 *P.* 8 *p.* + 35 *P.* 10 *p.* + 29 *P.* 4 *p.* + 00 *P.* 8 *p.* = $168\frac{1}{11}$; donc $B = (168\frac{1}{11})\,3\frac{1}{2} = 588$. On doit faire la même chose avec les nombres des cinq cases correspondantes aux couples 6, 9, 12, *&c.*, pour avoir les valeurs de C, D, E, *&c.*: on observera seulement pour le couple 33 de prendre deux fois le nombre de la premiere case, & quatre fois ceux des autres, parce que, dans cet exemple, on n'a pris pour ce couple, de même que pour le maître couple, que la moitié des demi-largeurs correspondantes aux différentes lignes d'eau. Ces opérations faites, on trouvera $C = 580$, $D = 565$, $E = 541$, $F = 515$, $G = 473$, $H = 417$, $I = 355$, $K = 284$, $L = 193$, & $R = 62$. En outre, en prenant les mesures sur le plan, on trouvera $k = \frac{7}{3}$: donc en mettant toutes ces valeurs dans le numérateur de la formule, on aura pour les moments de la partie de la poupe, depuis le maître couple,

$$7\tfrac{1}{6}(147+588+1160+1695+2164+2575+2838+2916+2840+2556+1930)$$
$$+7\tfrac{1}{6}\left(\left(\frac{(\frac{14}{3}+1)11.62}{\frac{14}{3}}\right)-\frac{1}{11}\left(589-\frac{(\frac{14.7}{9}+1)62}{\frac{14.7}{9}}\right)\right)=159387-313=159074.$$

(139.) Pour la partie de la proue A est, comme ci-dessus, $= 589$, & l'on trouvera $B = 588$, $C = 575$, $D = 557$, $E = 529$, $F = 492$,

Planc. VII. $G=421$, $H=310$, $I=127$, $R=18$; & en outre $k=\frac{14}{3}$: Subſtituant ces valeurs dans le numérateur de la formule, il deviendra $7\frac{1}{6}(147+588+115c+1671+2116+246c+2532+217c+1016+180^{*})-\frac{1}{12}.7\frac{1}{6}(589-18)=100204$. Comme cette quantité marque les moments de la partie de la proue, à compter auſſi du maître couple, leſquels ſont oppoſés à ceux de la poupe, elle ſera négative: par conſéquent, la diſtance horiſontale du maître couple au centre de maſſe, ou du volume, ſera $=\frac{159074-100204}{\frac{62573}{7\frac{1}{6}}}$, en prenant, pour le dénominateur, le volume du corps du Navire, tel qu'on l'a trouvé dans l'*Art.* 108, diviſé par $7\frac{1}{6}$, diſtance d'un couple à l'autre. Réduiſant cette expreſſion, on aura 5 pieds 7 pouces $\frac{1}{8}$, ou 5 pieds $\frac{3}{5}$, parce que pour abréger davantage le calcul, nous omettons de faire attention à l'inclinaiſon de la quille avec l'horiſon, à cauſe que la différence que cette conſidération de plus pourroit produire dans les réſultats, eſt très-légere. Il en eſt de même de la hauteur de 3 pieds $\frac{1}{4}$, que nous avons employée, quoiqu'elle ſoit un peu plus petite dans les couples de proue, & pour les lignes d'eau les plus baſſes.

(140.) Comme la longueur qu'on donne au Vaiſſeau de 60 canons, eſt de 152 pieds, & que le maître couple eſt à 82 pieds de diſtance de la poupe, il s'enſuit que le maître couple ne ſera éloigné du milieu du Vaiſſeau que de 6 pieds: ainſi le centre de volume & celui de gravité, ſont ſeulement éloignés du milieu du Vaiſſeau de $\frac{1}{5}$ de pied vers la proue **.

---

* On verra facilement que ce dernier nombre 180 qui eſt compris entre les deux premieres parentheſes, eſt celui qui répond à $\frac{(2k+1)(n-1)R}{2k}=\frac{(\frac{28}{3}+1)(10-1)18}{\frac{28}{3}}=179\frac{1}{14}$. Comme il n'eſt pas ici queſtion d'une préciſion rigoureuſe, l'Auteur a négligé pluſieurs fois de petites fractions, c'eſt ce qui fait qu'il a mis 180; cependant il a compenſé à peu près ces petites négligences: car en mettant le nombre 180, le réſultat eſt 100207; mais en employant le véritable, on trouve à peu-près 100204, comme il le donne. Au reſte, ces légeres différences ne peuvent être d'aucune conſéquence ſur la poſition du centre de gravité.

** La méthode de M. *Chapman*, pour trouver le déplacement, que nous avons expoſée dans la Note de l'*Article* 108, *pag* 59, 60 & 62, s'applique auſſi à la recherche de ſon centre de gravité; nous allons l'expoſer ſuccinctement, en conſervant les dénominations établies à l'endroit cité.

Trouver le Centre de gravité d'un Plan terminé par une ligne courbe quelconque.

Projection horiſontale. Le centre de gravité du ſegment parabolique $bdfr$, eſt évidemment ſur la ligne dr, ainſi il eſt éloigné de la ligne ab de la quantité $ac=n$. Le centre de gravité du trapeſe rectiligne $abfe$, eſt éloigné de la même ligne ab de $\left(\frac{a+2c}{a+c}\right)\frac{2}{3}n$. Car le centre de gravité du rectangle $abye$ eſt éloigné de ab, de la quantité n, celui du triangle bfy en eſt éloigné de $\frac{2}{3}ac=\frac{4}{3}n$: or (*Tome I, Art.*

(141.) Ayant trouvé le centre de volume du Vaiſſeau pour un plan de flottaiſon déterminé, il eſt utile maintenant de chercher l'altéra- PLANC. VII.

---

96 & 103.) la ſomme des moments du rectangle & du triangle pris par rapport à ab, étant diviſée par la ſurface du trapeſe, qui eſt $(a+c)n$, donnera la diſtance du centre de gravité du trapeſe à la même ligne ab; donc cette diſtance $= \frac{a.2n.n+(c-a)n.\frac{4}{3}n}{(a+c)n} = \left(\frac{a+2c}{a+c}\right)\frac{2}{3}n$: & par conſéquent le moment du trapeſe par rapport à ab, $= \left(\frac{a+2c}{a+c}\right)\frac{2}{3}n \times (a+c)\, n = (a+2c)\frac{2}{3}n^2$.

Cela poſé, la ſurface du ſegment parabolique $bdfr$ étant (108. *Note*, *p.*69.) $=(2b-a-c)\frac{2}{3}n$. Son moment par rapport à ab, ſera $=(2b-a-c)\frac{2}{3}n^2$: ainſi, par la même raiſon que ci-deſſus, ce moment étant ajouté à celui du trapeſe $abef$, & la ſomme étant diviſée par l'eſpace total $abdfe$, qui eſt $=(a+4b+c)\frac{1}{3}n$, le quotient exprimera la diſtance du centre de gravité de cet eſpace à la ligne ab: donc cette diſtance $= \frac{(a+2c)\frac{2}{3}n^2+(2b-a-c)\frac{2}{3}n^2}{(a+4b+c)\frac{1}{3}n} = \left(\frac{4b+2c}{a+4b+c}\right)n$, & ſon moment par rapport à cette ligne $=(4b+2c)\frac{1}{3}n^2$. De même la diſtance du centre de gravité de l'eſpace $efhki$ à la ligne $ef = \left(\frac{4d+2e}{c+4d+e}\right)n$, & ſa diſtance à la ligne $ab = \left(\frac{4d+2e}{c+4d+e}\right)n+2n = \left(\frac{2c+12d+4e}{c+4d+e}\right)n$, & ſon moment $=(2c+12d+4e)\frac{1}{3}n^2$. Pareillement la diſtance du centre de gravité de l'eſpace $ikmon$ à la ligne $ik = \left(\frac{4f+2g}{e+4f+g}\right)n$, & en ajoutant $ai=4n$, ſa diſtance à ab ſera $= \left(\frac{4e+20f+6g}{e+4f+g}\right)n$, & ſon moment $=(4e+20f+6g)\frac{1}{3}n^2$; & ainſi des autres.

Prenant donc la ſomme des moments de ces trois eſpaces, & la diviſant par l'eſpace total $abhon$ qui eſt (108, *Note*, *page* 59.) $=(a+4b+2c+4d+2e+4f+g)\frac{1}{3}n$, on aura la diſtance du centre de gravité de cet eſpace à la ligne $ab = \frac{(4b+2c)\frac{1}{3}n^2+(2c+12d+4e)\frac{1}{3}n^2+(4e+20f+6g)\frac{1}{3}n^2}{(a+4b+2c+4d+2e+4f+g)\frac{1}{3}n} =$
$\left(\frac{4b+4c+12d+8e+20f+6g}{a+4b+2c+4d+2e+4f+g}\right)n = \left(\frac{0.a+1.4b+2.2c+3.4d+4.2e+5.4f+6g}{a+4b+2c+4d+2e+4f+g}\right)n$.

On voit que le numérateur de cette expreſſion contient les mêmes fonctions des ordonnées que le dénominateur, c'eſt-à-dire, les mêmes que celles qu'on emploie pour avoir la ſurface du plan (108. *Note*, *p.* 59.); mais qu'elles ſont multipliées par la ſuite naturelle des nombres 0, 1, 2, 3, 4, *&c.*; ainſi, pour trouver la diſtance du centre de gravité d'un plan à la ligne qui le termine, il faudra 1°. écrire dans une même colonne toutes les ordonnées & fonctions d'ordonnées qui entrent dans l'expreſſion de ſa ſurface, & en faire une ſomme; 2°. écrire dans une colonne, à côté, la ſuite naturelle des nombres 0, 1, 2, 3, 4, *&c.*; 3°. multiplier chaque nombre de la premiere colonne par celui qui lui répond dans la ſeconde, ce qui donnera une troiſieme colonne; 4°. multiplier la ſomme de la troiſieme colonne par l'intervalle d'une ordonnée à l'autre, & diviſer le produit par la totalité de la premiere colonne. Le quotient marquera la diſtance du centre de gravité du plan à ſa premiere ordonnée. On remarquera en paſſant que cette premiere ordonnée ne doit point ſe trouver dans la troiſieme colonne, puiſqu'elle a été multipliée par zéro.

Application à la recherche du Centre de gravité des ſolides.

On a vu (108, *Note*, *p.*60.) que la ſolidité du corps $MPRV=(c^2+4b^2+a^2)p.\frac{1}{3}NH$, & que celle du corps $SRV=(0+4c^2+a^2)p.\frac{1}{6}m$: ainſi, conformément à ce qu'on vient de dire, la diſtance du centre de gravité du corps $MPRV$ au plan $MP = \frac{(0.c^2+1.4b^2+2.a^2)NH}{c^2+4b^2+a^2} = \frac{(4b^2+2a^2)NH}{c^2+4b^2+a^2}$: & celle du ſolide SRV au plan SK qui paſſe par $S = \frac{(0.0+1.4c^2+2.a^2)\frac{1}{2}m}{(0+4c^2+a^2)} = \frac{(4c^2+2a^2)\frac{1}{2}m}{4c^2+a^2}$. S'il s'agit du cône $a^2=4c^2$, & cette diſtance eſt $=\frac{3}{4}m$. Pour le paraboloïde, $a^2=2c^2$, & cette diſtance devient $=\frac{2}{3}m$. Pour la demi-ſphere & le demi-ellipſoïde, $4c^2=3a^2$, & cette diſtance devient $=\frac{5}{8}m$ (*Tome I*, *Article* 124 & 125.). FIG. 8.

S'il s'agit du cylindre, on peut faire, comme le dit M. *Chapman*, $4c^2=5a^2$; mais il faut bien

tion qu'éprouvera ce centre, le Vaiſſeau étant ſuppoſé dans un autre plan de flottaiſon quelconque. Suppoſons donc que le Vaiſſeau,

---

obſerver de ne faire cette ſubſtitution que dans le dénominateur, parce que c'eſt ſeulement ce terme qui eſt relatif à la ſolidité du corps, & non dans le numérateur qui eſt toujours dans ſon état naturel; car quelque valeur qu'ait la premiere ordonnée, ou la premiere ſection circulaire, elle s'évanouit toujours, comme on l'a dit ci-deſſus. Faiſant donc $4c^2 = 5a^2$, la diſtance du centre de gravité du cylindre au plan *SK* deviendra $= \frac{1}{2}m$, comme cela doit être.

Au reſte, on a déjà fait remarquer (108. *Note*, *p.* 60) que cette ſuppoſition de $4c^2 = 5a^2$, étoit tout-à-fait indirecte; ce n'eſt qu'en tourmentant, pour ainſi dire, la formule qu'on peut l'appliquer au cylindre: celle qui appartient à ce corps, & à tous ceux dont la ligne génératrice ne prend pas naiſſance ſur l'axe, & dont par conſéquent la premiere ordonnée n'eſt pas $= 0$, eſt $\left(\frac{4c^2 + 2a^2}{f^2 + 4c^2 + a^2}\right)\frac{1}{2}m$. Car, comme nous l'avons vu, les fonctions des ordonnées qui entrent dans l'expreſſion de leur ſolidité, eſt $f^2 + 4c^2 + a^2$, les multipliant par 0, 1, 2, on aura $\left(\frac{4c^2 + 2a^2}{f^2 + 4c^2 + a^2}\right)\frac{1}{2}m$, pour la diſtance cherchée: dans le cylindre, toutes les ſections, ou ordonnées étant égales, on a $c^2 = f^2 = a^2$, & $4c^2 = 4a^2$; donc cette expreſſion devient $= \frac{1}{2}m$.

Application à la recherche du Centre de gravité du déplacement du Vaiſſeau.

Plane. VII. Ayant trouvé le volume déplacé, comme on l'a preſcrit dans la Note de l'*Article* 108, on trouvera la diſtance du centre de gravité de la partie compriſe entre les couples extrêmes, à l'un de ces couples, par exemple, à celui de l'arriere, qui eſt le couple 33, en opérant comme il ſuit: 1°. on écrira dans une même colonne verticale, la ſomme de tous les couples & fonctions de couples qui entrent dans l'expreſſion de la ſolidité, en commençant par le couple de l'arriere 2°. On écrira dans une colonne à côté, la ſuite naturelle des nombres 0, 1, 2, 3, &c., juſqu'au couple de l'avant. 3°. On multipliera chacun des nombres de la premiere colonne par celui qui lui répond dans la ſeconde, & on fera une ſomme de tous ces produits. 4°. On multipliera cette ſomme par la diſtance d'un couple à l'autre, & on diviſera le produit par la ſomme de la premiere colonne, le quotient de la diviſion indiquera la diſtance du centre de gravité de la partie compriſe entre les couples extrêmes 33 & *XXVII*, au couple 33 qui eſt le plus en arriere.

On cherchera enſuite le centre de gravité du ſolide compris entre le couple 33 & l'étambot, & celle du ſolide compris entre le couple *XXVII* & l'étrave, & pour cela on ſuivra une méthode analogue à celle qu'on vient d'expoſer, ou à celle de l'*Article* 137. On prendra enſuite la ſomme des moments des parties compriſes entre le couple 33 & *XXVII*, & entre le couple *XXVII* & l'étrave, par rapport au couple 33, & on en ſouſtraira le moment de la partie compriſe entre le couple 33 & l'étambot; diviſant le reſte par la ſomme des volumes de ces trois parties, ou par le déplacement total, le quotient de la diviſion ſera la diſtance du centre de gravité du déplacement au couple 33 (*Tome I*, *Article* 96 & 103.), d'où l'on déduira la diſtance au milieu du Vaiſſeau, ou bien au maître couple, ſelon qu'on le jugera convenable.

On peut auſſi chercher ſéparément le centre de gravité du volume compris entre le maître couple & l'étrave, & enſuite celle du volume compris entre le maître couple & l'étambot, comme l'a fait notre Auteur, & enſuite en conclure la diſtance du centre commun de gravité de ces deux parties au maître couple. Nous conſeillons même d'en agir ainſi, parce que dans pluſieurs recherches on a beſoin de connoître la poſition du centre de gravité de chaque partie priſe ſéparément.

On emploîra la même méthode pour trouver la diſtance du centre de gravité du déplacement au plan de flottaiſon ſupérieur; mais au lieu de l'aire des couples, on fera uſage de l'aire des plans de flottaiſon; & au lieu de la diſtance d'un couple à l'autre, on emploîra celle d'un plan de flottaiſon à l'autre. Les mêmes ordonnées qui ſervent pour trouver l'aire des couples, ſervent auſſi pour trouver l'aire des plans de flottaiſon, mais en les employant dans un ordre contraire; ce calcul eſt trop facile pour que nous y inſiſtions davantage. Après avoir trouvé le centre de gravité de la partie compriſe entre les plans de flottaiſon ſupérieur & inférieur, on ajoute le moment de cette partie avec celui du volume compris entre le plan de flottaiſon inférieur & la quille, & l'on diviſe la ſomme par le déplacement total, ce qui donne la diſtance cherchée du centre de gravité du déplacement au plan de flottaiſon ſupérieur. Remarquons en paſſant que l'avantage de la méthode de M. *Chapman*, ſur celle de notre Auteur, ſe fait ſentir principalement dans la détermination du déplacement; quant à ce qui regarde le centre de gravité, l'avantage eſt bien peu conſidérable.

au lieu

au lieu d'être submergé dans le fluide, comme dans le calcul de l'*Article* 108, soit calé plus ou moins d'un nombre n de pouces, ou qu'il ait une autre ligne d'eau parallele à la premiere, mais plus ou moins haute d'un nombre n de pouces. Suivant les regles établies pour trouver le centre des masses, on peut supposer que par le centre de volume déjà trouvé, on fasse passer un plan horisontal, & que celui-ci soit le plan primitif. Ensuite, on peut considérer le volume entier actuellement submergé, comme composé de deux corps, chacun réuni à son centre de gravité, l'un qui est le volume total que le Vaisseau occupoit d'abord dans le fluide, que nous appellerons v, & l'autre la nouvelle portion qu'on submerge de plus ou de moins, & qu'on peut exprimer par $\frac{1}{12}na$; produit de la surface a du plan de flottaison le plus élevé par la hauteur $\frac{1}{12}n$ *, qui doit être submergée de plus, ou qui doit l'être de moins. On voit d'après cela que le moment du premier corps sera zéro, parce que son centre de gravité se trouve dans le plan primitif, & que le moment du second sera $\frac{1}{12}na(d \pm \frac{n}{24})$, d étant la distance du premier plan de flottaison au centre de volume du premier corps, & $\frac{n}{24}$ celle du centre du nouveau corps submergé au même plan. Donc $\frac{\frac{1}{12}na(d \pm \frac{n}{24})}{v \pm \frac{1}{12}na}$ sera ce dont le nouveau centre de volume est éloigné du premier, & par conséquent $d \pm \frac{1}{12}n \mp \frac{\frac{1}{12}na(d \pm \frac{n}{24})}{v \pm \frac{1}{12}na} = \frac{v(d \pm \frac{1}{12}n) + \frac{an^2}{2.144}}{v \pm \frac{1}{12}na}$ sera la quantité dont le même nouveau centre de volume sera éloigné de la superficie de l'eau. Mais la quantité $\frac{an^2}{(v \pm \frac{1}{12}na)2.144}$ est susceptible d'être négligée; ainsi nous pouvons assigner pour l'expression de la même distance $\frac{v(d \pm \frac{1}{12}n)}{v \pm \frac{1}{12}na}$: & puisqu'à une très-petite différence près, & qu'on peut négliger, on a $\frac{v \cdot \frac{1}{12}n}{v \pm \frac{1}{12}na} = \frac{1}{12}n$, il s'ensuit que la distance du nouveau centre de volume à la superficie du fluide, sera encore $=$ . . $\frac{vd}{v \pm \frac{1}{12}na} \pm \frac{1}{12}n$: le signe positif ayant lieu lorsqu'on augmente le volume submergé, & le signe négatif lorsqu'on le diminue. Si nous substituons, dans l'une quelconque de ces formules, les valeurs que nous avons trouvées (*Art.* 108 & 135) pour le Vaisseau qui nous

* On voit aisément que cette hauteur est exprimée en pieds, pour conserver l'uniformité du calcul, à cause que les surfaces des plans de flottaison sont évaluées en pieds quarrés (108.).

ſert d'exemple, d'après la ſuppoſition qu'il doive ſe ſubmerger juſqu'à une autre ligne d'eau parallele à la premiere, & qui en ſoit diſtante de 6 pouces, de façon qu'on ait $n=6$, nous aurons $v=62573$, $a=5312$, & $d=6$ pieds 11 pouces: par conſéquent la diſtance verticale du nouveau centre de volume à la ſuperficie du fluide ſera $=\frac{62573(6\frac{11}{12})}{62573+(5312)\frac{1}{2}}+\frac{1}{4}=7$ pieds 1 pouce $\frac{2}{3}$; ou, pour compenſer les quantités négligées $=7$ pieds $\frac{1}{6}$.

(142.) On peut parvenir à cette ſolution plus facilement & plus généralement, non ſeulement dans le cas où l'on ſubmergeroit plus ou moins le Vaiſſeau, mais encore dans celui où l'on feroit quelque changement à ſon corps, en donnant plus ou moins de capacité à ſes couples, ou, ce qui eſt la même choſe, en augmentant, ou en diminuant ſon volume en quelque partie. Suppoſons, par exemple, que w ſoit le volume qu'on doit ajouter, & f la diſtance du centre de ce volume au centre du volume du Vaiſſeau: on aura (*Tom. I, Art.* 81 *juſqu'à* 98) $v+w:w::f:\frac{fw}{v+w}$, diſtance du centre du volume primitivement ſubmergé au nouveau centre cherché. La diſtance f peut être poſitive, ou négative, ſelon que le centre du volume ajouté eſt plus bas, ou plus haut que le centre du volume du Vaiſſeau; & pareillement la quantité w ſera poſitive, ou négative, ſelon qu'on ajoutera, ou qu'on retranchera le volume. De cette ſorte, ſi on rend le vaiſſeau plus plein dans ſes fonds, ou, comme diſent les Marins, ſi on augmente le plat de ſes varangues, il s'élevera ſur l'eau d'un volume égal au volume ajouté, & l'on aura deux quantités égales w, l'une poſitive, & l'autre négative, & pareillement deux diſtances f, l'une poſitive & l'autre négative. Comme le produit de deux quantités poſitives, de même que celui de deux quantités négatives, eſt toujours poſitif, il s'enſuit que les deux produits ſeront poſitifs, & leur ſomme ſera le produit du volume ajouté w par la diſtance entre les centres du volume ajouté & du volume retranché.

(143.) Pour ce qui concerne la quantité dont le même centre peut s'éloigner, ou s'approcher du maître couple, comme la juſteſſe du calcul exige que le nouveau corps qu'on ſubmerge ſoit peu conſidérable, il en réſultera toujours une quantité négligeable pour le déplacement horiſontal du centre du volume.

(144.) Puiſqu'en ajoutant le nouveau volume $(5312)\frac{1}{2}=2656$ pieds cubiques dont on ſuppoſe que le vaiſſeau ſe ſubmerge davantage, aux 66064^{ppp} du volume total trouvé ci-deſſus par le calcul (108.), on a 68720^{ppp}, qui eſt, à très-peu-près, le volume qu'on a trouvé, par l'expérience (117.), que devroit occuper un Vaiſſeau de cette grandeur;

nous sçaurons, par conséquent, que le centre du volume de ce Vaisseau sera aussi abaissé au-dessous de la superficie de l'eau de 7 pieds $\frac{1}{6}$.

(145.) Ayant trouvé le centre de volume d'un Vaisseau, il seroit facile de trouver le même centre pour les autres, si leurs fonds étoient entiérement semblables. Soit nommé n le Vaisseau dont le centre de volume est connu, & N celui pour lequel il est question de le trouver.

Soit m la largeur,
v le volume submergé,
a l'aire, ou la section du Vaisseau faite à la superficie du fluide,
d la distance de la superficie du fluide au centre de volume
} du premier Vaisseau.

M la largeur,
V le volume submergé,
X la distance de la superficie du fluide au centre du volume,
} du second Vaisseau.

Puisqu'on suppose les deux Vaisseaux semblables dans leurs fonds, on aura $M^3 : m^3 :: V : \frac{m^3V}{M^3}$, volume que devroit déplacer le Vaisseau n, pour être dans la même disposition que l'autre Vaisseau N. Ainsi l'on aura $v - \frac{m^3V}{M^3}$ pour l'expression du volume qu'il devroit déplacer de moins, ou de plus qu'il ne le fait; & $\frac{v - \frac{m^3V}{M^3}}{a}$ pour celle de la hauteur dont il devroit caler de plus, ou de moins, pour être dans la même disposition que le Vaisseau N. Par conséquent $\frac{v - \frac{m^3V}{M^3}}{2a}$ sera la distance de la superficie du fluide au centre du volume $v - \frac{m^3V}{M^3}$; & le moment de celui-ci sera $= \left(v - \frac{m^3V}{M^3}\right)\left(d - \frac{v - \frac{m^3V}{M^3}}{2a}\right)$. Donc la distance du centre du volume total v au nouveau centre du volume $\frac{m^3V}{M^3}$ que devroit déplacer le Vaisseau n, pour être dans la même disposition que le Vaisseau N, sera $= \frac{\left(v - \frac{m^3V}{M^3}\right)\left(d - \frac{v - \frac{m^3V}{M^3}}{2a}\right)}{v - \left(v - \frac{m^3V}{M^3}\right)}$: ainsi, la distance de la superficie du fluide au nouveau centre de volume, sera $= \ldots$
$d - \frac{v - \frac{m^3V}{M^3}}{a} + \frac{\left(v - \frac{m^3V}{M^3}\right)\left(d - \frac{v - \frac{m^3V}{M^3}}{2a}\right)}{v - \left(v - \frac{m^3V}{M^3}\right)}$; expression qui se réduit à

$\frac{mV^3}{2aM^3} + \frac{v.(2ad-v)}{2a.\frac{m^3V}{M^3}}$. Or le Vaiſſeau n étant, d'après cela, dans la même diſpoſition que le Vaiſſeau N, les diſtances de leur centre de volume à la ſuperficie du fluide, doivent être proportionnelles à leurs largeurs : donc $m : M :: \frac{m^3V}{2aM^3} + \frac{v(2ad-v)}{2a.\frac{m^3V}{M^3}} : X = \ldots$

$\frac{M}{2a.m}\left(\frac{m^3V}{M^3} + \frac{v(2ad-v)}{\frac{m^3V}{M^3}}\right)$.

(146.) Si nous voulions trouver, pour le Vaiſſeau de 70 canons, par exemple, la profondeur à laquelle ſon centre de volume eſt ſubmergé dans le fluide, on auroit $V = 96500$; $M = 48$. De même, pour le vaiſſeau de 60 canons, dont le centre de volume eſt ſubmergé de 7 pieds $\frac{5}{6}$, on a trouvé que $v = 68650$, $m = 42$, & $a = 5312 + 188 = 5500$; on ajoute 188 à la ſurface 5312 qu'on a trouvée (108.) pour le premier plan de flottaiſon, pour tenir compte de l'épaiſſeur des bordages, afin d'avoir la véritable aire de la ſection faite à la ſuperficie du fluide. Ces valeurs étant ſubſtituées dans la formule, il en réſulte $X = \frac{8}{7.11000}\left(\frac{(7)^3 96500}{8^3} + \frac{68650((7\frac{5}{6})11000-68650)}{\frac{(7)^3 96500}{8^3}}\right)$: ou $X = 7$ pieds 10 pouces; telle eſt, pour le Vaiſſeau de 70 canons, la profondeur à laquelle le centre de volume eſt ſubmergé au-deſſous de la ſuperficie de l'eau.

(147.) Pour la Frégate de 22 canons, on aura $V = 25170$, & $M = 32$: donc $X = \frac{16}{21.11000}\left(\frac{(21)^3 25170}{(16)^3} + \frac{68650((7\frac{5}{6})11000-68650)}{\frac{(21)^3 25170}{(16)^3}}\right) =$ 4 pieds 9 pouces ; c'eſt la hauteur dont cette Frégate aura ſon centre de volume au-deſſous de la ſuperficie de l'eau.

(148.) Pour le Vaiſſeau à trois ponts, qui a 51 pieds de largeur, on a $V = 128293$, & $M = 51$: donc X ſera $= \ldots\ldots\ldots$ $\frac{17}{14.11000}\left(\left(\frac{14}{17}\right)^3 128293 + \frac{68650((7\frac{5}{6})11000-68650)}{\left(\frac{14}{17}\right)^3 128293}\right) = 9$ pieds; c'eſt la profondeur à laquelle le centre du volume du Vaiſſeau à trois ponts ſera ſubmergé au-deſſous de la ſuperficie du fluide.

(149.) On trouvera de la même maniere le centre de volume pour les autres Vaiſſeaux & Frégates, lorſque leurs fonds ſeront ſemblables; mais lorſque cette condition n'aura pas lieu, il ſera néceſſaire de le chercher directement par le calcul, comme nous l'avons fait pour le vaiſſeau de 60 canons.

PLANC. I.

CHAPITRE III.

Du Métacentre.

(150.) LE centre de volume varie lorsque le Vaisseau s'incline, & de cette variation dépend, comme nous l'avons vu dans le Traité des Fluides, la grandeur, ou la petitesse du moment, & de ce moment dépend la stabilité dans le cas du repos. Que *ABD* soit le corps du Vaisseau, *AD* sa ligne d'eau quand il est droit, & *GL* la même ligne quand il est incliné, de maniere que $LED = AEG$, soit l'angle de l'inclinaison. Ceci posé, & supposant de plus que cet angle est infiniment petit, on se rappellera que nous avons trouvé (*Tome I*, *Art.* 842.), que les moments verticaux qui résistent à l'inclinaison sont exprimés par $(HP + \frac{m}{12}\int e^3 c) \sin\Delta$, Δ exprimant l'angle de l'inclinaison, *H* la distance du centre de gravité au centre de volume qu'on a trouvé, *P* le poids total du Vaisseau, *m* le poids d'un pied cubique du fluide, *e* la largeur *AD*, & *c* une différencielle de la longueur du Vaisseau. Divisant maintenant cette formule par *P*, poids du Vaisseau, on aura $(H + \frac{m}{12P}\int e^3 c) \sin\Delta$ pour la distance horisontale du centre de gravité au nouveau centre de volume; mais $H \sin\Delta$ est la distance horisontale du centre de gravité au centre primitif *C* du volume; donc $\frac{m \sin\Delta}{12P}\int e^3 c$ est la distance horisontale *CN* du même centre primitif *C* au nouveau centre de volume *N*. Si l'on éleve maintenant du point *N* la verticale *NE*, le point *E* sera celui que M. *Bouguer* a nommé *Métacentre*; & puisque *CN* est à *CE*, comme $\sin\Delta$ est à 1, on aura *CE*, c'est-à-dire, la distance du centre de volume au Métacentre $= \frac{m}{12P}\int e^3 c$; ou, parce que $\frac{m}{P} = \frac{1}{v}$, *v* exprimant le volume total, on aura enfin $CE = \frac{1}{12v}\int e^3 c$. FIG. 31.

(151.) Toute la difficulté consiste maintenant à trouver la valeur de $\int e^3 c$. Pour cela, supposons que la distance d'un couple à l'autre soit $= d$, & que la largeur du plus grand de deux couples consécutifs quelconques, prise dans le plan de flottaison, soit $= a$, & celle du plus petit, $= b$: d'après cela, il est clair que la largeur d'un autre couple distant de la quantité *x* du couple dont la largeur est $= b$, sera $= b + \frac{x}{d}(a - b)$; par conséquent nous aurons $e = b + \frac{x}{d}(a - b)$, &

$e^3 = b^3 + \frac{3b^2x}{d}(a-b) + \frac{3bx^2}{d^2}(a-b)^2 + \frac{x^3}{d^3}(a-b)^3$; & $e^3c = b^3dx + \frac{3b^2xdx}{d}(a-b) + \frac{3bx^2dx}{d^2}(a-b)^2 + \frac{x^3dx}{d^3}(a-b)^3$; donc la valeur de l'intégrale $\int e^3c$, pour tout l'espace compris entre les deux couples dont les largeurs sont b & $b + \frac{x}{a}(a-b)$, sera $= b^3x + \frac{3b^2x^2}{2d}(a-b) + \frac{bx^3}{d^2}(a-b)^2 + \frac{x^3}{4d^3}(a-b)^3$; & celle qui correspond à l'espace compris entre les couples dont les largeurs sont a & b, est $= \ldots$ $d(b^3 + \frac{3}{2}b^2(a-b) + b(a-b)^2 + \frac{1}{4}(a-b)^3) = \frac{1}{4}d(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$. Soit maintenant la largeur du maître couple $= A$, celle du couple *III*, ou 3, $= B$, celle du couple *VI*, ou 6, $= C$, & ainsi des autres; l'on aura pour tous les couples depuis le maître couple jusqu'à la proue, ou jusqu'à la poupe $\int e^3c = \ldots$

$$\tfrac{1}{4}d(A^3 + A^2B + AB^2 + 2B^3 + B^2C + BC^2 + 2C^3 + C^2D + CD^2 + 2D^3 + D^2E + E^2D + \&c) =$$
$$\tfrac{1}{4}d\left(A^2(A+B) + B^2(A+2B+C) + C^2(B+2C+D) + \&c \ldots + S^2\left(R + \left(\tfrac{k+1}{k}\right)S\right)\right),$$

S exprimant la largeur du dernier couple, R celle de l'avant-dernier, & $\frac{k}{1}$ la raison de la distance d d'un couple à l'autre, à la distance du dernier S à l'extrêmité de la proue, ou de la poupe*; & par conséquent

---

* Car si l'on met deux termes consécutifs de la formule, par exemple le second & le troisieme, sous cette forme $\frac{d}{4}B^2(A+B) + \frac{d}{4}B^2(B+C)$ & $\frac{d}{4}C^2(B+C) + \frac{d}{4}C^2(C+D)$, on verra, en suivant l'esprit de ce calcul, que la seconde partie de chaque terme avec la premiere partie du terme suivant, appartiennent à un même solide. Ainsi les parties $\frac{d}{4}B^2(B+C)$ & $\frac{d}{4}C^2(B+C)$ proviennent du solide compris entre les couples dont les largeurs sont B & C, tandis que la partie $\frac{d}{4}C^2(C+D)$ appartient au solide suivant. Appliquant donc cette remarque au dernier terme de la formule, on verra, qu'en appellant Z la plus petite largeur du dernier solide, ce dernier terme sera exprimé généralement par $\frac{d}{4}S^2(R+S) + \frac{d}{4}S^2(S+Z)$, dont la premiere partie appartient à l'avant-dernier solide; ainsi, il n'y a que $\frac{d}{4}S^2(S+Z)$ qui appartienne au dernier.

Supposons maintenant que la derniere largeur Z diminue jusqu'à être infiniment petite ou $= 0$, cette seconde partie deviendra $\frac{d}{4}S^2(S)$. De plus, si l'on suppose avec l'Auteur que la hauteur de ce dernier solide, au lieu d'être $= d$, comme celle des précédents, soit $= \frac{d}{k}$, on aura $\frac{d}{4}S^2(\frac{1}{k}S)$. Substituant cette derniere expression dans le dernier terme de la formule, en place de la seconde partie, ce terme deviendra $\frac{d}{4}S^2(R + S + \frac{1}{k}S) = \frac{d}{4}S^2(R + \frac{k+1}{k}S)$; c'est l'expression même de l'Auteur.

Nous n'avons entré dans ce détail qu'en faveur des commençants, qui sont toujours un peu embarrassés dans ces sortes de calculs. Remarquons encore dans les mêmes vûes, que l'expression $\frac{d}{4}S^2(\frac{1}{k}S)$, ou $\frac{1}{4} \cdot \frac{d}{k} \cdot S^3$ que nous venons de trouver pour le dernier solide, fait voir qu'il faut multiplier le cube de sa base, par le quart de sa hauteur. C'est la regle qu'on trouve pour ces solides extrêmes dans l'excellent Ouvrage de M. *Chapman*.

$$\frac{1}{12v}\int e^3c = \frac{d}{48v}\Big(A^2(A+B)+B^2(A+2B+C)+C^2(B+2C+D)+\&c.\ldots+S^2\big(R+(\tfrac{k+1}{k})S\big)\Big),$$

pour la distance du centre de volume au Métacentre.

(152.) Si l'on substitue dans cette formule les valeurs qu'on a trouvées dans l'exemple de l'*Art.* 108, où l'on a calculé le déplacement du Vaisseau de 42 pieds de largeur, $\frac{1}{12v}\int e^3c$ sera pour la poupe =

$$\frac{-7\frac{2}{3}}{48.68650}\Big((42)^2(42+41\tfrac{1}{6})+(41\tfrac{1}{6})^2(42+83\tfrac{1}{3}+41\tfrac{1}{3})+(41\tfrac{1}{3})^2(41\tfrac{1}{6}+83\tfrac{1}{3}+41\tfrac{1}{3})+\&c.$$
$$\ldots+(47\tfrac{2}{3})^2(27\tfrac{2}{3}+28)\Big),$$

& pour la proue = ...

$$\frac{7\frac{1}{6}}{48.68650}\Big((42)^2(42+41\tfrac{1}{6})+(41\tfrac{1}{6})^2(42+83\tfrac{1}{3}+41\tfrac{1}{6})+(41\tfrac{1}{6})^2(41\tfrac{1}{6}+83\tfrac{2}{3}+41\tfrac{2}{3})+\&c.$$
$$\ldots+(9\tfrac{2}{3})(25\tfrac{1}{3}+13)\Big)^*$$

; & en faisant réellement tous les produits & toutes les sommes, tant pour la partie de la poupe que pour celle de la proue, on aura, pour le Vaisseau de 60 canons & de 24 pieds de largeur, $\frac{1}{12v}\int e^3c = 9$ pieds $\frac{1}{3}$; c'est la distance du centre de volume au Métacentre.

(153.) Pour ajouter maintenant au résultat ce qui correspond pour l'épaisseur du bordage des deux côtés du Vaisseau, qui est de 15 pouces, en tout; on remarquera que la quantité e^3 entrant dans l'ex-

---

Le même Auteur donne une méthode fort ingénieuse & fort commode pour trouver la valeur de $\int e^3c$, laquelle est fondée sur les mêmes principes que celle que nous avons développée dans la Note de l'*Article* 108, pour trouver la surface d'un plan; en voici la pratique. Il faut 1°. mettre dans une même colonne les cubes de toutes les largeurs des couples, prises au plan de flottaison supérieur, y compris la largeur des couples extrêmes 33 & *XXVII*. 2°. Prendre le premier & le dernier cube tels qu'ils sont, & multiplier le second par 4, le troisieme par 2, le quatrieme par 4, le cinquieme par 2, & ainsi de suite jusqu'à l'avant-dernier, qui se trouvera multiplié par 4, attendu que le nombre des couples doit être impair (108. *Note.*). 3°. Faire la somme de tous ces produits, & la multiplier par le tiers de la distance d'un couple à l'autre. 4°. Multiplier le cube de la base de chacun des deux solides extrêmes par le quart de leur hauteur, & ajouter ces produits à la somme des précédents. 5°. Enfin, diviser cette derniere somme par 12 fois le volume submergé, le quotient exprimera la hauteur du Métacentre au-dessus du centre de volume.

On peut faire le calcul pour une des moitiés du Vaisseau, c'est-à-dire, en n'employant que les cubes des demi-largeurs; alors après avoir fait la quatrieme opération ci-dessus, il faudra doubler le résultat qu'elle aura donné, & diviser par le triple du volume submergé; ce qui revient absolument au même. Au reste, cette méthode n'est pas plus courte ni plus rigoureuse que celle de notre Auteur, elle deviendroit même plus longue si l'on étoit privé de la Table des cubes des nombres naturels, que M. *Chapman* a donnée à la fin de son Ouvrage. Cette Table est d'un usage commode, elle est calculée de centieme en centieme d'unité, depuis 0,01 jusqu'à 26,00, qui est, à peu près, la plus grande demi-largeur que puissent avoir les Vaisseaux; quant à la précision, nous donnons la préférence à la méthode de *D. Georges Juan.*

* L'Auteur donne $\left(\frac{k+1}{k}\right)S = 28$ pour la poupe, & = 13 pour la proue. Ce résultat suppose k plus petit qu'à l'*Article* 138, & cela doit être ainsi, puisque cette quantité marque ici le rapport entre la distance d'un couple à l'autre, & la distance du dernier couple S à l'étrave ou à l'étambor, prise au plan de flottaison; au lieu qu'à l'*Article* 138, cette derniere distance étoit plus petite (137.), ce qui devoit donner une plus grande valeur à k.

preſſion de la hauteur du Métacentre, elle indique que cette hauteur eſt comme les cubes des largeurs; on fera donc $(42)^3 : (43\frac{1}{3})^3 :: 9\frac{1}{3} : 10\frac{1}{5}$, vraie hauteur du Métacentre au-deſſus du centre de volume dans le Vaiſſeau de 60 canons.

(154.) En outre, on pourroit encore ajouter la quantité dont le même Métacentre s'éleve quand le Vaiſſeau s'incline d'une quantité conſidérable, parce que les côtés du Vaiſſeau, à meſure qu'ils s'élevent au-deſſus de l'eau, ayant plus de ſaillie en dehors, particuliérement dans les extrêmités du Vaiſſeau, il eſt clair que la quantité e^3 augmente à meſure que l'inclinaiſon eſt plus grande; & l'inclinaiſon peut être telle que la hauteur du Métacentre au-deſſus du centre de volume, aille juſqu'à 11 pieds $\frac{1}{4}$.

(155.) Ayant trouvé le Métacentre pour un Vaiſſeau, on peut, avec facilité, le trouver pour tous les Vaiſſeaux, dont les ſections à la ſuperficie de l'eau ſont entiérement ſemblables; car, dans ce cas, la quantité $\frac{1}{12}\int e^3c$, eſt comme les quatriemes puiſſances des largeurs. Cette quantité pour le Vaiſſeau de 42 pieds de largeur, eſt $= 639819$: par conſéquent pour trouver la valeur correſpondante pour le Vaiſſeau de 70 canons, qui a 48 pieds de largeur, on fera $(42)^4 : (48)^4 :: 639819 : 1091502 = \frac{1}{12}\int e^3c$, dans le Vaiſſeau de 70 canons. On aura donc pour ce Vaiſſeau la diſtance du centre de volume au Métacentre, $= \frac{1}{12v}\int e^3c = \frac{1091502}{96500} = 11$ pieds 3 pouces $\frac{1}{4}$: auxquels ajoutant 1 pied, à raiſon du bordage, & quelque choſe de plus pour les rondeurs (154.); on aura dans le Vaiſſeau de 70 canons $\frac{1}{12v}\int e^3c =$ 13 pieds $\frac{1}{2}$.

(156.) Pour la Frégate de 22 canons, qui a 31 pieds $\frac{2}{3}$ de largeur, nous aurons $(42)^4 : (31\frac{2}{3})^4 :: 639819 : 206761$: donc le Métacentre ſera au-deſſus du centre de volume de $\frac{206761}{25170} = 8$ pieds 2 pouces $\frac{1}{2}$; ou en ajoutant 8 pouces $\frac{1}{3}$ à cauſe du bordage, & 9 à cauſe des rondeurs, on aura $\frac{1}{12v}\int e^3c = 9$ pieds $\frac{2}{3}$.

(157.) Pour le Vaiſſeau à trois ponts, avec 51 pieds de largeur, on a $(42)^4 : (51)^4 :: 639819 : 1391434$: donc le Métacentre ſera au-deſſus du centre de volume de $\frac{1391434}{133053} = 10$ pieds 5 pouces $\frac{1}{4}$; ou en ajoutant 13 pouces $\frac{1}{4}$, à raiſon du bordage, & 15 pouces à cauſe des rondeurs, on aura $\frac{1}{12v}\int e^3c = 12$ pieds $\frac{4}{5}$. On procédera de la même maniere pour trouver le Métacentre dans les autres Vaiſſeaux.

(158.) Ayant trouvé le Métacentre relativement aux inclinaiſons latérales, il nous reſte maintenant à trouver ce point relativement

aux

aux inclinaisons que peut prendre le Vaisseau de poupe à proue, & réciproquement, c'est-à-dire, par rapport aux inclinaisons qui proviennent du mouvement sur un axe horisontal perpendiculaire à la quille, & passant par le centre de gravité. Soit Δ l'angle de ces inclinaisons que nous supposons infiniment petites, y la largeur d'un couple prise à la superficie de l'eau, & z la distance horisontale de ce couple au plan vertical, perpendiculaire à la quille, qui passe par le centre de tout le volume submergé. Cela posé, ydz sera une différencielle de l'aire, ou de la section du Vaisseau faite à la superficie du fluide; $yzdz \sin \Delta$ sera celle du petit volume qui se submergera dans l'inclinaison; $yz^2dz \sin \Delta$ sera le moment de cette différencielle; par conséquent $\sin \Delta \int yz^2dz$ sera l'expression du moment total de la nouvelle partie submergée; $\frac{\sin \Delta}{v} \int yz^2dz$, celle de la distance horisontale du centre de volume à la verticale qui passe par le Métacentre, & $\frac{1}{v} \int yz^2dz$ celle du centre de volume au Métacentre (150, & *Tome I*, *Art.* 842.).

Pour trouver maintenant la valeur de $\int yz^2dz$, supposons que a soit la largeur d'un couple prise à la superficie du fluide, b celle d'un autre couple immédiatement plus petit, d la distance d'un couple à l'autre, n celle qu'il y a du couple dont la largeur est a au plan vertical qui passe par le centre de volume, & x celle du couple dont la largeur est b à un autre couple intermédiaire entre b & a. Cela posé, il est clair que $\frac{ax+b(d-x)}{d} = y$ sera la largeur de ce couple intermédiaire (150.), & $z = n + d - x$: ainsi, nous aurons $yz^2dz = -dx(n+d-x)^2 \left(\frac{ax+b(d-x)}{d}\right) = \dots\dots$

$$-\frac{dx}{d}\left(\begin{matrix} bd(n+d)^2 + (a-b)(n+d)^2x - 2(a-b)(n+d)x^2 + (a-b)x^3 \\ -2bd(n+d)x + bdx^2; \end{matrix}\right)$$

quantité dont l'intégrale complette * est $= \dots\dots$

$$\left.\begin{matrix} bd(n+d)^2 + \frac{1}{2}d(a-b)(n+d)^2 - \frac{2}{3}d^2(a-b)(n+d) + \frac{1}{4}d^3(a-b) \\ -bd^2(n+d) + \frac{1}{3}bd^3 \end{matrix}\right\}$$

$= \frac{1}{2}n^2d(a+b) + \frac{1}{3}nd^2(a+2b) + \frac{1}{12}d^3(a+3b)$. Cette valeur de $\int yz^2dz$ sera donc celle qui correspond au volume compris entre les couples dont les largeurs sont a & b. Supposons maintenant que A soit la largeur du maître couple à la superficie de l'eau, B celle du couple *III*, C celle du couple *VI*, & ainsi de suite; que q soit de même la distance du maître couple au centre de volume. Substituant, dans la formule, q pour n, A pour a, & B pour b, la valeur de $\int yz^2dz$ correspon-

* On obtient cette intégrale en faisant $x = d$, après avoir intégré.

dante au volume compris entre les couples o & *III*, ſera $= \frac{1}{2}q^2d(A+B)+\frac{1}{3}qd^2(A+2B)+\frac{1}{12}d^3(A+3B)$. La diſtance du centre de volume au couple *III*, eſt $=q+d$; ſubſtituant donc, dans la même formule, $q+d$ pour n, B pour a, & C pour b, la valeur de $\int yz^2dz$, correſpondante au volume compris entre les couples *III* & *VI*, ſera $=\frac{1}{2}q^2d(B+C)+\frac{1}{3}qd^2(4B+5C)+\frac{1}{12}d^3(11B+17C)$. On trouvera de la même maniere les autres valeurs de $\int yz^2dz$ correſpondantes au volume compris entre les autres couples, juſqu'au dernier de la proue; & en ſommant ces quantités, on trouvera que la valeur de l'intégrale qui correſpond au volume compris entre le maître couple & le dernier couple de proue, eſt $=$ . . . .

$$\left\{\begin{array}{l} q^2d(\frac{1}{2}A+B+C+D+E+F+G+H+\&c.) \\ qd^2(\frac{1}{3}A+2B+4C+6D+8E+10F+12G+14H+\&c.) \\ \frac{1}{12}d^3(A+8B+20C+32D+44E+56F+68G+80H+\&c.) \\ \frac{1}{2}d^3(0+B+5C+13D+25E+41F+61G+85H+\&c.) \end{array}\right\}$$

On apperçoit clairement l'ordre de ces ſéries. Les coëfficients des trois premieres ſont en progreſſion arithmétique; & ceux de la quatrieme ſont la ſomme des quarrés des nombres qui expriment le rang des deux termes précédents; par exemple, le coëfficient 13 eſt la ſomme de 9 & de 4, quarrés des nombres 3 & 2, qui indiquent le rang des termes *C* & *B*. Pareillement 25 eſt la ſomme de 16 & de 9, quarrés des nombres 4 & 3, qui indiquent le rang des termes *D* & *C*, & ainſi des autres.

Pour trouver maintenant la valeur de $\int yz^2dz$, correſpondante au volume compris entre le maître couple & le plan vertical, qui paſſe par le centre de volume, nous n'avons qu'à ſubſtituer, dans la formule, o pour n, q pour d, A pour b, & la largeur du Vaiſſeau, dans le même plan vertical, pour a: mais, attendu que, dans cet endroit, la différence entre les largeurs du Vaiſſeau, priſes au maître couple & au ſuſdit plan vertical, eſt très petite, ou nulle, nous pouvons ſubſtituer de même A pour a, & nous aurons $\frac{1}{3}q^3A$ pour cette valeur. Enfin, pour trouver la valeur de $\int yz^2dz$, correſpondante au volume compris entre le dernier couple de proue & l'étrave, ſuppoſons que S ſoit la largeur de ce dernier couple, k ſa diſtance à l'étrave, r le nombre des couples, le maître couple excepté; ce qui donnera $n=q+(r-1)d$, pour ce qui appartient à l'eſpace compris entre les couples dont les largeurs ſont R & S (R étant celle de l'avant-dernier); & pour celui compris entre S & l'étrave, $n=q+rd$. Ces deux valeurs étant ſubſtituées dans la formule, il en réſulte les derniers termes des ſéries $=$ . . . . .

$+q^2(d+k)S+q((rd)(d+k)-\frac{1}{3}d^2+\frac{1}{3}k^2))S+\frac{1}{12}(6r^2d^2(d+k)-4rd(d^2-k^2)+d^3+k^3))S$*,
d'où l'on conclura que la distance du centre de volume au Métacentre, dans les inclinaisons de poupe à proue, est = ...

$$\frac{1}{v}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{3}q^3A\\ q^2d(\frac{1}{2}A+B+C+D+E+\&c.)+\frac{1}{2}q^2(d+k)S\\ qd^2(\frac{1}{3}A+2B+4C+6D+8E+\&c.)+q((rd)(d+k)-\frac{1}{3}d^2+\frac{1}{3}k^2))S\\ \frac{1}{12}d\ (A+8B+20C+32D+44E+\&c.)+\frac{1}{12}((6r^2d^2)(d+k)+d^3+k^3))\\ \frac{1}{4}d^3(0+B+5C+13D+25E+\&c.)-\frac{1}{3}rd(d^2-k^2)S\end{array}\right\},$$

bien entendu que cette expression convient également pour la proue & pour la poupe, & que pour celle-ci q est négatif.

(159.) Si nous substituons dans cette formule les quantités $A=42p$: $B=41p\ 10p$, $C=41p\ 10p$: $D=41p\ 8p$: $E=41p\ 6p$: &c. $d=7\frac{1}{2}$: $k=4p.9p$: $q=5$: $r=9$, que nous avons trouvées pour la proue dans l'exemple du Vaisseau de 60 canons, & de 42 pieds de largeur que nous avons donné, *Art.* 108, on aura $\frac{1}{3}q^3A=1750$: la premiere série sera $=59912$: la seconde $=702690$: la troisieme & la quatrieme réunies $=2808127$: ainsi la somme de ces quantités est $=3572469$. Pour la poupe, $A=42$: $B=41p\ 10p$: $C=41p\ 8p$: $D=41p\ 4p$: $E=40p\ 10p$: &c. $d=7\frac{1}{2}$: $k=4$: $q=-5$: $r=11$; & il en résulte $\frac{1}{3}q^3A=-1750$: la premiere série $=78125$: la seconde $=-1094671$: la troisieme & la quatrieme réunies, $=5200707$: la somme de toutes ces quantités est $=4182411$, laquelle jointe avec celle trouvée ci-dessus 3572469, donne au total 7754880. Divisant cette quantité par $65850=68650-2800=v$, volume qu'occupe le Vaisseau de 60 canons, moins 2800, volume du bordage qui n'est point entré dans le calcul, il vient au quotient

---

* Si l'on considére, avec quelque attention, les suites précédentes, on verra qu'on a eu pour objet de réunir dans une même suite, tous les termes multipliés par la largeur d'un même couple, du moins autant que le permettoit l'ordre de série qu'il étoit essentiel d'observer, pour rendre les applications numériques plus faciles. C'est pour remplir ce dernier objet qu'on n'a pas réuni la troisieme & la quatrieme suite, pour n'en faire qu'une seule, ce qui étoit même indiqué par le multiplicateur d^3, commun à ces deux suites; & ce que le calcul direct fournissoit d'ailleurs. Mais l'Auteur a séparé, d'une maniere fort élégante, cette suite unique en deux autres, qui observent, comme on vient de le voir, une loi facile à retenir, & d'une application commode.

C'est encore en considérant l'esprit de la méthode de l'Auteur, qu'on verra la raison pour laquelle il preferit de faire dans la formule générale les substitutions relatives à l'espace compris entre le dernier couple, dont la largeur est S, & l'avant-dernier, dont la largeur est R : car en se contentant de faire le calcul relatif à l'espace compris entre le couple S & l'étrave, on auroit bien eu des termes affectés de la largeur S de ce couple, mais on n'auroit eu qu'une partie de ceux qui doivent l'être ; puisque le volume compris entre R & S doit aussi donner des termes affectés de S. Quant aux termes affectés de R, on les a rejettés, parce qu'ils sont censés compris dans les termes précédents des séries.

Nous observerons encore, en faveur des commençants, que dans la substitution relative à l'espace compris entre le dernier couple & l'étrave, il faut avoir attention de ne pas confondre la lettre d qui est dans la formule générale, avec celle de la valeur de n. Celle de la formule générale n'exprime que la distance entre le couple dont la largeur est S & l'étrave, c'est-à-dire, qu'elle est $=k$;

117 pieds $\frac{3}{4}$ pour la hauteur du Métacentre au-dessus du centre de volume dans les inclinaisons de poupe à proue *.

Ayant trouvé cette hauteur pour un Vaisseau, il est facile de la trouver pour les autres, si l'on a calculé auparavant celles qui correspondent aux inclinaisons latérales, & si l'on suppose les sections faites par un plan coïncidant avec la superficie de l'eau entiérement semblables : car, comme les deux hauteurs du Métacentre sont, dans l'un & l'autre Vaisseau, comme les quatriemes puissances de leurs dimensions linéaires, tant pour les inclinaisons latérales, que pour celles de poupe à proue, elles seront entre elles dans la même raison. Pour le Vaisseau de 60 canons (152.), on a trouvé la hauteur du Métacentre au-dessus du centre de volume dans les inclinaisons latérales, $=$ 9 pieds $\frac{1}{3}$; & dans celles de poupe à proue, nous venons de trouver que la hauteur du Métacentre $=$ 117 pieds $\frac{3}{4}$. De plus, on a trouvé, (155.) pour le Vaisseau de 70 canons, la hauteur du Métacentre dans les inclinaisons latérales $=$ 11 pieds 3 pouces $\frac{1}{2}$: on aura donc $9\frac{1}{3} : 117\frac{3}{4} :: 11\frac{7}{24} : 142$ pieds 5 pouces, hauteur du Métacentre au-dessus du centre de volume, pour le Vaisseau de 70 canons, dans les inclinaisons de poupe à proue. Pour la Frégate de 22 canons, on a

---

mais celle de la valeur de $n = q + rd$, exprime la distance d'un couple à l'autre, & doit être conservée sous cette forme. Ainsi, pour éviter toute équivoque, on fera bien de faire $d = k$, dans la formule générale ; & ensuite de faire $n = q + rd$, $a = S$, & $b = 0$. Ces opérations faites, on aura les expressions mêmes de l'Auteur. Nous avons corrigé quelques négligences typographiques, qui se sont glissées dans cet article, & qui pourroient arrêter les commençants, en jettant de l'incertitude dans leurs opérations.

* L'Auteur fait dans ce calcul la distance k du couple *XXVII*, à l'étrave plus grande qu'elle ne résulte de l'*Article* 152, & il fait, au contraire, la distance du couple 33 à l'étambot plus petite ; car d'après cet *Article* la premiere distance $= 2^p\ 6p$, & la seconde $= 4^p\ 2p$. Mais on remarquera que ces distances devant être prises à la superficie de l'eau, la premiere est augmentée, & la seconde est diminuée par l'inclinaison de poupe à proue ; & c'est, sans doute, pour tenir compte de cet effet, que l'Auteur a fait les changements dont nous parlons. C'est aussi dans les mêmes vues qu'il a fait $q = \pm 5p$, au lieu de $\pm 5p\frac{2}{3}$ qu'on a trouvé, *Article* 139 ; parce que l'inclinaison de poupe à proue, porte le centre de volume plus vers la proue, & diminue la distance du maître couple au plan vertical qui passe par ce centre. Au reste, en employant les nombres que l'Auteur indique, les résultats numériques qu'on trouve dans le texte, ne sont pas rigoureusement exacts, nous avons refait ces calculs, & nous avons trouvé pour la proue $\frac{2}{3}q^3A = 1750$; la premiere série $= 59908$; la seconde $= 703610$; la troisieme $= 679212$; & la quatrieme $= 2128653$; ainsi la somme de ces quantités pour la proue est $= 3573133$. Pour la poupe, nous avons trouvé $\frac{2}{3}q^3A = -1750$, la premiere série $= 74342$; la seconde $= -1096840$; la troisieme $= 1296804$; & la quatrieme $= 4210684$; ainsi, la somme de toutes ces quantités pour la poupe $= 4486740$; joignant ce résultat avec celui qu'on vient de trouver pour la proue, on aura au total 8059873. Divisant donc cette somme par 65850 ; il vient au quotient 122 pieds $\frac{2}{5}$, pour la hauteur du Métacentre au-dessus du centre de volume dans les inclinaisons de poupe à proue. Nous nous contentons d'indiquer ces différences pour justifier les essais de commençants, sans réformer le texte de l'Auteur, parce qu'il ne nous est pas possible de faire la même chose par-tout (*Voyez* ci-après la *Note* de l'*Article* 179) Ces résultats numériques ne sont d'ailleurs d'aucune importance pour la pratique, il suffit que les formules analytiques, qui sont censées les avoir fournis, soient exactes.

trouvé la hauteur du Métacentre au-dessus du centre de volume dans les inclinaisons latérales = 8 pieds 2 pouces $\frac{1}{2}$: donc on aura $9\frac{1}{3}$: $117\frac{3}{4}$ :: $8\frac{5}{24}$: $103\frac{1}{2}$, qui est la hauteur du Métacentre, pour cette Frégate, dans les inclinaisons de poupe à proue. Enfin, on a trouvé, pour le Vaisseau à trois ponts, que la hauteur du Métacentre dans les inclinaisons latérales = 10 pieds $\frac{11}{24}$: donc on aura $9\frac{1}{3}$: $117\frac{3}{4}$ :: $10\frac{11}{24}$: $131\frac{7}{8}$, qui est la hauteur du Métacentre dans les inclinaisons de poupe à proue. Si les sections horisontales des Vaisseaux, faites à la superficie de l'eau n'étoient pas semblables, il seroit nécessaire de calculer la hauteur du Métacentre pour chaque Vaisseau séparément, en procédant comme on l'a fait dans l'exemple relatif au Vaisseau de 60 canons.

CHAPITRE IV.

Du Centre de Gravité.

(161.) EN suivant les regles que nous avons déjà données, & que nous avons tant de fois répétées pour trouver le Centre de gravité d'un corps, on voit comment il faut s'y prendre pour déterminer celui d'un Vaisseau. La connoissance de ce centre est absolument nécessaire pour parvenir à celle de sa stabilité qui en dépend, & de tous ses mouvements de rotation. Si donc on multiplie le poids de chacune des pieces qui entrent dans la composition du Vaisseau, & de celles qu'il renferme, c'est-à-dire, de sa charge, par la distance de son Centre de gravité au plan horisontal qui coïncide avec la quille ; & si ensuite on divise la somme de tous ces produits par le poids total, le quotient exprimera la distance dudit plan au Centre de gravité de tout le Vaisseau. Ce calcul est long & pénible, par le grand nombre de parties & de poids de différentes formes qu'il faut examiner; mais cependant on peut le faire par parties ; c'est-à-dire qu'on peut trouver premiérement le Centre de gravité d'un certain nombre de parties, & opérer sur celles-ci pour trouver le Centre de gravité de leur assemblage, comme on a opéré sur chacune séparément. On voit cette maniere de procéder suffisamment développée dans les deux Tables suivantes, & comment on parvient à trouver le Centre de gravité du Vaisseau.

PREMIERE TABLE, & Calcul pour trouver le Centre de Gravité de la coque du Vaisseau.

Nom des Parties.	Leur Poids.	Haut. de leur centre.	Produit
Couples.	8850	$6\frac{1}{2}$	57525
Bordage & Vaigrage.	8100	7	56700
Premier Pont.	2640	20	52800
Second Pont.	2100	27	56700
Faux Pont.	2570	13	33410
Gaillard d'arriere & d'avant.	860	34	29240
Dunette.	250	40	10000
Quille, Contre-Quille, & Fausse Quille.	455	—1	—455
Guirlandes & Porques *.	650	5	3250
Carlingue.	50	2	100
Cloisons de brique & de bois.	300	7	2100
Gouvernail.	100	12	1200
Taillemer.	160	18	2880
Ouvrages de Poupe.	40	27	1080
Sommes.	27125		305985
A déduire			455
Somme des moments.			306530

Divisant la somme des moments 306530, par celles des poids 27125, le quotient 11 pieds $\frac{1}{3}$. exprimera la hauteur du centre de gravité de la coque du vaisseau du dessus de la face supérieure de la quille.

SECONDE TABLE, & calcul pour trouver le Centre de Gravité de tout le Vaisseau.

Nom des Parties.	Leur Poids.	Haut. de leur centre.	Produit.
Artillerie.	2400	24	57600
Boulets.	800	5	4000
Poudre.	280	7	1960
Mâture.	670	55	36850
Agrès, Voilure, Poulies & Caliornes en Place.	670	60	40200
Câbles, Agrès, Voilure & Poulies de rechange.	1000	15	15000
Ancres.	320	34	10880
Vivres pour trois mois.	2850	13	37050
Provision d'eau pour deux mois	1600	7	11200
Chaloupe, Canot, & Yole.	300	32	9600
Hommes de l'Equipage avec leurs effets.	800	27	21600
Lest.	4935	3	14805
Sommes.	16625		260745
Som. de la premiere Table.	27125		305530
Sommes totales.	43750		567275

Les 567275 étant divisés par 43750, donnent au quotient 13 pieds $\frac{1}{24}$ **, à très-peu près, pour la hauteur du centre de gravité de tout le Vaisseau, au-dessus de la face supérieure de la quille.

(162.) Ce calcul devient extrêmement long, si on le fait avec l'étendue qu'il exige, c'est-à-dire, si l'on en rassemble tous les éléments dans le détail nécessaire. Pour la pratique des constructeurs, il seroit encore mieux de trouver le Centre de gravité du Navire par la situation déjà trouvée de ce centre pour un autre Navire, en tenant

* En Espagnol, *Bularcamas y Busardas.*

** Le quotient n'est que de 13 pieds, mais nous conservons les résultats numériques tels qu'ils se trouvent dans l'original, quoiqu'ils ne soient pas très-exacts: car outre que la différence est très-petite, nous n'aurions rien gagné à corriger ceux-ci, ne pouvant faire la même chose pour tous les autres (*Voyez* ci-après la *Note* de l'*Article* 179.). Dans le cas présent, la somme des moments de la premiere Table est certainement 306530, & non 316533, ce qui donne 11 p. $\frac{1}{3}$ pour le premier quotient. L'Auteur a ajouté la somme des moments de la premiere Table, avec celle de la deuxième, mais avant d'en avoir soustrait le moment 455 qui est négatif, ce qui est évidemment fautif, (*Tome I, Article* 120.): c'est en grande partie de là que vient la différence dont il est ici question.

compte ensuite des différences qu'il peut y avoir d'un Navire à l'autre, où des altérations qu'on auroit pratiquées dans la construction de l'autre. Les principes que nous avons exposés précédemment nous facilitent le moyen d'exécuter ce calcul à l'aide d'une seule expérience, que les gens de mer pratiquent très-souvent, & qu'ils appellent *mettre à la bande* *. Le procédé consiste à incliner le Vaisseau, en passant d'un côté toute l'artillerie, les boulets qui sont sur les ponts, les coffres & les caisses de l'équipage, & en suspendant des pieces remplies d'eau à l'extrêmité des vergues, & en faisant encore monter des hommes dessus. Par cette manœuvre on découvre, du côté où le Vaisseau s'éleve, 2 ou 3 pieds de ses parties submergés, & on les nettoie. On pourroit de même, en continuant de faire incliner le Vaisseau, nettoyer tout le reste de sa carene jusqu'à la quille, avec des balais, ou autres choses propres à cet effet. Cette opération est en elle-même facile, & elle le sera encore beaucoup plus, si on l'exécute pour l'objet que nous allons expliquer. On connoît le poids des canons, des affûts & des boulets, celui des caisses, des pieces d'eau, & des hommes; on connoît aussi l'endroit d'où on les a enlevés, & celui où on les a placés; par conséquent il est facile de calculer leur moment. Dans l'équation $\int \pi (p+\Pi) = (HP + \frac{1}{12} m \int e^3 c) \sin \Delta$ (*Tome I. Art.* 900.), π exprime un poids qu'on transporte à la distance horisontale $p+\Pi$; ou $\int \pi (p+\Pi)$ exprime la somme des produits de tous les poids qu'on transporte, par les distances horisontales auxquelles ils ont été transportés. Supposons donc que p exprime cette distance, & l'on aura $\int p\pi = (HP + \frac{1}{12} m \int e^3 c) \sin \Delta$, d'où l'on tire la distance H du centre de volume à celui de gravité $= \frac{1}{P \sin \Delta} \int p\pi - \frac{1}{12 v} \int e^3 c$. Or la quantité $\frac{1}{12 v} \int e^3 c$ est (150.) la distance du Centre de volume au Métacentre: donc $\frac{1}{P \sin \Delta} \int p\pi$ sera la distance du Métacentre au Centre de gravité.

(163.) Pour trouver cette quantité, nous n'avons besoin que de mesurer avec exactitude, dans l'expérience, l'angle de l'inclinaison Δ; ou, ce qui est la même chose, de mesurer exactement au maître couple la partie du côté qui est sortie hors de l'eau par l'inclinaison. De cette façon, supposant que cette partie soit $= g$, & que A soit la largeur du Vaisseau, on aura $\frac{g}{\frac{1}{2} A} = \sin \Delta$, ou $\sin \Delta = \frac{2g}{A}$. Mesurant aussi les distances auxquelles on a transporté les poids π, on trouvera facilement la valeur de l'expression $\frac{1}{P \sin \Delta} \int p\pi$.

* En Espagnol, *Dar Pendoles.*

(164.) Dans le Vaiſſeau de 60 canons qui nous a ſervi d'exemple, le poids de toute l'artillerie d'un côté de la premiere batterie, avec les affûts & les boulets, eſt de 720 quintaux, qui multipliés par 27, diſtance à laquelle on les a tranſportés, font 19440 de moment. Le poids de l'artillerie de la ſeconde batterie eſt de 611 quintaux, qui multipliés par 29, donnent un moment de 17719; celui qui correſpond à trois canons du gaillard d'arriere, eſt de 99 quintaux, qui multipliés par 29, donnent 2871 de moment; le poids des coffres & des caiſſes eſt de 300 quintaux, qui multipliés par 18, donnent 5400 de moment; le poids des pieces pleines d'eau ſuſpendues aux vergues, avec les cordages qui les ſoutiennent, eſt de 20 quintaux, qui multipliés par 40, donnent 800 de moment: enfin le poids de 20 hommes placés ſur chacune des baſſes vergues, donne un moment de 2440. Toutes ces quantités réunies font un moment de 48670 $= \int p\pi$. Si nous ſuppoſons maintenant $\sin\Delta = \frac{1}{8}$, ou, ce qui eſt la même choſe, $g = 2$ pieds $\frac{11}{16}$, le poids total du Vaiſſeau étant de 43750 quintaux, on aura la diſtance du Métacentre au Centre de gravité $= \frac{1}{P \sin\Delta} \int p\pi = \frac{8.\,48670}{43750} = 8$ pieds $\frac{11}{12}$. Ainſi, dans le cas de $\sin\Delta = \frac{1}{8}$, le Centre de gravité ſera de $11\frac{1}{2} - 8\frac{11}{12} = 2$ pieds $\frac{7}{12}$ plus haut que le centre de volume (154.).

(165.) On a trouvé (144) que le centre de volume étoit de 7 pieds $\frac{1}{6}$ plus bas que la ſuperficie de l'eau, & celle-ci eſt diſtante de la quille (108 & 144) de 18 pieds: donc le Centre de volume eſt élevé au-deſſus de la quille de 10 pieds $\frac{5}{6}$, & celui de gravité de $10\frac{5}{6} + 2\frac{7}{12} = 13$ pieds $\frac{5}{12}$; c'eſt-à-dire, de 2 pouces $\frac{1}{2}$ plus haut qu'on ne l'a trouvé par le calcul. Si l'on ſuppoſoit $\sin\Delta$ plus petit, on trouveroit ce centre plus bas: au reſte, il n'y a que l'expérience qui puiſſe donner une détermination exacte.

(166.) Si l'on vouloit trouver, au moyen des données précédentes, la vraie inclinaiſon que doit prendre le Vaiſſeau, on le pourroit aiſément; car puiſque le centre de volume eſt élevé au-deſſus de la quille de 10 pieds $\frac{5}{6}$, & celui de gravité de 13 pieds $\frac{5}{24}$ (161.), ces deux centres ſeront donc éloignés de 2 pieds $\frac{9}{24}$. Souſtrayant cette diſtance de 11 pieds $\frac{1}{2}$, dont (154.) le Métacentre eſt élevé au-deſſus du centre de volume, il reſtera $9\frac{3}{24}$ pour la hauteur du Métacentre au-deſſus du Centre de gravité: donc $\frac{1}{R \sin\Delta} \int p\pi = 9\frac{3}{24}$, ce qui donne $\sin\Delta = \frac{\int p\pi}{P.9\frac{3}{24}}$; ou en ſubſtituant la valeur de $\int p\pi = 48670$, & celle de $P = 43750$, on aura $\sin\Delta = \frac{48670}{43750,\, 9\frac{3}{24}} = \frac{1219}{10000}$: d'où l'on voit que cette inclinaiſon doit être un peu moindre que celle de $\frac{1}{8}$ qu'on avoit ci-devant ſuppoſée.

(167.)

(167.) Pour trouver le changement qui arrive à la quantité H, ou à la diſtance entre les Centres de gravité & de volume, lorſqu'on augmente le volume ſubmergé dans le fluide, ſoit en donnant plus de capacité aux couples, ſoit en ſubmergeant davantage le Vaiſſeau; on ſuppoſera que p exprime le poids du nouveau leſt qu'on ajoute, f la diſtance du Centre de volume du Navire à celui du volume ajouté, & g la diſtance du même Centre au centre du leſt qu'on ajoute. Cela poſé, on aura $P+p : p :: f : \frac{pf}{P+p}$, diſtance du Centre primitif au nouveau Centre de volume; & par conſéquent $H+\frac{pf}{P+p}$ ſera la diſtance du Centre primitif de gravité au nouveau Centre de volume. Pareillement, on aura $P+p : p :: f+H+g : \frac{(f+H+g)p}{P+p}$, diſtance du Centre primitif au nouveau Centre de gravité : par conſéquent la diſtance entre les deux nouveaux Centres, de gravité & de volume, ſera $H+\frac{pf}{P+p}-\frac{(f+H+g)p}{P+p}=\frac{PH-pg}{P+p}$; ou parce qu'on ſuppoſe p très-petit à l'égard de P, cette diſtance entre les deux nouveaux Centres, ſera $=H-\frac{pg}{P}$; ou en ſubſtituant à la place de P & de p les volumes v & w, elle ſera $=H-\frac{wg}{v}$. Toutes les fois que le centre de gravité du leſt qu'on ajoute, eſt plus bas que celui du volume pareillement ajouté, la quantité g eſt poſitive, & elle eſt négative dans le cas contraire : de même les quantités p ou w ſont poſitives, ſi l'on augmente le poids ou le volume; & elles ſont négatives, ſi on le diminue. Si l'on donne plus de capacité aux fonds du Vaiſſeau, en le chargeant en même temps d'une quantité de leſt correſpondante au volume d'augmentation, mais à une profondeur plus grande, H ſera moindre, & par conſéquent la diſtance du Centre de gravité au Métacentre, ſera plus grande, & l'inclinaiſon Δ ſera moindre. La même choſe doit arriver, quand on augmentera le leſt, encore qu'on n'ajoute aucun autre volume que celui dont le Navire ſe ſubmerge davantage, à cauſe du leſt ajouté. Mais ſi l'on augmentoit la capacité des fonds du Navire, ſans augmenter ſa charge, on auroit, en ce cas, deux valeurs de wg, l'une poſitive pour le volume augmenté, & l'autre négative pour le volume qui ſort du fluide. La ſomme des deux ſera le produit du volume ajouté w, par la diſtance de ſon centre au centre du volume qui ſort de l'eau, lequel produit eſt négatif : or f exprimant cette diſtance, H ſera plus grande de la quantité $\frac{fw}{v}$. Le contraire arriveroit, ſi l'on diminuoit la capacité de la carene : ainſi, à volumes égaux, & les valeurs $\int e^3 c$ étant auſſi ſuppoſées

égales, le Vaisseau dont la carene aura moins de capacité, ou qui tirera moins d'eau, aura la quantité *H* moindre, & prendra une moindre inclinaison Δ.

(168.) Le Vaisseau de 70 canons a la hauteur de l'entrepont, moindre de 8 pouces que celle qui lui correspondroit, pour être en tout proportionné au Vaisseau de 60 canons ; ainsi le second pont, toute la batterie & les œuvres qui sont au-dessus, sont plus basses de cette même quantité. La différence entre le volume que la coque déplace & celui qu'elle devroit déplacer, si ce Vaisseau étoit proportionné en tout sur celui de 60 canons, est de 5524 pieds cubiques (126.), lesquels équivalent à 3520 quintaux de poids, dont sa coque pesoit moins. Le poids total que le Vaisseau devoit avoir d'après la même supposition d'une similitude parfaite, est de 65306 quintaux ; donc, en retranchant les 3520 quintaux ci-dessus, il restera 61786 quintaux, pour le poids qu'il devoit réellement avoir : mais par l'expérience, on a trouvé ce poids seulement de 61499 quintaux ; donc ce Vaisseau avoit moins en lest, la différence 287 quintaux. La portion du côté du Vaisseau de 8 pouces de hauteur qui a été retranchée, pese 280 quintaux, lesquels multipliés par 30 pieds, hauteur qu'elle auroit eue au-dessus de la face supérieure de la quille, produisent 8400 de moment ; tout le second pont avec sa batterie & les œuvres supérieures, pesent 6900 quintaux, qui, multipliés par $\frac{2}{3}$ de pieds, ou par les 8 pouces dont il est plus bas qu'il n'auroit été, produisent 4600 de moment. Enfin, les 287 quintaux de lest, dont le vaisseau est moins chargé, multipliés par 3 pieds $\frac{1}{2}$, donnent un moment de 1004 $\frac{1}{2}$. Soit supposé maintenant que les 3520 quintaux dont la coque pese moins, soient diminués proportionnellement sur toutes les parties qui la composent, leur centre de gravité concourra avec celui de la coque même, laquelle étant reglée sur les proportions de celle du Vaisseau de 60 canons, son Centre (161.) doit être élevé au-dessus de la face supérieure de la quille de $\frac{11\frac{2}{3}\cdot 49\frac{1}{2}}{43} = 13$ pieds $\frac{3}{7}$; &, par conséquent, en multipliant par cette quantité les 3520 quintaux, il en résulte 47269 de moment : ensorte que tous les quatre réunis, produisent le moment 61273 $\frac{1}{2}$. Le poids total du Vaisseau, comme nous l'avons déjà dit, auroit dû être de 65306, &, proportion gardée, avec le Vaisseau de 60 canons, son Centre de gravité auroit dû être élevé au-dessus de la quille, de $\frac{13\frac{1}{15}\cdot 49\frac{1}{2}}{43} = 15$ pieds $\frac{1}{4}$; par conséquent son moment seroit de 981933 $\frac{1}{2}$. Soustrayant de celui-ci les 61273 $\frac{1}{2}$, il restera 920660 pour le moment

véritable du Vaisseau, lequel divisé par son poids 61499 quintaux, donne au quotient 15 pieds moins $\frac{1}{5}$ de pouce, à peu près ; c'est la hauteur du Centre de gravité du Vaisseau, au-dessus de la face supérieure de la quille : ensorte que cette hauteur ne différe que de 3 pouces $\frac{1}{4}$ de celle à laquelle on est parvenu, en supposant le Vaisseau de 70 canons proportionné en tout à celui de 60 canons. Si on vouloit en outre que le Vaisseau portât des pieces de 36 à sa premiere batterie, sa charge se trouveroit augmentée de 550 quintaux, lesquels multipliés par 26, produisent 14300 de moment. Ce moment étant ajouté à celui ci-dessus 920660, font 934960, qui, divisés par $61499 + 550 = 62049$ donnent au quotient à peu près 15 pieds & $\frac{4}{7}$ de pouce ; c'est la hauteur du Centre de gravité, au-dessus de la face supérieure de la quille : ensorte que l'artillerie de 36, éleve le Centre seulement de la quantité $\frac{1}{5} + \frac{4}{7}$ de pouce $=$ 1 pouce $\frac{2}{13}$, quantités qui sont toutes véritablement susceptibles d'être négligées, sans crainte d'erreur sensible.

(169.). La Frégate de 22 canons, comme nous l'avons déjà dit, (120.) a de moins que le Vaisseau de 70, le faux pont, la dunette, 16 couples, & 880 quintaux, en artillerie, munitions & ustensiles : &, (127.) considérée relativement au Vaisseau de 60 canons, elle porte 608 quintaux de moins de lest, & 1920 quintaux d'excédant, pour l'épaisseur trop considérable des bois. Le faux pont auroit été élevé au-dessus de la quille de 9 pieds $\frac{1}{4}$, & son poids étant de 1140 quintaux, son moment est par conséquent de 11115. La dunette auroit été élevée de 30 pieds $\frac{1}{11}$ au-dessus de la quille, & son poids étant de 170 quintaux, son moment est $=$ 5140. Les 16 couples auroient eu leur centre élevé de 5 pieds : donc leur moment auroit été de 3700 (120.). L'artillerie auroit eu son centre élevé de 20 pieds, son moment auroit donc été de 17600 : & enfin, les 608 quintaux de lest ayant eu leur centre élevé de 2 pieds $\frac{1}{4}$ leur moment seroit de 1368. Le Centre de gravité de toute la Frégate, proportionnée en tout sur le Vaisseau, devroit être élevé au-dessus de la quille de $\frac{15.31\frac{2}{3}}{48} =$ 9 pieds 10 pouces $\frac{3}{4}$: & en supposant que l'excès qui provient du trop d'épaisseur des bois, ait le même centre, son moment sera de 19000. La somme des 5 premiers moments monte à 38923, en soustrayant de cette somme les 19000, il restera 19923. La Frégate supposée toujours parfaitement semblable au Vaisseau, devroit avoir 27708 pieds cubes de volume submergé dans le fluide, ce qui répond à un poids de 17658 quintaux, lesquels multipliés par 9 pieds 10 pouces $\frac{3}{4}$, produisent un moment de 174741 ; retranchant de cette quantité les 19923 que nous venons de trouver, il restera 154818 ; & ce nombre étant divisé par

16040 quintaux, poids réel de la Frégate, il vient au quotient, 9 pouces $\frac{8}{9}$ pour la hauteur de son Centre de gravité, au-dessus de la face supérieure de la quille. On voit par-là que la situation du Centre de gravité, la Frégate supposée entiérement semblable au Vaisseau, ne différe de sa vraie situation que de 2 pouces $\frac{3}{4}$.

(170.) Le Vaisseau de 80 canons aura son Centre de gravité semblablement situé que celui de 70 : c'est-à-dire, à la hauteur de 15 pieds $\frac{11}{16}$ au-dessus de la quille, ou à celle de 15 pieds $\frac{5}{6}$, pour tenir compte de la petite quantité dont il est en effet plus bas relativement aux Vaisseaux de 60 & 70 canons : mais le volume qu'il doit avoir submergé dans le fluide est (117) de 115500 pieds ; donc son poids sera de 71058 quintaux, lesquels multipliés par les 15 pieds $\frac{5}{6}$, produisent un moment de 1125095. Le Vaisseau à trois ponts a un pont de plus que celui de 80 canons, & le poids de ce troisieme pont est de 4200 quintaux, en comprenant le poids du bois & du fer, qui entrent dans sa composition. Ce poids multiplié par 43 pieds $\frac{1}{2}$, quantité dont son centre est élevé au-dessus de la quille, produit un moment de 182700. L'artillerie qui doit être sur le même pont, étant supposée composée de pieces de 12 livres de balles, pese 1200 quintaux, avec les autres armes & ustensiles, & ce poids étant multiplié par 41 pieds $\frac{1}{2}$, hauteur du centre de cet assemblage, produit 49800 de moment. Toute l'œuvre qui s'éleve depuis le troisieme pont, pese 2700 quintaux; en les multipliant par 7 pieds, qui est la hauteur dont elle s'éleve, le moment de cette partie sera = 18900. Deux cents hommes de plus pour l'équipage, avec leurs coffres & effets, pesent 400 quintaux : multipliant ce poids par 40, hauteur à laquelle montera leur centre, on aura 16000 de moment. Trois mois de vivres pour ces 200 hommes pesent 1125 quintaux, lesquels étant multipliés par 14 pieds, produisent un moment de 15750. Deux mois d'eau pour les mêmes 200 hommes pesent 750 quintaux, lesquels multipliés par 8, produisent 6000 de moment. Enfin, 3000 quintaux de lest d'augmentation, étant multipliés par 4, produisent un moment de 12000. Ces moments étant joints ensemble, font une somme de 301150, laquelle ajoutée à 1125095, forme un total de 1426245; & divisant cette derniere somme par le poids du Vaisseau qui est 81733, on trouve au quotient 17 *p.* 5*p.* $\frac{2}{5}$; c'est la hauteur du Centre de gravité au-dessus de la face supérieure de la quille dans le Vaisseau à trois ponts; c'est-à-dire que ce Vaisseau aura son Centre de gravité plus élevé que celui du Vaisseau de 80 canons de 1 pied $\frac{17}{60}$.

(171.) Pour trouver maintenant, pour ces Vaisseaux, la hauteur du Métacentre au-dessus du Centre de gravité, il est nécessaire de dé

terminer premiérement la quantité qu'ils ont de submergée dans le fluide, c'est-à-dire, la hauteur de la superficie de l'eau au-dessus de la quille, pour en déduire celle du Centre de volume au-dessus de la même quille. On a trouvé, dans l'*Art.* 144, l'expression $\frac{v - \frac{m^3 V}{M^3}}{a}$, qui marque la profondeur dont le Vaisseau de 60 canons doit être plus ou moins calé pour être dans une disposition semblable à celle d'un autre Vaisseau; $m = 42$, exprimant la largeur de ce Vaisseau; $v = 68650$, son volume; $a = 5500$, l'aire ou la section faite à la superficie du fluide; M la largeur; & V le volume d'un autre Vaisseau quelconque. Cette expression se réduit donc à $\frac{68650 - \frac{74088 V}{M^3}}{5500}$. Pour le Vaisseau de 70 canons, on a $V = 96500$, & $M = 48$: notre expression deviendra donc $= \frac{68650 - \frac{74088 \cdot 96500}{110592}}{5500} = \frac{8}{11}$. On voit par-là que, pour que le Vaisseau de 60 canons demeure dans une disposition semblable à celle du Vaisseau de 70, il doit seulement caler de $18 - \frac{8}{11} = 17$ pieds $\frac{3}{11}$. Faisant donc cette proportion $42 : 48 :: 17\frac{3}{11} : 20$, le quatrieme terme 20 exprimera le nombre de pieds d'eau que calera le Vaisseau de 70 canons, ou la hauteur à laquelle la superficie de l'eau s'élevera au-dessus de la quille. Soustrayant de cette hauteur les 7 pieds $\frac{1}{6}$ (146.) dont le Centre de volume est abaissé au-dessous de la superficie de l'eau, il restera 12 pieds $\frac{5}{6}$, pour la hauteur de ce Centre au-dessus de la quille. Mais le Centre de gravité est élevé de 15 pieds au-dessus de la quille (168.) : donc les deux Centres, de volume & de gravité, sont éloignés l'un de l'autre de 2 pieds $\frac{1}{6}$, qui soustraits de 13 pieds $\frac{4}{5}$; quantité dont le Métacentre est élevé au-dessus du Centre de volume (155.), il restera 10 pieds $\frac{2}{3}$ pour la hauteur du Métacentre au-dessus du Centre de gravité.

(172.) Pour la Frégate de 22 canons, nous avons $V = 25170$, & $M = 31\frac{2}{3}$; ainsi nous aurons $\frac{68650 - \frac{74088 \cdot 25170}{31754}}{5500} = 1\frac{4}{5}$: par conséquent, pour que le Vaisseau de 60 canons fût dans une disposition semblable à celle de cette Frégate, il devroit caler seulement de $18 - 1\frac{4}{5} = 16$ pieds $\frac{1}{5}$, & en faisant la proportion $42 : 31\frac{2}{3} :: 16\frac{1}{5} : 12$ pieds $\frac{3}{14}$, on aura 12 pieds $\frac{3}{14}$ pour la profondeur dont calera la Frégate. En soustrayant de ce nombre les 4 pieds $\frac{19}{24}$ dont (147.) le Centre de volume est au-dessous de la superficie de l'eau, il restera 7 pieds $\frac{9}{21}$ pour la hauteur de ce Centre au-dessus de la quille, laquelle étant

retranchée de 9 pieds $\frac{14}{21}$, qui eſt (169.) celle du Centre de gravité, il reſtera 2 pieds $\frac{5}{21}$ pour la quantité dont ce dernier Centre eſt élevé au-deſſus de l'autre. Enfin, retranchant cette quantité de 9 pieds $\frac{14}{21}$ (156.), hauteur du Métacentre au-deſſus du Centre de volume, il reſtera 7 pieds $\frac{3}{7}$ pour la hauteur du Métacentre au-deſſus du Centre de gravité.

(173.) Pour le Vaiſſeau à trois ponts, nous avons (148.), $V = 128293$, & $M = 51$: ainſi, nous aurons $\frac{68650 - \frac{77088 \, . \, 128293}{132651}}{5500} = \frac{6}{11}$; donc, pour que le Vaiſſeau de 60 canons ſoit dans une diſpoſition ſemblable à celle du Navire à trois ponts, il doit caler de 18 pieds $\frac{6}{11}$: & par la proportion $42 : 51 :: 18\frac{6}{11} : 22\frac{11}{21}$, on trouve 22 $\frac{11}{21}$, qui feront la profondeur dont calera le Vaiſſeau à trois ponts. Souſtrayant 9 pieds de cette profondeur, leſquels (148.) ſont la quantité dont le Centre de volume eſt au-deſſous de la ſuperficie du fluide, il reſte 13 pieds $\frac{11}{21}$ pour la hauteur de ce Centre au-deſſus de la quille, laquelle étant retranchée de 17 pieds $\frac{9}{20}$, qui eſt (170.) la hauteur du Centre de gravité, il reſtera 3 pieds $\frac{13}{14}$ pour la quantité dont ce Centre eſt élevé deſſus de celui du volume. Enfin, retranchant cette quantité de 12 pieds $\frac{4}{5}$ hauteur du Métacentre au-deſſus du Centre de volume, (157.), il reſtera 8 pieds $\frac{6}{7}$ pour la hauteur du Métacentre au-deſſus du Centre de gravité.

(174.) Cette hauteur du Métacentre au-deſſus du Centre de gravité, dans le Vaiſſeau à trois ponts, paroîtra exceſſive, ſi on la compare à celle que nous indique M. *Bouguer* dans ſon *Traité du Navire*, *page* 184; car il limite ſeulement cette hauteur à 1 ou 2 pieds. Nous ne pouvons nous diſpenſer de faire obſerver qu'une différence auſſi conſidérable doit néceſſairement venir de quelque erreur. Pour le faire voir plus clairement, retournons à l'uſage de la formule $\frac{1}{P \, \mathit{ſin} \, \Delta} \int p\pi$, qui exprime la diſtance du Centre de gravité au Métacentre, & l'on aura, ſelon M. *Bouguer* $\frac{1}{P \, \mathit{ſin} \, \Delta} \int p\pi = 2$. Suppoſons maintenant que dans le Vaiſſeau on faſſe ſeulement paſſer l'artillerie d'un côté à l'autre, ſans déplacer les coffres, les caiſſes, les pieces à l'eau, & ſans placer des hommes ſur les vergues, &c. : l'artillerie, avec ſes affûts, peſe 2510 quintaux, & la diſtance moyenne dont on la tranſporte, eſt $= 38$ pieds : donc $\int p\pi = 2510 \, . \, 38 = 95380$. On a de plus $P = 81733$ quintaux (170.), on aura donc $\frac{95380}{81733 \, \mathit{ſin} \, \Delta} = 2$, & par conſéquent $\mathit{ſin} \, \Delta = \frac{95380}{163466}$, qui eſt le ſinus de $35° \, 42'$; inclinaiſon effrayante, & qui ne peut manquer de paroître très-extraor-

dinaire à tout homme de mer : par cette inclinaiſon, le Vaiſſeau auroit ſa ſeconde batterie toute noyée. Suivant notre ſolution, on aura $\frac{95380}{81733 \sin \Delta} = 8\frac{6}{7}$, ce qui donne $\sin \Delta = \frac{95380}{723921}$, ou à peu près $\sin \Delta = \frac{10}{76}$; inclinaiſon qui n'indique rien que de conforme à l'expérience, & qui eſt très-peu ſupérieure à celle qu'on a trouvée pour le Vaiſſeau de 60 canons, & par elle le Vaiſſeau ne ſubmergera ſon côté que de 3 pieds $\frac{1}{4}$.

CHAPITRE V.

Des Réſiſtances horiſontales qu'éprouve le Vaiſſeau.

(175.) QUoique les réſiſtances horiſontales qu'éprouve le Vaiſſeau puiſſent varier d'une infinité de manieres, ſuivant les différentes diſpoſitions qu'on peut donner aux voiles, nous pouvons cependant les réduire ſeulement à deux : une perpendiculaire à la quille, qui nous ſervira non-ſeulement pour calculer la vraie ſtabilité, & le vrai moment dans le mouvement de rotation appellé *Roulis*; mais encore pour déduire, dans la route oblique, les forces effectives d'où provient la réſiſtance; & l'autre ſuivant la direction même de la quille, que nous conſidérerons dans les mêmes vues. Comme le Vaiſſeau n'a pas la figure d'un corps régulier, nous ne pouvons parvenir à connoître les réſiſtances qu'en les calculant par parties, c'eſt-à-dire, qu'en cherchant celles qu'éprouvent tous les petits quadrilateres, ſenſiblement plans, dans leſquels on conçoit que la ſurface de la partie ſubmergée dans le fluide eſt diviſée, par des plans horiſontaux & verticaux.

(176.) La force qu'éprouve un de ces petits quadrilateres dans la partie qui pouſſe le fluide, a été trouvée, (*Tome I*, *Art.* 666.) $= mc\left(Da + \frac{1}{6}u \sin\theta\left((D+\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}} - (D-\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}}\right) + \frac{1}{64}u^2 a \sin\theta^2\right)$, & pour la partie qui eſt pouſſée par le fluide, elle eſt $= \ldots\ldots$ $mc\left(Da - \frac{1}{6}u \sin\Theta\left((D+\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}} - (D-\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}}\right) + \frac{1}{64}u^2 a \sin\Theta\right)$; m exprimant la denſité du fluide; c la diſtance entre les deux paralleles à la direction du mouvement, qui paſſent par les extrêmités du petit quadrilatere; a la hauteur de ce même petit quadrilatere; D la diſtance du centre du quadrilatere juſqu'à la ſuperficie du fluide; θ & Θ les angles que forme la direction horiſontale du mouvement avec le quadrilatere; & enfin u la vîteſſe. Pour avoir l'expreſſion de

la résistance, il est nécessaire de soustraire la derniere force de la premiere, comme on l'a fait dans le même *Article*, & il en résultera $\frac{1}{6} mcu (\sin\theta + \sin\Theta)((D+\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}} - (D-\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}}) + \frac{1}{64} mcu^2 (\sin\theta^2 - \sin\Theta^2)$, pour l'expression de la résistance qui provient de l'action du fluide sur les petits quadrilateres correspondants opposés, ou qui sont dans la même ligne horisontale parallele à la direction du mouvement; θ exprimant l'angle que forme cette direction avec un de ces petits quadrilateres, & Θ celui qu'elle forme avec l'autre : & comme les sinus de ces angles varient suivant les différentes inclinaisons que peut prendre le Vaisseau, il s'ensuit qu'il est indispensable de faire le calcul séparément pour chaque inclinaison particuliere; mais cependant nous pouvons nous borner au cas unique d'une inclinaison infiniment petite, parce que de ce cas on peut conclure pour presque tous les autres : & ceux qui voudront avoir une plus grande exactitude, pourront calculer un ou deux cas de plus.

Nous supposerons donc le Vaisseau parfaitement droit, c'est-à-dire, sans inclinaison, & par conséquent nous aurons dans les résistances latérales $\theta = \Theta$, ce qui réduit l'expression des résistances latérales pour les petits quadrilateres pris des deux côtés à .... $\frac{1}{3} mcu \sin\theta ((D+\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}} - (D-\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}}) = \frac{1}{2} mcu D^{\frac{1}{2}} a \sin\theta (1 - \frac{a^2}{96D^2} - \ldots \frac{a^4}{2048D^4} - \&c.)$ (*Tome I*, 669.); mais comme a est petite à l'égard de D, on peut négliger tous les termes de la série, excepté le premier, & elle se réduira à $\frac{1}{2} mcu D^{\frac{1}{2}} a \sin\theta$ (*Tome I*, 670.) Dans les résistances de poupe à proue, nous ne pouvons supposer précisément $\sin\theta = \sin\Theta$, parce que la figure de la proue n'est pas entiérement semblable à celle de la poupe; mais comme la quantité $\sin\theta^2 - \sin\Theta^2$ est extrêmement petite, on peut la négliger : ainsi, nous pouvons réduire l'expression de ces résistances à $\frac{1}{6} mcu (\sin\theta + \sin\Theta)((D+\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}} - (D-\frac{1}{2}a)^{\frac{3}{2}})$: c'est-à-dire, à ... $\frac{1}{4} mcu D^{\frac{1}{2}} a \sin\theta$ pour la partie de la proue, & à $\frac{1}{4} mcu D^{\frac{1}{2}} a \sin\Theta$, pour celle de la poupe. Nous avons vu, *Tome I*, *Article* 584., que $\sin\theta = \sin\lambda . \sin\varkappa$; λ exprimant l'angle que forme la direction du mouvement avec la base du petit quadrilatere, & $\varkappa$ l'angle que forme le même petit quadrilatere avec l'horison : donc la résistance latérale ainsi que les forces qui agissent à la poupe & à la proue, seront encore exprimées par $\frac{1}{2} mcu D^{\frac{1}{2}} a \sin\lambda . \sin\varkappa$, les deux côtés étant compris dans cette expression.

(177.) Pour trouver maintenant les valeurs des quantités que renferme

ferme cette formule, soit AB, CD, la projection de deux couples sur le plan horisontal du Vaisseau, & AC, BD, celle des deux lignes d'eau, ou sections horisontales qui terminent le petit quadrilatere $ABCD$: par le centre E de celui-ci soit imaginé une autre section horisontale FEG: soit abaissé la ligne FH perpendiculaire à CD, & HI perpendiculaire à FEG; de plus, par E soit mené la ligne KL aussi perpendiculaire à FEG, & soit élevé sur KL la perpendiculaire LM, qu'on fera $=a$, hauteur du petit quadrilatere, ou distance comprise entre les deux lignes d'eau: tirant ensuite la ligne MK, on lui abaissera la perpendiculaire LN. Ceci posé, puisque pour les Résistances latérales $FH=c$, & le sinus de $BFG=HGI=\sin\lambda$, on aura $1:\sin\lambda::c:FI$, que nous supposerons $=f$, ce qui donnera $f=c\sin\lambda$. Pour les Résistances de poupe à proue, on a $HG=c$, & le sinus de $HFG=IHG=\sin\lambda$; ainsi, on aura $1:\sin\lambda::c:IG=f=c\sin\lambda$. Pour les deux Résistances, l'angle MKL étant l'inclinaison du petit quadrilatere avec l'horison, on aura $MKL=MLN=$ l'angle n; & par conséquent $1:\sin n::a=ML:MN=a\sin n$, que nous appellerons g. Substituant ces valeurs dans les formules, la Résistance latérale, de même que les forces qui agissent à la proue, ou à la poupe, sera $=\frac{1}{2}mfgD^{\frac{1}{2}}u$; avec cette seule différence que, pour la Résistance latérale, on a $f=FI$, tandis que pour les Résistances de la poupe à la proue, on a $f=IG$. Tirant donc un même assemblage de lignes dans chacun des petits quadrilateres du plan horisontal du Navire, on aura les valeurs de f & de g, lesquelles étant multipliées l'une par l'autre, donneront les valeurs du produit fg, d'où l'on conclura celle de la quantité $fgD^{\frac{1}{2}}$. Prenant ensuite la somme de toutes ces dernieres quantités, on la multipliera par $\frac{1}{2}mu$, & le produit exprimera la Résistance totale, à l'exception de celle qui provient de la dénivellation du fluide.

(178.) C'est en suivant cette méthode qu'on a dressé, pour plus d'ordre, la premiere des deux Tables suivantes, qui est déduite du plan du Vaisseau de 60 canons, qui nous sert d'exemple, avec cette seule distinction, cependant, qu'on a désigné par F la quantité qui correspond à la Résistance latérale. Chacun des petits quadrilateres de la Table, correspond à celui du plan qui est désigné par les titres écrits à la tête des colonnes & au côté gauche de la Table.

(179.) Ayant fait ensuite tous les produits Fg & fg, il en résulte la seconde Table. La somme de chaque colonne verticale de celle-ci est écrite au pied, & exprime la somme des produits Fg & fg, com-

PLANC. I. FIG. 32.

pris entre les lignes d'eau indiquées à la tête de chaque colonne de la même Table *.

(180.) Chacune de ces dernieres sommes doit se multiplier par sa quantité correspondante $D^{\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire, par la racine quarrée de la distance du centre des petits quadrilateres à la superficie de l'eau ; & comme la distance entre les lignes d'eau est de 3 pieds $\frac{1}{2}$, nous aurons pour les quadrilateres compris entre la premiere & la seconde ligne d'eau, $D^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3\frac{1}{2}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}$; pour ceux compris entre la seconde & la troisieme, $D^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3 \cdot 3\frac{1}{2}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{23}{10}$; pour ceux compris entre la troisieme & la quatrieme, $D^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{5 \cdot 3\frac{1}{2}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{71}{24}$; pour ceux compris entre la quatrieme & la cinquieme, $D^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{7 \cdot 3\frac{1}{2}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{7}{2}$; enfin, pour ceux compris entre la cinquieme & la quille, $D^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{9 \cdot 3\frac{1}{2}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{127}{32}$: ainsi ces produits seront comme il suit :

Valeur des produits $FgD^{\frac{1}{2}}$	*Valeur des produits* $fgD^{\frac{1}{2}}$
$433\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{3} = 578$	$67\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = 90$
$400\frac{11}{12} \cdot \frac{23}{10} = 921$	$61\frac{5}{6} \cdot \frac{23}{10} = 142$
$361\frac{17}{32} \cdot \frac{71}{24} = 1071$	$42\frac{2}{3} \cdot \frac{71}{24} = 126$
$295\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{2} = 1035$	$25\frac{15}{32} \cdot \frac{7}{2} = 89$
$223\frac{11}{32} \cdot \frac{127}{32} = 889$	$7\frac{1}{6} \cdot \frac{127}{32} = 29$
Somme 4494	Somme 479

* Tous les produits *Fg*, *fg*, qui composent la seconde Table, ne correspondent pas avec précision à leurs facteurs *F*, *f*, *g*. Nous nous serions portés à faire les corrections convenables, malgré la longueur & la sécheresse d'un pareil travail, si nous avions pu distinguer, dans tous les cas, si l'erreur dépend des facteurs, ou des produits. Pour vérifier les facteurs, il auroit fallu tracer en grand le plan du Vaisseau de 60 canons, & faire les figures correspondantes à chacun des petits quadrilateres de sa carene (177.); car la *Figure* de la *Planche VII* est trop petite pour donner une précision suffisante, & n'est pas accompagnée d'une échelle. Il est vrai que rien n'eût été plus facile que de la rétablir, & de copier plus en grand le plan de ce Vaisseau; mais outre que ce genre de réduction ne comporte pas une grande précision, il est à présumer que ce travail ne nous auroit pas réussi au point qui est nécessaire, pour rencontrer absolument les résultats de l'Auteur, attendu l'extrême difficulté, pour ne pas dire l'impossibilité absolue, de retrouver les dimensions primordiales sur lesquelles il doit avoir fait son calcul. Au reste, eussions-nous eu le succès le plus complet, nous n'eussions gagné autre chose que de favoriser les essais des commençants qui sont toujours charmés de s'assurer de l'exactitude de leurs opérations; car tous ces résultats numériques ne peuvent point servir en rigueur pour d'autres Vaisseaux, & les exemples que l'Auteur donne ne peuvent que guider dans les applications qu'on voudra faire de sa théorie à d'autres Vaisseaux.

Au surplus, l'erreur que nous avons apperçue est fort peu considérable; ainsi, ces résultats représentent assez bien l'état des choses pour les Vaisseaux que l'Auteur a fourni au calcul, d'après sa théorie : toutes ces raisons réunies nous autorisent donc complettement à laisser les choses dans l'état où nous les avons trouvées.

I. TABLE des Valeurs de *F*, *f* & *g*.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1e. & 2e.			2e. & 3e.			3e. & 4e.			4e. & 5e.			5e. & quille.		
	F	*f*	*g*	*F*	*f*	*g*	*F*	*f*	*g*	*F*	*f*	*g*	*F*	*f*	*g*
Etrave & XXVII	1 P 7	3 P 3	3 P 0												
XXVII & XXIV	4. 9	5. 9	2. 11	5 P 0	6 P 2	2 P 8	3 P 3	2 P 3	2 P 10						
XXIV & XXI	5. 11	3. 0	3. 1	5. 8	3. 7	2. 8	5. 10	2. 10	3. 0	7 P 1	2 P 3	1 P 6	4 P 10	0 P 6	3 P 2
XXI & XVIII	6. 5	1. 2	3. 2	6. 4	1. 6	2. 9	6. 1	2. 2	2. 4	6. 2	1. 8	2. 0	6. 10	0. 6	2. 6
XVIII & XV	7. 1	0. 6	3. 3	6. 10	0. 8	2. 11	6. 9	1. 0	2. 6	6. 8	1. 2	1. 9	7. 0	0. 6	1. 6
XV & XII	7. 1	0. 3	3. 3	6. 11	0. 5	3. 0	6. 10	0. 6	2. 8	6. 10	0. 9	1. 9	7. 0	0. 6	1. 1
XII & IX	7. 2	0. 2	3. 4	7. 0	0. 3	3. 1	6. 11	0. 2	2. 9	7. 0	0. 6	2. 0	7. 1	0. 5	1. 1
IX & VI	7. 2	0. 1	3. 4	7. 1	0. 2	3. 1	7. 0	0. 1	2. 10	7. 1	0. 3	2. 2	7. 2	0. 3	1. 1
VI & III	7. 2	0. 0	3. 4	7. 2	0. 1	3. 2	7. 1	0. 0	2. 10	7. 2	0. 1	2. 3	7. 2	0. 1	1. 0
III & o	7. 2	0. 0	3. 4	7. 2	0. 0	3. 2	7. 2	0. 0	2. 11	7. 2	0. 0	2. 4	7. 2	0. 0	1. 0
o & 3	6. 2	0. 0	2. 10	6. 2	0. 0	2. 9	0. 2	0. 0	2. 6	6. 2	0. 0	2. 0	6. 2	0. 0	0. 10
3 & 6	7. 2	0. 0	3. 4	7. 2	0. 1	3. 2	7. 2	0. 0	2. 10	7. 2	0. 1	2. 4	7. 2	0. 1	1. 0
6 & 9	7. 2	0. 0	3. 4	7. 1	0. 2	3. 1	7. 1	0. 1	2. 10	7. 1	0. 3	2. 3	7. 2	0. 1	1. 1
9 & 12	7. 2	0. 0	3. 4	7. 0	0. 3	3. 0	7. 0	0. 2	2. 9	7. 1	0. 4	2. 3	7. 1	0. 2	1. 2
12 & 15	7. 1	0. 1	3. 3	7. 0	0. 3	3. 0	6. 11	0. 3	2. 8	7. 0	0. 6	2. 2	7. 1	0. 2	1. 3
15 & 18	7. 1	0. 1	3. 3	6. 11	0. 4	3. 0	6. 10	0. 6	2. 7	6. 10	0. 8	1. 9	7. 0	0. 3	1. 5
18 & 21	7. 0	0. 2	3. 3	6. 10	0. 6	3. 0	6. 9	0. 10	2. 5	6. 8	1. 0	1. 6	7. 1	0. 3	1. 7
21 & 24	7. 0	0. 4	3. 2	6. 8	0. 9	2. 11	6. 8	1. 2	2. 4	6. 10	0. 10	2. 0	7. 2	0. 2	1. 10
24 & 27	6. 11	0. 8	3. 2	6. 6	1. 2	2. 11	6. 7	1. 2	2. 4	6. 10	0. 8	2. 6	7 2	0. 2	2. 7
27 & 30	6. 7	1. 4	2. 7	6. 2	2. 0	2. 6	6. 7	1. 2	2. 7	6. 10	0. 6	2. 10	7. 2	0. 1	3. 0
30 & 33	5. 10	3. 0	2. 5	6. 0	2. 8	2. 5	6. 10	1. 2	2. 11	7. 1	0. 4	3. 2	7. 2	0. 0	3. 4
33 & Etambot.	2. 6	5. 2	2. 10	3. 2	1. 10	3. 0	3. 4	0. 6	3. 3	2. 8	0. 1	3. 5	2. 8	0. 0	3. 5

II. TABLE des Valeurs des Produits *Fg* & *fg*.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1e. & 2e.		2e. & 3e.		3e. & 4e.		4e. & 5e.		5e. & Quille.	
	Fg	*fg*	*Fg*	*fg*	*Fg*	*fg*	*Fg*	*fg*	*Fg*	*fg*
Etrave & XXVII	4. 9	5. 2								
XXVII & XXIV	13. 10	16. 9	13. 4	16. 5	9. 2	6. 4				
XXIV & XXI	18. 3	9. 3	15. 1	9. 7	17. 6	8. 6	17. 8	5. 7	15. 4	1. 7
XXI & XVIII	20. 4	3. 8	17. 5	4. 2	14. 2	5. 1	12. 4	3. 4	17. 1	1. 3
XVIII & XV	23. 0	1. 7	19. 3	2. 0	16. 10	2. 6	11. 8	2. 1	10. 6	0. 9
XV & XII	23. 0	0. 10	20. 9	1. 3	18. 3	1. 3	12. 0	1. 4	7. 7	0. 7
XII & IX	23. 11	0. 7	21. 7	0. 9	19. 0	0. 6	14. 0	1. 0	7. 7	0. 5
IX & VI	23. 11	0. 3	22. 6	0. 6	19. 10	0. 3	15. 4	0. 7	7. 4	0. 3
VI & III	23. 11	0. 0	22. 8	0. 3	20. 1	0. 6	16. 2	0. 2	7. 2	0. 1
III & o	23. 11	0. 0	22. 8	0. 0	20. 11	0. 0	16. 5	0. 0	7. 2	0. 0
o & 3	17. 6	0. 0	16. 11	0. 0	15. 5	0. 0	12. 4	0. 0	5. 2	0. 0
3 & 6	23. 11	0. 0	22. 8	0. 0	20. 4	0. 0	16. 9	0. 2	7. 2	0. 1
6 & 9	23. 11	0. 0	22. 6	0. 6	20. 1	0. 3	15. 11	0. 7	7. 9	0. 1
9 & 12	23. 4	0. 0	21. 0	0. 9	19. 3	0. 6	15. 11	0. 9	8. 3	0. 2
12 & 15	23. 0	0. 3	21. 0	0. 9	18. 5	0. 8	15. 2	1. 1	8. 10	0. 3
15 & 18	23. 0	0. 3	20. 9	1. 0	17. 8	1. 4	12. 0	1. 2	9. 11	0. 4
18 & 21	22. 9	0. 6	20. 6	1. 6	16. 4	2. 0	10. 0	1. 6	11. 3	0. 4
21 & 24	22. 2	1. 1	19. 5	2. 2	15. 7	2. 9	13. 8	1. 8	12. 10	0. 4
24 & 57	21. 11	2. 1	19. 0	3. 4	15. 4	2. 9	17. 1	1. 8	18. 6	0. 5
27 & 30	17. 0	3. 4	15. 5	5. 0	17. 0	3. 0	19. 4	1. 5	21. 6	0. 3
30 & 33	14. 1	7. 3	14. 6	6. 5	19. 11	3. 4	22. 5	1. 1	23. 11	0. 0
33 & l'Etambot.	7. 1	14. 7	9. 6	5. 6	10. 10	1. 8	0. 1	9. 3	9. 1	0. 0
Sommes...........	433. 6	67. 6	460. 5	61. 10	361. 11	42. 8	295. 8	25. 5	223. 11	7. 2

La somme 4494 est la valeur de $\int FgD^{\frac{1}{2}}$, & celle 476 est la valeur de $\int fgD^{\frac{1}{2}}$, par conséquent la Résistance latérale sera $= \frac{1}{2} mu \int FgD^{\frac{1}{2}} = 2247\, mu$, & la Résistance à la proue $= \frac{1}{2} mu \int fgD^{\frac{1}{2}} = 238\, mu$.

(181.) Il est nécessaire d'ajouter à ces Résistances celles qui sont produites par le bordage, la quille, l'étambot, l'étrave, le taille-mer & le gouvernail, que nous n'avons pas comprises dans le calcul. Les bordages augmentent la largeur du Vaisseau de toute leur épaisseur, le côté du Navire conservant la même inclinaison à l'égard des couples: donc, dans la formule de la Résistance de proue $\frac{1}{2} mcuD^{\frac{1}{2}} a \sin\theta$, la quantité c augmente dans la même proportion que la largeur, & par conséquent le total de la Résistance $238\, mu$ doit aussi augmenter dans la même proportion. Or, la largeur du Vaisseau que nous avons pris pour exemple est de 42 pieds; & nous pouvons mettre un pied pour l'augmentation qui provient du bordage, attendu que les bordages les plus épais sont de 8 pouces, & les plus minces de 4; ainsi l'épaisseur moyenne est de 6 pouces, ce qui donne 12 pouces pour les deux côtés: donc l'augmentation de la Résistance de la proue sera de $\frac{1}{42}$, ou de $5\frac{2}{3}$. La quantité $D^{\frac{1}{2}}a$ augmentera aussi, parce que les bordages les plus proches de la quille, dont l'épaisseur est de 4 pouces, augmentent la profondeur du Navire de cette quantité: la premiere profondeur étoit de $5 \cdot 3\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2} = \frac{35}{2}$; donc à la place de $\frac{35}{2}$, que nous avions auparavant, nous aurons, à cause du bordage, $\frac{35}{2} + \frac{1}{3}$, & $D^{\frac{1}{2}}a$ variera dans la raison de $\left(\frac{35}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$ à $\left(\frac{35}{2} + \frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$ *, ou dans celle de $\left(\frac{35}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$ à $\left(\frac{35}{2}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2}\left(\frac{35}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{3}$: c'est-à dire, dans la raison de 35 à 36; par conséquent l'augmentation sera de $\frac{1}{35}$, ou de $6\frac{4}{5}$. La quille, l'étambot, & l'étrave, ne donnent pas d'augmentation dans la Résistance de la proue. Nous pouvons considérer l'extrêmité vers l'arriere du gouvernail, comme un rectangle vertical, dont la largeur soit de un pied, épaisseur moyenne du gouvernail, & dont la hauteur soit les 21 pieds dont le gouvernail est submergé dans l'eau; & prenant ensuite une quantité analogue à la proue pour le taille-mer, la Résistance produite par ces deux causes, sera (*Tome I*, 642.) exprimée par $\frac{2}{3} mba^{\frac{3}{2}} u$, en supposant que b exprime la largeur, & a la profondeur du rec-

* Car a est considéré ici comme une différencielle de D, ainsi $D^{\frac{1}{2}}a$ peut s'écrire sous cette forme $D^{\frac{1}{2}}dD$, dont l'intégrale $= \frac{2}{3} D^{\frac{3}{2}}$; or cette quantité varie dans la raison de $D^{\frac{3}{2}}$.

tangle; ce qui revient à $\frac{1}{3}mu\,(21)^{\frac{3}{2}} = 32\ mu$, à très-peu près. Les trois nouvelles Résistances sont à peu près $44\,mu$; donc en les ajoutant à celle $238\,mu$, on aura la Résistance totale à la proue $= 282\ mu$. PLANC. I.

(182.) Les bordages, dont le corps du Navire est revêtu, n'augmentent pas sensiblement la valeur de c, dans la formule $\frac{1}{2}mcuD^{\frac{1}{2}}a \sin\theta$, pour ce qui concerne la résistance latérale; on peut même dire que l'angle θ diminue, à cause que les bordages des parties supérieures ont plus d'épaisseur que ceux des parties inférieures; mais les deux altérations qui peuvent résulter de cette cause, sont absolument négligeables. La quantité $D^{\frac{1}{2}}a$ augmente ici dans la même raison que ci-dessus, c'est-à-dire, de $\frac{1}{35}$: donc l'augmentation sera de $\frac{2247}{35} = 64\frac{1}{5}$. La quille, la contre-quille, & la fausse quille, peuvent se considérer comme un rectangle vertical dont les côtés horisontaux sont également distants de la superficie de l'eau; sa hauteur est de 2 pieds, sa longueur de 130, & la distance de son centre à la superficie de l'eau de 18 pieds $\frac{1}{2} = \frac{37}{2}$ pieds: sa Résistance sera donc $= \frac{1}{2}mubaD^{\frac{1}{2}}$ (*Tome I*, 670.) $= \frac{1}{2}mu \cdot 130 \cdot 2\,(\frac{37}{2})^{\frac{1}{2}} = 560\frac{1}{2}\,mu$. L'étambot & le gouvernail joints ensemble, peuvent être considérés comme un trapese vertical tel que $ACEB$: supposant donc $AC = BF = a$, $AB = CF = e$, $FE = f$, & $AG = x$, on aura $GH = e + \frac{fx}{a}$: substituant cette quantité à la place de c, x à la place de D, & dx à la place de a, dans la formule $\frac{1}{2}mucD^{\frac{1}{2}}a$, la Résistance qu'éprouvera une différencielle du trapese sera $= \frac{1}{2}mu\left(e + \frac{fx}{a}\right)x^{\frac{1}{2}}dx$; quantité dont l'intégrale est $= \frac{1}{2}mu\left(\frac{2}{3}ex^{\frac{3}{2}} + \frac{2fx^{\frac{5}{2}}}{5a}\right)$; laquelle, en faisant $x = a$, deviendra $= \frac{1}{2}mua^{\frac{3}{2}}\,(\frac{2}{3}e + \frac{2}{5}f)$, & exprimera la Résistance totale. Faisons maintenant $e = 3$, & $f = 5$ qui sont les valeurs que peuvent avoir ces quantités dans le Vaisseau qui nous sert d'exemple, la Résistance latérale qui provient de l'étambot & du gouvernail, sera $= 2mua^{\frac{3}{2}}$, ou $= 194\,mu$, en faisant $a = 21$. Le taille-mer & l'étrave peuvent être considérés comme un trapese, dont la largeur à la ligne de flottaison est de 6 pieds, & de 4 pieds dans l'endroit le plus bas; ce qui donne $e = 6$, & $f = -2$, quantité négative: & la profondeur étant de 19 pieds, en substituant ces quantités dans la formule, la Résistance du taille-mer & de l'étrave sera $= \ldots$ FIG. 33.

Planc. I. $\frac{1}{2} mu \left(\frac{2.6}{3} - \frac{2.2}{5}\right)(19)^{\frac{3}{2}} = 132\frac{1}{6} mu$. Les quatre nouvelles Résistances font ensemble $951 \frac{2}{3} mu$, ou simplement $951\ mu$; donc en les ajoutant à $2247\ mu$, la somme des Résistances latérales sera $= 3198\ mu$.

(183.) Ces Résistances sont celles qu'éprouve le Vaisseau, la vîtesse u étant très-petite, mais ce n'est pas la même chose toutes les fois qu'elle devient un peu considérable; car, dans ce cas, il faut aussi considérer la Résistance qui résulte de la dénivellation du fluide, comme nous l'avons dit (*Tome I, Liv. II, Chap. V, Art.* 638, & *suiv.*). Cette Résistance sur un des petits quadrilateres est (*Tome I*, 672.) $= \frac{mu^4 c \sin \phi^4}{6(64)^2} =$ (*Tome I*, 584.) $\frac{mu^4 c \sin \lambda^4 . \sin n^4}{6(64)^2}$: & pour la somme des petits quadrilateres $= \frac{mu^4}{6(64)^2} \int c \sin \lambda^4 . \sin n^4$. Donc, pour avoir cette Résistance, nous n'avons qu'à calculer la somme de toutes les quantités $c \sin \lambda^4 . \sin n^4$. Pour y parvenir, il est nécessaire d'observer que les petits quadrilateres auxquels parvient la dénivellation à la proue, sont au-dessus de la superficie de l'eau, & à la hauteur de un, deux, ou même de trois pieds, lorsqu'elle est la plus considérable; & qu'à la poupe ils sont au-dessous de la même superficie, à l'endroit où se forme la cavité, ou le creux de la dénivellation. Ceci posé, soit tracé dans le plan horisontal du Navire, une ligne d'eau qui s'éleve à la proue d'un pied au-dessus de la surface de l'eau, & qui s'abaisse à la poupe de la même quantité, au-dessous de la même surface; & supposons que cette ligne passe par le centre des petits quadrilateres choqués, ce qui ne conduit à aucune erreur, quoique dans la réalité cette supposition ne soit pas rigoureusement exacte, parce que nous n'en ferons usage que pour calculer les valeurs de λ & n, lesquelles ne varient pas sensiblement par la supposition d'un pied de plus, ou de moins, dans
Fig. 34. la hauteur de cette ligne d'eau. Que DB soit cette ligne, AB, HD deux couples, & AC la premiere ligne d'eau; soit mené BH parallele à la quille, & soit abaissé les perpendiculaires HF, FG, GI, IK, FL, LM, & MN: cela fait, pour ce qui concerne la Résistance de la proue $HD = c$, & l'angle $HBD = FHD = \lambda$; ainsi, l'on aura $FD = c \sin \lambda$; par la même raison $GD = c \sin \lambda^2$, $ID = c \sin \lambda^3$, & $KD = c \sin \lambda^4$, que nous appellerons f. Pareillement, pour ce qui concerne la Résistance latérale, puisque $BH = c$, & l'angle $BDH = BHF = \lambda$, on aura $FB = c \sin \lambda$, $BL = c \sin \lambda^2$, $BM = c \sin \lambda^3$, $BN = c \sin \lambda^4$, que nous appellerons F. Du point E qui divise la ligne BD en deux parties égales, soit élevé la perpendiculaire ET; soit fait $EO = 1$ pied, soit mené OT, & soit

abaiſſé les perpendiculaires EP, PQ, QR & RS : par cette conſtruction, on voit que l'angle OTE étant $= OEP = n$, on aura $OP = \text{ſin}\, n$, $QO = \text{ſin}\, n^2$, $OR = \text{ſin}\, n^3$, & $OS = \text{ſin}\, n^4$, que nous appellerons g : ſubſtituant ces valeurs de $c\ \text{ſin}\,\lambda^4$, & de $\text{ſin}\, n^4$ dans la formule $\frac{mu^4 c\ \text{ſin}\,\lambda^4 . \text{ſin}\, n^4}{6(64)^2}$, elle deviendra $\frac{mu^4 fg}{6(64)^2}$, pour ce qui concerne la Réſiſtance de proue, & $\frac{mu^4 Fg}{6(64)^2}$ pour la Réſiſtance latérale. Traçant donc un ſemblable ſyſtême de lignes dans chacun des petits quadrilateres qui éprouvent l'effet de la dénivellation, on trouvera toutes les valeurs de F, f & g, ainſi que les produits fg & Fg, dont la ſomme ſera $\int fg = \int c\ \text{ſin}\,\lambda^4 . \text{ſin}\, n^4$, & $\int Fg = \int c\ \text{ſin}\,\lambda^4 . \text{ſin}\, n^4$; & ces ſommes étant multipliées par $\frac{mu^4}{6(64)^2}$, donneront les Réſiſtances qui proviennent de la dénivellation.

(184.) La Table ſuivante exprime les valeurs des quantités ci-deſſus, pour le Vaiſſeau de 60 canons, qui a 42 pieds de largeur, lequel nous a toujours ſervi d'exemple.

Entre les Couples.	Valeurs de			Produits.	
	F	f	g	Fg	fg
	P. p	P. p	P. p		
Etrave & XXVII	0. 2	4. 3	0.10	$\frac{5}{36}$	$\frac{85}{24}$
XXVII & XXIV	1. 8	1. 0	0. 8	$\frac{10}{9}$	$\frac{2}{3}$
XXIV & XXI	4. 8	0. 8	0. 9	$\frac{42}{12}$	$\frac{1}{2}$
XXI & XVIII	6. 2	0. 1	0.10	$\frac{185}{36}$	$\frac{5}{72}$
XVIII & XV	7. 0	0. 0	1. 0	$\frac{7}{1}$	0
21 & 24	7. 0	0. 1	1. 0	$\frac{7}{1}$	$\frac{1}{12}$
24 & 27	6. 2	0. 3	0.11	$\frac{407}{72}$	$\frac{11}{48}$
27 & 30	5. 2	0. 5	0. 7	$\frac{217}{72}$	$\frac{35}{144}$
30 & 33	2. 6	0. 7	0. 5	$\frac{25}{24}$	$\frac{35}{144}$
33 & Etambot.	0. 6	2 10	0.11	$\frac{11}{24}$	$\frac{187}{72}$
	Sommes . . .			$31\frac{1}{3}$ *	$8\frac{1}{6}$.

Ces ſommes n'appartiennent qu'à un ſeul côté du Vaiſſeau; ainſi il faut les doubler, & l'on aura $62\frac{2}{3}$ & $16\frac{1}{3}$, pour les ſommes

* Voyez la Note de l'*Article* 179.

correſpondantes aux petits quadrilateres de l'un & de l'autre côté du Navire, exprimés dans la Table. Tous ceux qui ſont compris depuis le couple *XV* de la proue juſqu'au couple 21 de la poupe, donnent tous les produits $fg = 0$, & ceux $Fg = 7\frac{1}{6}$, à l'exception de celui qui eſt voiſin du maître couple, qui donne $6\frac{2}{6}$; la ſomme de ceux-ci eſt $= 170$, laquelle ajoutée avec les $62\frac{2}{3}$ que la Table a fournis, donnera la ſomme complette de tous les produits $Fg = 232\frac{2}{3}$: la Réſiſtance latérale ſera donc $= \frac{mu^4}{6.(64)^2} . 232\frac{2}{3} = 38\frac{7}{9} . \frac{(mu^4)}{(64)^2}$: & celle de proue à poupe $= \frac{mu^4}{6.(64)^2} . 16\frac{1}{3} = 2\frac{13}{18} . \frac{mu^4}{(64)^2}$. Il eſt encore néceſſaire d'ajouter à ces Réſiſtances celles qui proviennent du gouvernail, de l'étambot, de l'étrave & du taille-mer; ces différents objets donnent enſemble, pour l'action latérale, $Fg = 11\frac{1}{3}$, & pour l'action directe $fg = 1\frac{2}{3}$: d'où nous tirerons $\frac{mu^4}{6.(64)^2} . 245 = 40\frac{1}{6} . \frac{mu^4}{(64)^2}$, ou $= \frac{41 mu^4}{(64)^2}$, pour l'expreſſion complette des Réſiſtances latérales qui proviennent de la dénivellation, & $= \frac{mu^4}{6.(64)^2} . 18 = \frac{3 mu^4}{(64)^2}$, pour celle des Réſiſtances directes.

(185.) Ces Réſiſtances étant jointes avec les autres que nous avons trouvées précédemment, on aura la ſomme des Réſiſtances latérales qu'éprouve le Vaiſſeau $= \frac{41 mu^4}{(64)^2} + 3198\,mu$, & la ſomme des Réſiſtances directes $= \frac{3mu^4}{(64)^2} + 282\,mu$.

(186.) Ayant trouvé les Réſiſtances pour une diſpoſition du Vaiſſeau, on peut les trouver pour toute autre, dans laquelle il ſeroit plus ou moins ſubmergé dans le fluide. Dans la formule $\frac{1}{2} mcuD^{\frac{1}{2}} a \sin\lambda . \sin\eta$ de la Réſiſtance qu'éprouvent les petits quadrilateres, il n'y a, dans ce cas, que le produit $D^{\frac{1}{2}} a$, qui augmente, ou diminue, les quantités $c \sin\lambda$, & $\sin\eta$, conſervant la même valeur : mais a ſuivant la même raiſon que D, on aura l'augmentation, ou la diminution, dans la raiſon de $D^{\frac{3}{2}}$ (*Voyez la Note de l'Art.* 181.) ; & comme cette loi eſt générale pour tous les quadrilateres, il s'enſuit que la ſomme des Réſiſtances ſera également comme $D^{\frac{3}{2}}$. On doit entendre la même choſe pour la Réſiſtance qui provient de l'étambot, du taille-mer & du gouvernail ; mais, comme la hauteur de la quille, qui eſt repréſentée par a, n'augmente pas, l'augmentation, ou la diminution, de ſa Réſiſtance, ſera ſimplement comme $D^{\frac{1}{2}}$. Dans la formule $\frac{mu^4 c \sin\lambda^4 \sin\eta^4}{6.(64)^2}$,

qui

qui exprime les résistances provenantes de la dénivellation, toutes les quantités demeurent sensiblement constantes, & par conséquent ne reçoivent aucune altération sensible de ce que la profondeur, à laquelle le Vaisseau est submergé, augmenteroit, ou dimiroit, d'une petite quantité : il s'ensuit donc qu'il n'y a que les valeurs $3198mu$ & $282mu$ qui éprouvent une variation ; c'est-à-dire, que les quantités $2638mu$, & $273\frac{1}{2}mu$, augmentent, ou diminuent, dans la raison de $D^{\frac{3}{2}}$, & les quantités $560mu$, & $8\frac{1}{4}mu$, qui correspondent à la Résistance de la quille, varient seulement dans la raison de $D^{\frac{1}{2}}$.

(187.) Nous trouvons, pour le Vaisseau qui nous sert d'exemple, (181.), $D = \frac{35}{2} + \frac{1}{3} = \frac{107}{6}$; supposant que n soit la quantité dont il doit être plus ou moins submergé dans le fluide, les augmentations, ou diminutions, des résistances seront dans la raison de $\left(\frac{107}{6}\right)^{\frac{3}{2}}$ à $\left(\frac{107}{6} \pm n\right)^{\frac{3}{2}}$; & dans celle de $\left(\frac{107}{6}\right)^{\frac{1}{2}}$ à $\left(\frac{107}{6} \pm n\right)^{\frac{1}{2}}$ ou, ce qui est la même chose, les augmentations, ou diminutions effectives seront $\frac{1}{12}n(2638)mu$; $\frac{1}{12}n(273\frac{1}{2})mu$; $\frac{1}{36}n(560)mu$; & $\frac{1}{36}n(8\frac{1}{4})mu$ *. Supposant donc, comme dans l'*Art.* 141, que le Vaisseau soit enfoncé de 6 pouces de plus, ou que n soit $= \frac{1}{2}$, la premiere augmentation sera $= 110\,mu$: la seconde $= 11\frac{1}{2}mu$: la troisieme $= 7\frac{7}{9}mu$: & la quatrieme $= \frac{17}{144}mu$; c'est-à-dire que l'augmentation de la Résistance latérale sera de $117\frac{7}{9}mu$, & celle de la proue de $11\frac{89}{144}mu$: donc la Résistance latérale, le Vaisseau étant calé de 6 pouces de plus, ou étant dans la disposition où il naviguoit, sera de $\frac{41mu^4}{(64)^2} + 3316mu$; & celle de la proue de $\frac{3mu^4}{(64)^2} + 294mu$.

(188.) Ayant une fois trouvé les Résistances qu'éprouve un Vaisseau, on peut trouver, avec facilité, celles qu'éprouve un autre Vaisseau dont les fonds sont semblables à ceux du premier. Dans la formule

* Car en nommant R les quantités qui répondent à l'état primitif du Vaisseau, & A l'augmentation, ou la diminution, qui résulte de ce qu'il est plus ou moins calé de la quantité n, alors $R \pm A$ sera l'expression des mêmes quantités pour le nouvel état du Vaisseau ; & l'on aura, pour celles qui suivent la raison de $D^{\frac{3}{2}}$, $\left(\frac{107}{6}\right)^{\frac{3}{2}} : \left(\frac{107}{6} \pm n\right)^{\frac{3}{2}} :: R . R \pm A$; ou, $\left(\frac{107}{6}\right)^{\frac{3}{2}} : \left(\frac{107}{6}\right)^{\frac{3}{2}} \pm \frac{3}{2}n\left(\frac{107}{6}\right)^{\frac{1}{2}} :: R : R \pm A$, ou enfin, $\frac{107}{6} : \frac{107}{6} \pm \frac{3}{2}n :: R : R \pm A$; d'où l'on tire, $\frac{107}{6} : \pm \frac{3}{2}n$, ou, $1 : \pm \frac{1}{12}n :: R : \pm A = \pm \frac{1}{12}nR$. Donc $A = \frac{1}{12}nR$.

Les secondes quantités, qui répondent à la quille, augmentant ou diminuant comme $D^{\frac{1}{2}}$, on aura $\left(\frac{107}{6}\right)^{\frac{1}{2}} : \left(\frac{107}{6} \pm n\right)^{\frac{1}{2}} :: R : R \pm A$, d'où l'on tirera, en opérant d'une maniere analogue, $1 : \pm \frac{1}{36}n :: R : \pm A = \pm \frac{1}{12}nR$; donc $A = \frac{1}{36}nR$.

$\frac{1}{4}mcuD^{\frac{1}{2}}a\,\sin\lambda.\sin\nu$ des Résistances horisontales qu'éprouvent les petits quadrilateres, les angles λ & ν ne varient point, puisqu'on suppose que les fonds des Vaisseaux sont semblables ; il n'y a donc que les quantités c, a, & D qui varient, & ces quantités sont comme les dimensions linéaires des carenes, ou comme les largeurs. Les produits $caD^{\frac{1}{2}}$, seront donc comme les cinquiemes puissances des racines quarrées des largeurs *: & si nous nommons m la largeur du Vaisseau dont la Résistance est connue, M celle du Navire pour lequel on veut la trouver, & r la Résistance trouvée pour le premier, on aura $\frac{M^{\frac{5}{2}}}{m^{\frac{5}{2}}}r$ pour la Résistance qu'éprouve le second : c'est-à-dire, pour celle qui ne dépend point de la dénivellation. Quant à la Résistance produite par la dénivellation, c'est de la formule $\frac{mu^4c\,\sin\lambda.\sin\nu^4}{6(64)^2}$ qu'il faut se servir, & dans cette expression il n'y a que la valeur de c qui varie, & cette valeur est comme la largeur : donc cette Résistance sera $= \frac{M}{m}r$: en supposant maintenant que r exprime la Résistance que la dénivellation fait éprouver au premier Vaisseau.

(189.) Le calcul se borneroit à ces deux seules opérations, si les deux Vaisseaux devoient naviguer, étant calés proportionnellement, c'est-à-dire, s'ils étoient enfoncés dans le fluide à des profondeurs proportionnelles ; mais ces profondeurs peuvent s'éloigner de quelques pouces de cette proportion, par les raisons que nous avons déjà exposées dans *l'Art.* 144. On peut calculer le résultat de cette variation, comme nous l'avons fait ci-devant, quand nous avons supposé que le Vaisseau de 60 canons devoit naviguer étant calé de 6 pouces de plus ; mais comme on a déjà calculé les augmentations, ou diminutions, $\frac{1}{12}nmu\,(2638.)$, $\frac{1}{12}nmu\,(273\frac{1}{4})$, $\frac{1}{36}nmu\,(560)$, & $\frac{1}{36}nmu\,(8\frac{1}{4})$, qui ont lieu dans les Résistances qu'éprouve ce Vaisseau, pour être plus ou moins calé de la quantité n, il sera mieux de trouver d'abord la Résistance qu'éprouvera ce même Navire, en le supposant calé en proportion de ce que doit l'être l'autre ; & appellant ensuite r cette nouvelle Résistance, celles du second Navire seront $= \frac{M^{\frac{5}{2}}r}{m^{\frac{5}{2}}}$, & $\frac{Mr}{m}$. Les deux quantités $\frac{1}{12}nmu\,(2638.)$, & $\frac{1}{36}nmu\,(560.)$, qui appartiennent à la Résistance latérale, peuvent être réunies en une seule, pour simplifier le calcul, & cette somme sera $= \frac{1}{12}nmu\,(4237.)$: il en est de même des deux autres $\frac{1}{12}nmu(273\frac{1}{4})$

* Car les quantités c, a & D étant comme la largeur qu'on suppose $= m$, le produit $cD^{\frac{1}{2}}$ sera comme $m^2 m^{\frac{1}{2}} = m^{\frac{1}{2}\cdot 5}$.

& $\frac{1}{36} nmu (8\frac{1}{2})$, qui appartiennent à la Résistance de proue, & dont la somme est $= \frac{1}{36} nmu (829.)$: la Résistance qui provient de la dénivellation ne reçoit aucune altération, comme nous l'avons déjà dit.

(190.) Nous avons trouvé, dans l'*Art.* 145, que m étant la largeur, v le volume submergé, & a l'aire, ou la section horisontale faite à la superficie du fluide, dans le premier Navire, c'est-à-dire, son plan de flottaison ; & M étant la largeur, & V le volume du second ; nous avons trouvé, dis-je, que la formule $\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}$ exprimoit la quantité dont le premier Navire doit être, plus ou moins, calé, pour qu'il soit dans une disposition semblable à celle du second ; quantité que nous avons tout-à-l'heure exprimée par n. Substituant donc cette expression à la place de n, dans celles des augmentations, ou des diminutions, des résistances, elles deviendront $\frac{1}{18} mu (4237) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$, & .... $\frac{1}{36} mu (829) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$: par conséquent la Résistance latérale pour le Vaisseau de 60 canons, supposé dans une disposition semblable à celle de l'autre, je veux dire celle qui ne provient pas de la dénivellation, sera $= 3316\, mu - \frac{1}{18} mu (4237) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$, & celle de proue $= 294\, mu - \frac{1}{36} mu (829) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$. Ainsi la Résistance latérale totale qu'il éprouvera dans cette disposition, sera $= \ldots$ $\frac{41 mu^4}{(64)^2} + 3316\, mu - \frac{1}{18} mu (4237) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$, & celle de proue $=$ $\frac{3mu}{(64)^2} + 294\, mu - \frac{1}{36} mu (829) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$: d'où il résulte que les Résistances qu'éprouvera le second Vaisseau, seront $= \ldots\ldots$ $\frac{41 mu^4 M}{(64)^2 m} + \frac{3316\, mu M^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}} - \frac{mu M^{\frac{1}{2}}}{18 m^{\frac{1}{2}}} (4237) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$, & $= \frac{3mu^4 M}{(64)^2 m} +$ $\frac{294\, mu M^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}} - \frac{mu M^{\frac{1}{2}}}{36 m^{\frac{1}{2}}} (829.) \left(\frac{v - \frac{m^3}{M^3} V}{a}\right)$: ou parce que, dans le Vaisseau de 60 canons, on a $m = 42$, $v = 68650$, & $a = 5500$, la Résistance latérale sera $= \frac{41 mu^4 M}{(64)^2 42} + \frac{3316\, mu M^{\frac{1}{2}}}{(42)^{\frac{1}{2}}} - \frac{mu M^{\frac{1}{2}}}{18 (42)^{\frac{1}{2}}} (4237) \left(\frac{68650 - \frac{(42)^3}{M^3} V}{5500}\right)$, .

& celle de proue $= \frac{3mu^4M}{(64)^2 42} + \frac{294\, muM^{\frac{5}{2}}}{(42)^{\frac{5}{2}}} - \frac{muM^{\frac{5}{2}}}{36(42)^{\frac{5}{2}}} (829) \left(\frac{68650 - \frac{(42)^3}{M^3} V}{5500} \right)$

(191.) Dans le Vaiſſeau de 70 canons, nous aurons $M = 48$, & $V = 96500$: donc en ſubſtituant ces valeurs dans les expreſſions que nous venons de déterminer, les Réſiſtances latérales qu'éprouvera ce Vaiſſeau feront $= \frac{47mu^4}{(64)^2} + 4631\, mu - 240\, mu = \frac{47mu^4}{(64)^2} + 4391\, mu$;

& celles de proue $= \frac{24mu^4}{7(64)^2} + 410\, mu - 23\, mu = \frac{24mu^4}{7(64)^2} + 387\, mu$.

(192.) Pour la Frégate de 22 canons, on a $M = 32$, & $V = 25170$, par conſéquent la Réſiſtance latérale ſera $= \frac{31\frac{9}{21} mu^4}{(64)^2} + 1680\, mu - 254\, mu = \frac{31\frac{5}{21} mu^4}{(64)^2} + 1426\, mu$; & celle de proue $= \frac{2\frac{2}{7} mu^4}{(64)^2} + 149\, mu - 25\, mu = \frac{2\frac{2}{7} mu^4}{(64)^2} + 124\, mu$.

(193.) Pour le Vaiſſeau à trois ponts, on a $M = 51$, & $V = 128293$: partant, la Réſiſtance latérale, ſera $= \frac{49\frac{11}{14} mu^4}{(64)^2} + 5388\, mu + 209\, mu = \frac{49\frac{11}{14} mu^4}{(64)^2} + 5597\, mu$; & celles de proue $= \frac{3\frac{9}{14} mu^4}{(64)^2} + 478\, mu + 20\frac{2}{3}\, mu = \frac{3\frac{9}{14} mu^4}{(64)^2} + 498\frac{2}{3}\, mu$.

(194) On peut encore faciliter beaucoup ces déterminations, en faiſant attention que la Réſiſtance qui naît de la dénivellation eſt négligeable, lorſque la vîteſſe u eſt petite, particuliérement dans les grands Navires, où elle n'arrive à avoir une valeur digne d'attention, que dans des vîteſſes tellement grandes qu'on ne les obſerve jamais dans la pratique. Car les Navires étant ſuppoſés calés dans le fluide proportionnellement à leurs dimenſions linéaires, la formule qui exprime la Réſiſtance de proue, eſt $= \frac{3mu^4M}{(64)^2 42} + \ldots \frac{294muM^{\frac{5}{2}}}{(42)^{\frac{5}{2}}} = \frac{3muM}{42} \left(\frac{u^3}{(16)^3} + \frac{98\, M^{\frac{3}{2}}}{(42)^{\frac{3}{2}}} \right)$; attendu que la derniere partie de la formule s'évanouit; & dans cette expreſſion la quantité $\frac{u^3}{(16)^3}$ qui vient de la dénivellation, eſt négligeable à l'égard de $\frac{98\, M^{\frac{3}{2}}}{(42)^{\frac{3}{2}}}$, principalement lorſque M eſt grande, & u petite. Dans le Vaiſſeau de 60 canons, M eſt $= 42$: & ſi l'on ſuppoſe $u = 16$, la premiere de ces quantités ſera $= 1$, & la ſeconde $= 98$: or, la vîteſſe 16 étant des plus grandes que puiſſe prendre ce Vaiſſeau, on voit que même dans le cas où la vîteſſe eſt auſſi grande qu'on

puisse raisonnablement la supposer, la quantité qui provient de la dénivellation est susceptible d'être négligée. Dans la Frégate de 22 canons, M est $= 32$, ce qui donne à peu près $\frac{98 M^{\frac{1}{2}}}{(42)^{\frac{1}{2}}} = 66$; d'où l'on voit que u étant $= 16$, la quantité $\frac{u^3}{16^3}$ est encore négligeable. Dans un Paquebot de 21 pieds de largeur, on a $\frac{98 M^{\frac{1}{2}}}{(42)^{\frac{1}{2}}} = 28$, à peu près; de sorte qu'on peut encore, comme on le verra, négliger entiérement la dénivellation dans les calculs dont l'objet est de déterminer la vîtesse u; mais il n'en est pas de même pour un Canot, ou une petite Barque; car si nous supposons une petite embarcation de cette espece, ayant 7 pieds de largeur, ou $\frac{M}{42} = \frac{1}{6}$, on aura $\frac{98 M^{\frac{1}{2}}}{(42)^{\frac{1}{2}}} = 6\frac{1}{3}$; quantité qui, comme on le voit, n'est déjà pas excessive à l'égard de l'unité.

(195.) Si la dénivellation est susceptible d'être négligée dans les Résistances de proue, à bien plus forte raison peut-elle l'être dans les Résistances latérales, où la vîtesse u est beaucoup plus petite: par conséquent, elles doivent se réduire aux seuls termes qui sont affectés de la simple vîtesse u; à moins qu'il ne soit question de Barques très-petites, & de vîtesses très-considérables.

CHAPITRE VI.

Des Moments qu'éprouve le Vaisseau dans son mouvement horisontal, à l'égard d'un axe aussi horisontal, & qui constituent ce que les Marins appellent la Qualité de porter la Voile *.

(196.) Les Moments qu'éprouve le Vaisseau, de même que les résistances horisontales, peuvent avoir différentes directions, suivant la disposition qu'on donnera aux voiles, & suivant l'axe sur lequel on suppose que se fait la rotation; mais nous pouvons, comme nous l'avons fait des résistances, les réduire à deux especes; la

* En Espagnol, *Aguante de Vela* (*Tome I, pag.* 33. *Note*.). Cela répond à la *Stabilité*, en étendant ce mot au cas où le Vaisseau est en mouvement; ce que la plus grande partie des Auteurs ont négligé de considérer. Nous nous servirons souvent de cette derniere expression.

PLANC. I. premiere, suivant un axe horisontal tiré de la proue à la poupe, & passant par le centre de gravité; ce sont les moments qui constituent ce que les Marins nomment, avec raison, *la Qualité de porter la Voile;* & la seconde espece, suivant un autre axe aussi horisontal & perpendiculaire au premier. Les premiers moments viennent de la résistance latérale, & les seconds de la résistance suivant la proue: les uns & les autres proviennent de la somme des moments qu'éprouvent les différents quadrilateres, dans lesquels nous avons divisé la surface du corps du Navire, attendu qu'il est si irrégulier, que nous ne pouvons faire usage d'aucune autre méthode pour le soumettre au calcul.

(197.) Les moments qu'éprouve un corps quelconque, qui se meut d'un mouvement horisontal, ont été trouvés (*Tome I*, 846.) $= (PH + \frac{1}{12} m\int e^3 c) \sin\Delta + \frac{4}{5} mu\int cx^{\frac{1}{2}} ydy \sin\theta + \frac{4}{5} mu\int c(k - x)x^{\frac{1}{2}} dx \sin\theta$, on en substituant à la place de $\sin\theta$ sa valeur $\sin\lambda . \sin n$ (*Tome I*, 584.), ils deviendront $(PH + \frac{1}{12} m\int e^3 c) \sin\Delta + \frac{4}{5} mu\int cx^{\frac{1}{2}} ydy \sin\lambda . \sin n + \frac{4}{5} mu\int cx^{\frac{1}{2}} dx (k - x) \sin\lambda . \sin n$, Δ exprimant l'angle de l'inclinaison du Vaisseau. La valeur de $(H + \frac{m}{12P}\int e^3 c) \sin\Delta$, a déjà été trouvée (150) pour l'expression de la distance du centre de gravité, au nouveau centre de volume; ainsi cette distance étant divisée par $\sin\Delta$, on aura $(H + \frac{m}{12P}\int e^3 c) = (H + \frac{1}{12v}\int e^3 c)$, distance du centre de gravité au métacentre: appellant K cette distance, on aura $(HP + \frac{1}{12} m\int e^3 c) \sin\Delta = KP \sin\Delta = mKv \sin\Delta$, v étant le volume qu'occupe le Vaisseau dans le fluide.

FIG. 32. Pour réduire la seconde quantité $\frac{4}{5} mu\int cx^{\frac{1}{2}} ydy \sin\lambda . \sin n$, on observera que $CD = dy$, & l'angle $BFG = FGH = \lambda$; ainsi l'on aura $1 : \sin\lambda :: dy : KL = dy \sin\lambda$; & pareillement $1 : \sin n$, (sinus de NKL) $:: KL = dy \sin\lambda : NL = dy \sin\lambda . \sin n$; quantité que nous appellerons h. Cette dénomination étant substituée dans l'expression ci-dessus, elle se changera en $\frac{4}{5} mu\int chx^{\frac{1}{2}} y$.

La troisieme quantité est (177) $= \frac{4}{5} mu\int fgx^{\frac{1}{2}} (k - x)$ *, ayant $f = FI$ pour les Résistances latérales, & $= IG$ pour celles de proue, & g étant $= NM$. Les moments se réduiront donc à $mKv \sin\Delta + \frac{4}{5} mu\int chx^{\frac{1}{2}} y + \frac{4}{5} mu\int fgx^{\frac{1}{2}} (k - x)$; mais la derniere quantité de cette

* Car $f = c \sin\lambda$, $g = a \sin n = dx \sin n$, puisque $a = dx$: ainsi $fg = cdx \sin\lambda . \sin n$.

expreſſion peut encore avoir la forme ſuivante $\frac{1}{3} muk\int\int gx^{\frac{3}{2}}$ — $\frac{1}{5} mu\int\int gx^{\frac{5}{2}}$, ce qui facilite le calcul : car (180.) la quantité $\frac{1}{3} mu\int\int gx^{\frac{3}{2}}$ étant l'expreſſion de toute la Réſiſtance horiſontale qu'éprouve le Vaiſſeau, expreſſion que nous avons déjà trouvée précédemment, la quantité $\frac{1}{3} muk\int\int gx^{\frac{3}{2}}$ ſera le produit de la même Réſiſtance, par la diſtance k du centre de gravité à la ſuperficie du fluide. Si nous ſuppoſons donc, $\frac{1}{3} mu\int\int gx^{\frac{3}{2}} = mur$, les Moments ſeront $= mKv\,\mathit{ſin}\,\Delta + \frac{1}{3} mu\int chx^{\frac{3}{2}}y + mukr - \frac{1}{5} mu\int\int gx^{\frac{5}{2}}$; $\frac{1}{3} muchx^{\frac{3}{2}}y$ exprimant le moment vertical qu'éprouve chaque paire des petits quadrilateres correſpondants, par rapport au plan vertical qui coïncide avec la quille ; & $\frac{1}{5} mu\int gx^{\frac{5}{2}}$ exprimant le Moment horiſontal qu'ils éprouvent relativement à leur diſtance à la ſuperficie du fluide. Toute l'opération ſe réduit donc à trouver les moments $\frac{1}{3} mu\int chx^{\frac{3}{2}}y$ — $\frac{1}{5} mu\int\int gx^{\frac{5}{2}}$, puiſque les quantités $mKv\,\mathit{ſin}\,\Delta + mukr$ ſont déjà connues.

La quantité $\int gx^{\frac{5}{2}}$ eſt le produit $\int gx^{\frac{3}{2}}$ que nous avons déjà trouvé (180.) par x, diſtance du centre des Réſiſtances des petits quadrilateres à la ſuperficie du fluide, lequel centre eſt aux $\frac{3}{5}$ de leur hauteur *. Dans le Vaiſſeau de 60 canons, la diſtance entre les lignes d'eau étant $=$ 3 pieds $\frac{1}{2}$, les $\frac{3}{5}$ de cette diſtance ſeront $= \frac{21}{10}$: donc on aura pour les quadrilateres compris entre la premiere & la ſeconde, $x = \frac{21}{10}$: pour ceux entre la ſeconde & la troiſieme, $x = \frac{56}{10}$: pour ceux entre la troiſieme & la quatrieme, $x = \frac{91}{10}$; pour ceux entre la quatrieme & la cinquieme, $x = \frac{126}{10}$: enfin, pour ceux entre la cinquieme & la quille, $x = \frac{161}{10}$: par conſéquent, on aura (180.) . .

* Cela ſe déduit de l'*Article* 850, *Tome I*, en négligeant le terme relatif à la dénivellation ; mais en voici la démonſtration directe appliquée à une ſurface plane quelconque.

La force qu'éprouve une différencielle horiſontale d'une ſurface plane quelconque, abſtraction faite de la dénivellation, eſt (*Tome I*, 594) $= \frac{mbdx\,\mathit{ſin}\,x}{\mathit{ſin}\,n}(x^{\frac{1}{2}} \pm \frac{1}{2} u\,\mathit{ſin}\,\theta)^2$, (c'eſt l'expreſſion même de l'*Article* cité en mettant dx pour da, afin de conſerver l'analogie avec le cas actuel) ; ainſi la Réſiſtance qu'éprouve cette différencielle $= \frac{mub\,\mathit{ſin}\,x.\mathit{ſin}\,\theta}{2\,\mathit{ſin}\,n}(x^{\frac{1}{2}}dx)$, (*Tome I*, 652, 654, 655, 658 & 670) ; & le Moment de cette Réſiſtance par rapport à la ſuperficie du fluide $=$ . . . $\frac{mub\,\mathit{ſin}\,x\,\mathit{ſin}\,\theta}{2\,\mathit{ſin}\,n}(x^{\frac{3}{2}}dx)$. Prenant l'intégrale, tant de l'expreſſion de la Réſiſtance que de celle de ſon moment, ces intégrales ſeront $\frac{mub\,\mathit{ſin}\,x.\mathit{ſin}\,\theta}{3\,\mathit{ſin}\,n}x^{\frac{3}{2}}$, & $\frac{mub\,\mathit{ſin}\,x.\mathit{ſin}\,\theta}{5\,\mathit{ſin}\,n}x^{\frac{5}{2}}$. Diviſant la ſomme des Moments par celle des Réſiſtances, on aura $\frac{3}{5}x$ pour la diſtance du centre des Réſiſtances de cette ſurface à la ſuperficie du fluide (*Tome I*, 120 & 850.).

Pour les Moments latéraux.		*Pour les Moments de Proue.*	
$Fgx^{\frac{1}{2}}.x =$	$578 \cdot \frac{21}{10} = 1213,8$	$fgx^{\frac{1}{2}}.x =$	$90 \cdot \frac{21}{10} = 189,0$
	$921 \cdot \frac{56}{10} = 5157,6$		$142 \cdot \frac{56}{10} = 775,2$
	$1071 \cdot \frac{91}{10} = 9746,1$		$126 \cdot \frac{91}{10} = 1146,6$
	$1035 \cdot \frac{126}{10} = 13041,0$		$89 \cdot \frac{126}{10} = 1121,4$
	$889 \cdot \frac{161}{10} = 14312,9$		$29 \cdot \frac{161}{10} = 466,9$
$\int Fgx^{\frac{3}{2}} = \ldots\ldots\ldots$	$43471,4$	$\int fgx^{\frac{3}{2}} = \ldots\ldots\ldots$	$3719,1$

Donc $\frac{1}{2} mu \int Fgx^{\frac{3}{2}} = 21736 mu$, & $\frac{1}{2} mu \int fgx^{\frac{3}{2}} = 1860 mu$.

(198.) Il eſt néceſſaire d'ajouter à ces valeurs l'augmentation qui provient de l'épaiſſeur des bordages, comme nous l'avons dit, *Art.* 181. Dans $\int fgx^{\frac{3}{2}}$ il y a deux quantités ; l'une provenant de c, ou de f, qui eſt, par *l'Art.* cité, $= \frac{1}{42}$ de $1860 = 44$; & l'autre provenant de $x^{\frac{3}{2}}dx$, ou de $x^{\frac{5}{2}}$, qui augmente dans la raiſon de $\left(\frac{35}{2}\right)^{\frac{5}{2}}$ à $\left(\frac{35}{2}+\frac{1}{3}\right)^{\frac{5}{2}}$, ou de 35 à $35+\frac{1}{3}$ *; ce qui donne l'augmentation de $\frac{1}{21}$ de $1860 = 89$. Les deux quantités réunies donnent 133. Donc, avec l'augmentation qui réſulte de l'épaiſſeur des bordages, on aura $\frac{1}{2} mu \int fgx^{\frac{3}{2}} = 1993 mu$. La quantité $\int Fgx^{\frac{3}{2}}$ augmente ſeulement dans la raiſon de $x^{\frac{5}{2}}$: donc l'augmentation eſt de $\frac{1}{21}$ de $21736 = 1035$: par conſéquent avec l'augmentation qui réſulte de l'épaiſſeur des bordages, on a $\frac{1}{2} mu \int Fgx^{\frac{3}{2}} = 22771\, mu$.

(199.) On doit auſſi ajouter les Moments qu'éprouvent la quille, l'étambot, le gouvernail, l'étrave & le taille-mer. Conſidérant la face la plus à poupe du gouvernail comme un rectangle vertical, de même que ſon correſpondant dans le taille-mer, ainſi que nous l'avons fait (181.), l'expreſſion de leur Moment de poupe à proue ſera $\frac{1}{5} mbux^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{5} mu (21.)^{\frac{5}{2}} = 404 mu$; la largeur b du rectangle étant $=1$, & ſa hauteur $x = 21$: par conſéquent, en faiſant attention à cette quantité, l'expreſſion $\frac{1}{2} mu \int fgx^{\frac{3}{2}}$ ſera $= 2397 mu$. La quille, la contre-quille & la fauſſe-quille, ont été conſidérées, dans le même *Art.* 181, comme un rectangle vertical de 2 pieds de hauteur, & de 130 de longueur, ſubmergé à 18 pieds $\frac{1}{2}$ de profondeur, qui maintenant ſera

* La fraction $\frac{1}{3}$ eſt un peu trop forte.

à

à 19 pieds, à cause que le centre des résistances est plus bas que celui de gravité (197, & *Tome I*, 850.) : & ayant trouvé cette résistance $= 560\frac{1}{6} mu$, le moment qu'éprouvera la quille sera $= 560\frac{1}{6} . 19 mu = 10643 mu$. L'étambot & le gouvernail réunis, ont été supposés former un trapese vertical, & la différencielle de sa résistance a été trouvée $= \frac{1}{2} mu (e + \frac{fx}{a}) x^{\frac{1}{2}} dx$; par conséquent la différencielle du moment sera $= \frac{1}{2} mu (e + \frac{fx}{a}) x^{\frac{3}{2}} dx$; quantité dont l'intégrale, en mettant a pour x, est $= \frac{1}{2} mu \left(\frac{2}{5} e + \frac{2}{7} f\right) a^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2} mu \left(\frac{6}{5} + \frac{10}{7}\right) (21)^{\frac{5}{2}} = 2656 mu$, en faisant $e = 3$, $f = 5$, & $a = 21$. Le taille-mer & l'étrave, ont été pareillement supposés former un autre trapese qui donnoit la même formule que la précédente, avec la seule différence que la quantité e est ici $= 6$, & $f = -2$, ce qui donne $\frac{1}{2} mu \left(\frac{2}{5} e + \frac{2}{7} f\right) a^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{2} mu \left(\frac{12}{5} - \frac{4}{7}\right) (21)^{\frac{5}{2}} = 1848 mu$. Ces trois Moments latéraux étant réunis donnent une somme de $15147 mu$, qui, ajoutée aux $22771 mu$, somme des Moments qui proviennent du corps du Vaisseau, donnera les Moments totaux pour le Vaisseau de 60 canons, appartenants à la formule $\frac{1}{2} mu \int Fgx^{\frac{3}{2}}$; ainsi cette somme totale des Moments sera $= 37918 mu$.

(200.) Si on veut, en outre, que le Vaisseau soit calé de 6 pouces de plus, comme nous l'avons supposé dans les exemples précédents, on observera que l'augmentation qui correspond à $\frac{1}{2} mu \int fgx^{\frac{3}{2}}$ est comme $x^{\frac{5}{2}}$, à cause que g est comme dx (177.) : ainsi, cette augmentation sera à la valeur primitive de cette quantité, comme $\frac{5}{2} n$ est à $\frac{107}{6}$ *, rapport qui est $= \frac{1}{7} n$; c'est-à-dire, qu'elle sera $= \frac{1}{7} n \, (2397) mu$; & celle qui correspond à $\frac{1}{2} mu \int Fgx^{\frac{3}{2}}$ sera $= \frac{1}{7} n \, (37918) mu = 2708 mu$; par conséquent, le Vaisseau étant calé de 6 pouces de plus, on aura $\frac{1}{2} mu \int fgx^{\frac{3}{2}} = 2568 mu$, & $\frac{1}{2} mu \int Fgx^{\frac{3}{2}} = 40626 mu$.

---

* Car le Vaisseau étant daus son état primitif, $x = \frac{107}{6}$, (181 & 187.), & étant plus calé de la quantité n, $x = \frac{107}{6} + n$; donc en nommant R la quantité $\frac{1}{2} mu \int fgx^{\frac{3}{2}}$ qui répond à l'état primitif du Navire, & A l'augmentation quelle reçoit par l'augmentation du tirant d'ean ; $R + A$ sera la valeur actuelle de cette quantité, & l'on aura $(\frac{107}{6})^{\frac{5}{2}} : (\frac{107}{6} + n)^{\frac{5}{2}} :: R : R + A$, ou $(\frac{107}{6})^{\frac{5}{2}} : (\frac{107}{6})^{\frac{5}{2}} + \frac{5}{2} n (\frac{107}{6})^{\frac{3}{2}} :: A : R + A$, ou $\frac{107}{6} : \frac{107}{6} + \frac{5}{2} n :: A : R + A$; d'où l'on tire $\frac{107}{6} : \frac{5}{2} n :: R : A$; ou, enfin, $1 : \frac{1}{7} n :: R : A = \frac{1}{7} nR$. Ce calcul est analogue à ceux qu'on a exposés dans la *Note* de l'*Article* 187.

(201.) Pour trouver $\int chx^{\frac{1}{2}}y$, on prendra, dans la figure correspondante à chaque petit quadrilatere, la valeur de $h = NL$, & on la multipliera par y, distance de son centre de résistance au plan vertical qui coïncide avec la quille : on multipliera ensuite chaque produit par c, distance d'un couple à l'autre ; ou, s'il est question des quadrilateres extrêmes de l'avant, ou de l'arriere, par la distance du dernier couple à l'étrave, ou à l'étambot. Ayant fait la somme de tous les produits correspondants aux petits quadrilateres compris entre deux lignes d'eau, on multipliera chacune de ces sommes par la quantité $x^{\frac{1}{2}}$, lesquelles quantités sont (197.), $\left(\frac{21}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\left(\frac{56}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\left(\frac{91}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$, $\left(\frac{126}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$, & $\left(\frac{161}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$; enfin, ajoutant tous ces produits ensemble, on aura la valeur de $\int chx^{\frac{1}{2}}y$ pour les Moments latéraux.

Pour avoir les Moments de proue, on multipliera h par y, distance du centre de résistance du quadrilatere au plan vertical, perpendiculaire à la quille, qui passe par le centre de gravité ; on multipliera ensuite ce produit par c, différence entre les distances des points F & G au plan vertical qui passe par la quille. On trouvera dans les Tables suivantes les valeurs de h, c & y, ainsi que leurs produits pour le Vaisseau de 60 canons *.

Faisant maintenant usage de ces Tables, on multipliera $3320\frac{1}{4}$ par $\left(\frac{21}{20}\right)^{\frac{1}{2}}$, le produit sera $= 4812$: pareillement $4060\frac{4}{5}\left(\frac{56}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 9620$: $4104\frac{1}{4}\left(\frac{91}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 12381$: $3784\frac{11}{12}\left(\frac{126}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 13435$: enfin $1520\frac{5}{6}\left(\frac{161}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 6100$. La somme 46338 de tous ces produits exprimera le Moment latéral ; ainsi l'on aura $\int chx^{\frac{1}{2}}y = 46338$. Pour avoir les Moments de proue, on multipliera de même $4410\frac{5}{6}$ par $\left(\frac{21}{10}\right)^{\frac{1}{2}}$, le produit sera $= 6391$: de même $4851\frac{1}{6}\left(\frac{56}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 11480$: $3946\frac{1}{12}\left(\frac{91}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 11905$: $3593\frac{1}{5}\left(\frac{126}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 12755$; enfin, $1355\frac{1}{12}\left(\frac{161}{10}\right)^{\frac{1}{2}} = 5358$. La somme 47889 de tous ces produits exprimera le Moment de poupe à proue : ainsi, l'on aura $\int chx^{\frac{1}{2}}y = 47889$.

---

* Ces Calculs sont dans le même cas que ceux des *Articles* 178 & 179 ; nous les laissons tels que l'Auteur les donne, pour les raisons que nous avons exposées dans la Note de l'*Art.* 179.

I. TABLE des Valeurs de *h*, *c*, *y* dans les Moments latéraux.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1ᵉ. & 2ᵉ.			2ᵉ. & 3ᵉ.			3ᵉ. & 4ᵉ.			4ᵉ. & 5ᵉ.			5ᵉ. & Quille.		
	h	c	y	h	c	y	h	c	y	h	c	y	h	c	y
Etrave & XXVII	1 p 9	2 p 9	1 p 0												
XXVII & XXIV	1 11	7 2	7. 0	2 p 3	7 p 2	3 p 9	1 p 11	4 p 4	1 p 8						
XXIV & XXI	1 8	7. 2	13. 8	2. 2	7. 2	10. 2	1. 9	7. 2	6. 0	2 p 5	7 p 2	2 p 3	1 p 4	2 p 8	0 p 6
XXI & XVIII	1. 5	7. 2	17. 5	2. 1	7. 2	15. 1	2. 7	7. 2	11. 4	2. 10	7. 2	5. 9	2. 5	7. 2	1. 5
XVIII & XV	1. 3	7. 2	19. 4	1. 11	7. 2	17. 8	2. 5	7. 2	14. 9	2. 11	7. 2	9. 2	3. 2	7. 2	2. 6
XV & XII	1. 2	7. 2	20. 4	1. 9	7. 2	18. 11	2. 3	7. 2	16. 6	2. 11	7. 2	11. 3	3. 4	7. 2	3. 6
XII & IX	1. 1	7. 2	20. 8	1. 8	7. 2	19. 7	2. 1	7. 2	17. 5	2 10	7. 2	13. 6	3. 4	7. 2	4. 7
IX & VI	1. 1	7. 2	20. 9	1. 8	7. 2	20. 0	2. 0	7. 2	18. 1	2. 9	7. 2	14. 9	3. 4	7. 2	5. 3
VI & III	1. 1	7. 2	20. 10	1. 7	7. 2	20. 1	2. 0	7. 2	18. 6	2. 8	7. 2	15. 8	3. 4	7. 2	5. 9
III & 0	1. 1	7. 2	20. 11	1. 7	7. 2	20. 2	1. 11	7. 2	18. 9	2. 7	7. 2	16. 1	3. 4	7. 2	5. 11
0 & 3	1. 1	6. 2	20. 11	1. 7	6. 2	20. 2	1. 11	6. 2	18. 9	2. 7	6. 2	16. 2	3. 4	6. 2	6. 0
3 & 6	1. 1	7. 2	20. 10	1. 7	7. 2	20. 1	1. 11	7. 2	18. 8	2. 7	7. 2	15. 10	3. 4	7. 2	5. 9
6 & 9	1. 1	7. 2	20. 8	1. 8	7. 2	19. 11	1. 11	7. 2	18. 3	2. 8	7. 2	15. 3	3. 4	7. 2	5. 7
9 & 12	1. 1	7. 2	20. 4	1. 8	7. 2	19. 6	2. 0	7. 2	17. 8	2. 8	7. 2	14. 5	3. 3	7. 2	5. 2
12 & 15	1. 2	7. 2	19. 11	1. 9	7. 2	19. 0	2. 2	7. 2	17. 0	2. 9	7. 2	13. 3	3. 3	7. 2	4. 7
15 & 18	1. 3	7. 2	19. 5	1. 9	7. 2	18. 4	2. 4	7. 2	15. 11	2. 11	7. 2	11. [illegible]	3. 2	7. 2	3. 7
18 & 21	1. 4	7. 2	18. 11	1. 9	7. 2	17. 5	2. 6	7. 2	14. 2	3. 2	7. 2	8. 10	3. 1	7. 2	2. 8
21 & 24	1. 5	7. 2	17. 9	1. 10	7. 2	15. 10	2. 6	7. 2	11. 8	2. 10	7. 2	6. 7	3. 0	7. 2	1. 10
24 & 27	1. 7	7. 2	16. 2	1. 11	7. 2	13. 3	2. 5	7. 2	8. 9	2. 5	7. 2	4. 7	2. 5	7. 2	1. 4
27 & 30	2. 4	7. 2	13. 5	2. 5	7. 2	9. 6	2. 4	7. 2	5. 8	1. 11	7. 2	2. 10	1. 9	7. 2	0. 9
30 & 33	2. 6	7. 2	9. 5	2. 6	7 2	5. 5	1. 11	7. 2	2. 9	1. 4	7. 2	1. 3	1. 3	7. 2	0. 4
33 & l'Etambot.	2. 0	4. 1	3. 4	1. 0	3. 7	1. 10	1. 3	3. 0	1. 0	1. 1	2. 6	0. 4	1. 1	2. 1	0. 4

II. TABLE des Valeurs de *h*, *c*, *y* dans les Moments de poupe à proue.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1ᵉ. & 2ᵉ.			2ᵉ. & 3ᵉ.			3ᵉ. & 4ᵉ.			4ᵉ. & 5ᵉ.			5ᵉ. & Quille.		
	h	c	y	h	c	y	h	c	y	h	c	y	h	c	y
Etrave & XXVII	1 p 9	3 p 0	71 p 0												
XXVII & XXIV	1. 11	7. 9	66. 1	2 p 3	7 p 0	65 p 1	1 p 11	3 p 3	65 p 5						
XXIV & XXI	1. 8	4. 6	58. 11	2. 2	6. 0	58. 11	1. 9	5. 6	58. 11	2 p 5	4 p 0	58 p 11	1 p 4	0 10	57 p 10
XXI & XVIII	1. 5	2. 3	51. 9	2. 1	3. 6	51. 9	2. 7	4. 3	51. 9	2. 10	3. 6	51. 9	2. 5	1. 1	51. 9
XVIII & XV	1. 3	1. 1	44. 7	1. 11	1. 9	44. 7	2. 5	2. 7	44. 7	2. 11	2. 10	44. 7	3. 2	1. 2	44. 7
XV & XII	1. 2	0. 6	37. 5	1. 9	0. 11	37. 5	2. 3	1. 4	37. 5	2. 11	2. 2	37. 5	3. 4	1. 1	37. 5
XII & IX	1. 1	0. 2	30. 3	1. 8	0. 6	30. 3	2. 1	0. 10	30. 3	2. 10	1. 9	30. 3	3. 4	0. 11	30. 3
IX & VI	1. 1	0. 1	23. 1	1. 8	0. 3	23. 1	2. 0	0. 8	23. 1	2. 9	1. 2	23. 1	3. 4	0. 9	23. 1
VI & III	1. 1	0. 0	15. 11	1. 7	0. 1	15. 11	2. 0	0. 4	15. 11	2. 8	0. 8	15. 11	3. 4	0. 4	15. 11
III & 0	1. 1	0. 0	8. 9	1. 7	0. 0	8. 9	1. 11	0. 1	8. 9	2. 7	0. 1	8. 9	3. 4	0. 1	8. 9
0 & 3	1. 1	0. 0	2. 7	1. 7	0. 0	2. 7	1. 11	0. 1	2. 7	2. 7	0. 1	2. 7	3. 4	0. 1	2. 7
3 & 6	1. 1	0. 1	4. 9	1. 7	0. 1	4. 9	1. 11	0. 2	4. 9	2. 7	0. 4	4. 9	3. 4	0. 2	4. 9
6 & 9	1. 1	0. 2	11. 11	1. 8	0. 5	11. 11	1. 11	0. 7	11. 11	2. 8	0. 9	11. 11	3. 4	0. 6	11. 11
9 & 12	1. 1	0. 4	19. 1	1. 8	0. 8	19. 1	2. 0	0. 9	19. 1	2. 8	1. 3	19. 1	3. 3	0. 8	19. 1
12 & 15	1. 2	0. 5	26. 3	1. 9	0. 9	26. 3	2. 2	1. 0	26. 3	2. 9	1. 6	26. 3	3. 3	0. 10	26. 3
15 & 18	1. 3	0. 6	33. 5	1. 9	0. 10	33. 5	2. 4	1. 4	33. 5	2. 11	2. 3	33. 5	3. 2	1. 2	33. 5
18 & 21	1. 4	0. 7	40. 7	1. 9	1. 5	40. 7	2. 6	2. 3	40. 7	3. 2	2. 5	40. 7	3. 1	0. 11	40. 7
21 & 24	1. 5	1. 1	47. 9	1. 10	2. 1	47. 9	2. 6	2. 9	47. 9	2. 10	2. 2	47. 9	3. 0	0. 8	47. 9
24 & 27	1. 7	1. 9	54. 11	1. 11	3. 2	54. 11	2. 5	3. 0	54. 11	2. 5	1. 10	54. 11	2. 5	0. 7	54. 11
27 & 30	2. 4	2. 7	62. 1	2. 5	4. 0	62. 1	2. 4	3. 1	62. 1	1. 11	1. 8	62. 1	1. 9	0. 6	62. 1
30 & 33	2. 6	4. 11	69. 3	2. 6	4. 4	69. 3	1. 11	1. 7	69. 3	1. 4	1. 6	69. 3	1. 3	0. 5	69. 3
33 & l'Etambot.	2. 0	6. 0	71. 3	1. 9	2. 10	70. 0	1. 3	1. 2	69. 10	1. 1	0. 4	69. 8	1. 1	0. 4	69. 6

I. Table des Produits hcy, dans les Moments latéraux.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1e. & 2e.	2e. & 3e.	3e. & 4e.	4e. & 5e.	5e. & q
Etr. & XXVII	4. 4				
XXVII & XXIV	96. 1	59. 1	11. 2		
XXIV & XXI	150. 0	157. 8	75. 2	38. 2	1. 9
XXI & XVIII	175. 6	225. 1	208. 5	112. 6	24. 6
XVIII & XV	172. 7	238. 7	253. 2	190. 5	56. 9
XV & XII	169. 6	232. 7	265. 2	233. 5	83. 7
XII & IX	160. 0	231. 4	259. 9	261. 0	109. 5
IX & VI	160. 7	238.10	259. 2	287. 0	125. 7
VI & III	161. 2	227. 5	265. 2	296. 2	137. 4
II & o	161. 9	228. 0	254. 0	297. 5	141 4
o & 3	139. 2	196. 2	217. 8	25[illegible].10	123 0
3 & 6	161. 2	227. 5	252.10	289. 9	137. 4
6 & 9	160. 0	233. 9	248.11	291. 4	133. 4
9 & 12	157. 8	230. 6	267. 6	275. 3	120. 0
12 & 15	165. 5	238. 3	263.10	258. 0	106.11
15 & 18	173. 2	228. 0	263.10	233. 6	81. 2
18 & 21	178. 7	216. 2	253. 2	200. 8	59. 9
21 & 24	177.10	203. 4	206. 6	133. 9	39. 5
24 & 27	182. 8	181. 4	149. 2	79. 5	23. 3
27 & 30	223. 4	162.11	93. 2	37. 7	9. 7
30 & 33	167. 2	95. 6	32. 9	11.10	3. 0
33 & Etambot.	27. 2	8.11	3. 9	0.10	0 8
Sommes. . .	3320. 6	4060. 10	4104. 3	3784 11	1520.10

II. Table des Produits hcy, dans les Moments de poupe à proue.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1e. & 2e.	2e. & 3e.	3e. & 4e.	4e. & 5e.	5e. & q.
Etr & XXVII	372. 9				
XXVII & XXIV	981. 3	1040. 10	407. 5		
XXIV & XXI	441.10	766. 1	567. 1	608.10	64. 3
XXI & XVIII	163.10	371. 4	568. 2	513. 2	135. 5
XVIII & XV	60. 4	149. 6	278. 4	368. 7	162.11
XV & XII	28. 1	60. 0	112. 3	236. 2	135. 1
XII & IX	5. 6	25. 3	52. 6	150. 0	92. 5
IX & VI	2. 1	9. 7	30. 9	74. 1	57. 8
VI & III	0. 0	2. 2	10. 7	28. 4	16. 9
III & o	0. [illegible]	0. 0	1. 5	1.11	2. 8
o & 3	0. 0	0. 0	0. 5	0. 7	0. 9
3 & 6	0. 5	0. 7	1. 6	4. 1	2. 8
6 & 9	2. 2	8. 3	13. 4	23.10	19.10
9 & 12	6.10	21. 2	28. 7	63. 7	41. 4
12 & 15	12. 9	34. 5	56.10	108. 3	71. 1
15 & 18	20.11	49. 2	104. 0	202.10	1.9. 6
18 & 21	31. 7	100. 6	228. 3	310. 7	114. 9
21 & 24	49. 7	182. 2	328. 3	293. 1	95. 6
24 & 27	125. 2	333. 8	398. 2	243. 4	77. 4
27 & 30	374. 3	600. 2	446. 8	198. 4	54. 4
30 & 33	875.10	750. 3	210. 2	138. 6	36. 1
33 & Etambot.	855. 0	347. 2	101. 9	25. 2	25. 1
Sommes. . .	4410. 2	48[illegible]1.10	3946. 5	3593. 3	1335. 5

(202.) Il n'y a rien a ajouter aux Moments latéraux, pour la quille, l'étrave, le taille-mer, l'étambot, & le gouvernail, parce qu'on a $h = 0$ pour ces différents objets. Le Moment augmente à raison du bordage, à cause que celui-ci fait augmenter les quantités y, $x^{\frac{1}{2}}$ & h, cette derniere quantité étant comme la distance entre les lignes d'eau, & cette distance comme la quantité x. Quant à la quantité y, l'augmentation qui en résulte est (181.) de $\frac{1}{42}$ de $46338 = 1103$: l'augmentation qui résulte de $x^{\frac{1}{2}}$ est (181.) de $\frac{1}{35}$ de $46338 = 1324$: ajoutant donc ces deux quantités, on aura, pour les Moments latéraux, $\int chx^{\frac{1}{2}}y = 48765$, & $\frac{1}{2} mu \int chx^{\frac{1}{2}}y = 24382\ mu$.

(203.) Les Moments de poupe à proue, n'augmentent nullement pour ce qui concerne la quille, l'étambot, le gouvernail, à cause qu'on a $h = 0$ pour ces différentes parties. Les Moments relatifs à l'étrave & au taille-mer sont exprimés par $chx^{\frac{1}{2}}y$, & alors on a $c = 1$, $h = 6$, $x^{\frac{1}{2}} = (3)^{\frac{1}{2}}$, & $y = 66$; par conséquent,

$chx^{\frac{1}{2}}y = 1386$. L'épaiſſeur du bordage fait augmenter les quantités c, h, & $x^{\frac{1}{2}}$; l'augmentation relative à la premiere, eſt de $\frac{1}{42}$ de $47889 = 1140$, & celle relative à $x^{\frac{1}{2}}$ eſt de $\frac{1}{35}$ de $47889 = 1368$: donc en ajoutant ces trois quantités, on aura, pour les Moments de poupe à proue, $\int chx^{\frac{1}{2}}y = 51783$, & $\frac{1}{2} mu \int chx^{\frac{1}{2}}y = 25891\, mu$.

(204.) Si on vouloit que le Vaiſſeau fut calé dans une autre ligne d'eau que celle ſur laquelle on a fondé le calcul; ſi l'on vouloit, par exemple, que notre Vaiſſeau de 60 canons fut calé de 6 pouces de plus, dans ce cas, les deux Moments varieroient comme $hx^{\frac{1}{2}}$, ou comme $x^{\frac{3}{2}}$; c'eſt-à-dire (187 & *Note.*) de $\frac{1}{12}n = \frac{1}{24}$; ainſi on aura, pour les Moments latéraux, $\frac{1}{2} mu \int chx^{\frac{1}{2}}y = 25398\, mu$, & pour ceux de poupe à proue, $\frac{1}{2} mu \int chx^{\frac{1}{2}}y = 26970\, mu$.

(205.) La formule de la ſomme des Moments $mKv \sin\Delta + mkru + \frac{1}{2} mu \int chx^{\frac{1}{2}}y - \frac{1}{2} mu \int fgx^{\frac{3}{2}}$, ſe réduit donc, pour les moments latéraux du Vaiſſeau de 60 canons, à $9\frac{1}{8}.68650.m \sin\Delta + 4\frac{19}{24}.3316 mu + 25398\, mu - 40626\, mu$, attendu qu'on a trouvé (166.), $K = 9\frac{1}{8}$; (112.), $v = 68650$; (141 & 166.), $k = 7\frac{1}{8} - 2\frac{9}{24} = 4\frac{19}{24}$; & (187), $r = 3316$; c'eſt-à-dire, que les Moments ſeront $= 626431\, mu \sin\Delta + 15889\, mu + 25398\, mu - 40626\, mu = 626431\, mu \sin\Delta + 661\, mu$.

(206.) Les Moments de poupe à proue ſeront $= 68650\, mK \sin\Delta + 4\frac{19}{24} mru + 26970\, mu - 2568\, mu$, ou à cauſe qu'on a trouvé (159 & 166.), $K = 117\frac{3}{4} - 2\frac{9}{24} = 114\frac{9}{24}$, & (187.), $r = 294$, ils ſeront $7851843\, m \sin\Delta + 1409\, mu + 26970\, mu - 2568\, mu = 7851843\, m \sin\Delta + 25811\, mu$: bien attendu que dans les Moments latéraux u exprime la vîteſſe latérale que prend le Vaiſſeau, & que dans les Moments de poupe à proue, elle exprime celle qu'il prend par la proue, ou dans la direction de la quille.

(207.) Ayant trouvés les Moments qu'éprouve un Vaiſſeau, comme, par exemple, celui de 60 canons, on peut trouver, avec facilité, ceux qu'éprouveroit un autre Vaiſſeau quelconque, qui lui ſeroit ſemblable par ſes fonds; parce que d'après ce qui a été dit on peut trouver ceux qu'éprouve le même Vaiſſeau de 60 canons, en le ſuppoſant calé plus ou moins, pour qu'il ſoit dans une diſpoſition entiérement ſemblable à celle dans laquelle eſt le Vaiſſeau dont on cherche les Moments. Après cela, les quantités K, v, k, & r, étant connues, ou pouvant parvenir à les connoître, par ce qui a été dit dans les *Chapitres* précédents: on aura, par conſéquent, les

valeurs de $mKv\,\mathit{fin}\,\Delta$, & $mukr$. Quant aux valeurs de $\frac{1}{4}mu\int chx^{\frac{1}{2}}y$, & de $\frac{1}{4}mu\int\int gx^{\frac{3}{2}}$, on voit que ces deux quantités ſont comme les racines quarrées des ſeptiemes puiſſances des dimenſions linéaires des Vaiſſeaux *: ainſi elles ſe détermineront par une ſimple regle de trois.

Nous avons vu, dans l'*Article* 145, qu'ayant deux Vaiſſeaux n & N, dans leſquels on appelle

m la largeur, v le volume ſubmergé, a l'aire, ou la ſection à la ſuperficie du fluide, c'eſt-à-dire, à la ligne de flottaiſon,	du premier.	M la largeur, V le volume ſubmergé,	du ſecond.

Nous avons vu, dis-je, qu'on avoit $\frac{v-\frac{m^3}{M^3}V}{a}$ pour l'expreſſion de la quantité dont il faut que le Vaiſſeau n ſoit plus ou moins calé, pour être dans la même diſpoſition que le Vaiſſeau N. Suppoſons maintenant que b exprime ce dont le Vaiſſeau n eſt calé; on aura $b-\frac{v-\frac{m^3}{M^3}V}{a}$ pour la quantité dont il devroit l'être pour que ſa diſpoſition fût ſemblable à celle du Vaiſſeau N; & comme les Moments $\int chx^{\frac{1}{2}}y$ varient comme $x^{\frac{3}{2}}$, (204.), ou dans la raiſon de $b^{\frac{3}{2}}$ à $\left(b-\frac{v-\frac{m^3}{M^3}V}{a}\right)^{\frac{3}{2}}$; & ceux exprimés par $\int\int gx^{\frac{3}{2}}$, comme $x^{\frac{5}{2}}$, (200.), ou dans la raiſon de $b^{\frac{5}{2}}$ à $\left(b-\frac{v-\frac{m^3}{M^3}V}{a}\right)^{\frac{5}{2}}$; c'eſt-à-dire, les premiers dans la raiſon de 1 à $1-\frac{3}{2ba}\left(v-\frac{m^3}{M^3}V\right)$, & les ſeconds, dans celle de 1 à $1-\frac{5}{2ba}\left(v-\frac{m^3}{M^3}V\right)$ **: les premiers Moments, pour la nouvelle diſpoſition du Vaiſſeau n, feront donc $=\int chx^{\frac{1}{2}}y-\frac{3\int chx^{\frac{1}{2}}y}{2ba}\left(v-\frac{m^3}{M^3}V\right)$; & les ſeconds $=\int\int gx^{\frac{3}{2}}-\frac{5}{2}\int\frac{fgx^{\frac{3}{2}}}{ba}\left(v-\frac{m^3}{M^3}V\right)$. Or, ces Moments ſont à ceux qu'éprouve le Vaiſſeau N, comme $m^{\frac{7}{2}}$ eſt à $M^{\frac{7}{2}}$. (207.);

* Puiſque les quantités c, h, y, f, & g ſont comme x: il s'enſuit que les expreſſions $\int chx^{\frac{1}{2}}y$, & $\int\int gx^{\frac{3}{2}}$ ſont comme $x^{\frac{7}{2}}$.

** On trouve ces rapports en opérant d'une maniere analogue à celles qu'on a développées dans les *Notes* des *Articles* 187 & 200.

donc les Moments qu'éprouve ce dernier Vaisseau, seront $= \ldots$ $\frac{M^{\frac{7}{2}}}{m^{\frac{7}{2}}}\int chx^{\frac{1}{2}}y\left(1-\frac{3}{2va}\left(v-\frac{m^3}{M^3}V\right)\right)$, & $\frac{M^{\frac{7}{2}}}{m^{\frac{7}{2}}}\int\int fgx^{\frac{3}{2}}\left(1-\frac{5}{2ba}\left(v-\frac{m^3}{M^3}V\right)\right)$; les quantités $\int chx^{\frac{1}{2}}$, & $\int\int fgx^{\frac{1}{2}}$ exprimant les Moments déjà trouvés, pour le Vaisseau n. Nous avons, pour le Vaisseau de 60 canons, $m = 42$, $v = 68650$, $a = 5312$, $b = 5.3\frac{1}{2} = \frac{35}{2}$.

$\int chx^{\frac{1}{2}}y = 50769.(204.)$ } pour les Moments latéraux.
$\int\int fgx^{\frac{1}{2}} = 81252,(200.)$ }

$\int chx^{\frac{1}{2}}y = 53940,(204.)$ } pour les Moments de poupe à proue.
$\int\int fgx^{\frac{1}{2}} = 5136,(200)$ }

donc en substituant, ces expressions se réduiront à . . . . .

$$\frac{M^{\frac{7}{2}}.50796}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{3\left(68650-\frac{(42)^3}{M^3}V\right)}{35.5312}\right), \text{ \& à } \frac{M^{\frac{7}{2}}.81252}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{5\left(68650-\frac{(42)^3}{M^3}V\right)}{35.5312}\right)$$

pour les Moments latéraux : & pour ceux de poupe à proue, elles se réduiront à $\frac{M^{\frac{7}{2}}.53940}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{3\left(68650-\frac{(42)^3}{M^3}V\right)}{35.5312}\right)$, & à . . . .

$$\frac{M^{\frac{7}{2}}.5136}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{5\left(68650-\frac{(42)^3}{M^3}V\right)}{35.5312}\right).$$

(208.) Pour trouver, d'après cela, les Moments latéraux qu'éprouve le Vaisseau de 70 canons, nous avons (171.), $K = 10\frac{2}{3}$; (112.), $V = 96500$; (146 & 171.), $k = 7\frac{1}{6} - 2\frac{1}{6} = 5$; (191.), $r = 439\,1$; (117.), $M = 48$: donc $mKV \sin \Delta = 10\frac{2}{3}.96500.m \sin \Delta = 1029333\, m \sin \Delta$: $mukr = 5.439\,1.mu = 21955\, mu$; & par conséquent

$$\frac{M^{\frac{7}{2}}.50796}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{3\left(68650-\frac{(42)^3}{M^3}V\right)}{35.5312}\right) = \frac{8^{\frac{7}{2}}.50796}{7^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{3\left(68650-\left(\frac{7}{8}\right)^3.96500\right)}{35.5312}\right)$$

$= 75822$, & $\frac{M^{\frac{2}{2}}.81252}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{5\left(68650-\frac{(42)^3}{M^3}V\right)}{35.5312}\right) = \ldots\ldots$ $\frac{8^{\frac{7}{2}}.81252}{7^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{5\left(68650-\left(\frac{7}{8}\right)^3 96500\right)}{35.5312}\right) = 115695$: d'où s'ensuit que, pour le Vaisseau de 70 canons, les Moments latéraux seront $= \ldots$ $1029333\, m \sin \Delta + 21955\, mu + \frac{1}{2} mu\, (75822) - \frac{1}{2} mu.115695 = 1029333\, m \sin \Delta + 2019\, mu$.

(209.) Pour les Moments de poupe à proue, on a (160 & 171.), $K = 142\frac{1}{12} - 2\frac{1}{6} = 139\frac{7}{12}$, & (191), $r = 387$: donc $mKV \sin \Delta = 139\frac{7}{12}.96500 m \sin \Delta = 13469951\, m \sin \Delta$: $mukr = 5.387\, mu = 1935\, mu$:

$$\frac{M^{\frac{7}{2}}.53940}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{3\left(68650-\frac{(42)^3}{M^3}V\right)}{35.5312}\right) = \frac{8^{\frac{7}{2}}.53940}{7^{\frac{7}{2}}}\left(1-\frac{3\left(68650-\left(\frac{7}{8}\right)^3 96500\right)}{35.5312}\right)$$

$= 83414$: & $\frac{M^{\frac{7}{2}}.5136}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5(68650 - \frac{(42)^3}{M^3}V)}{35.5312}\right) = \ldots\ldots$

$\frac{8^{\frac{7}{2}}.5136}{7^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5(68650 - (\frac{7}{8})^3 96500)}{35.5312}\right) = 7166$: donc les Moments de poupe à proue qu'éprouvera le Vaiſſeau de 70 canons, ſeront exprimés par $13469951\ m\ \mathit{ſin}\ \Delta + 1935\ mu + \frac{1}{2}mu.83414 - \frac{1}{2}mu.7166 = 13469951\ m\ \mathit{ſin}\ \Delta + 40059\ mu$.

(210.) Nous avons trouvé (172.), dans la Frégate de 22 canons, que le métacentre, conſidéré par rapport aux Moments latéraux, eſt élevé au-deſſus du centre de gravité de 7 pieds $\frac{3}{7} = K$; on a, de plus (112.), $V = 21570$; (147 & 172.), $k = 4\frac{19}{24} - 2\frac{5}{21} = 2\frac{31}{56}$; (192.), $r = 1426$; & (112.), $M = 31\frac{8}{9}$: donc $mKV\ \mathit{ſin}\ \Delta = 7\frac{3}{7}.25170.m\ \mathit{ſin}\ \Delta = 186977\ m\ \mathit{ſin}\ \Delta$: $mukr = 2\frac{31}{56}.1426.mu = 3641\ mu$: $\frac{M^{\frac{7}{2}}.50796}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3(68650 - (\frac{42}{M})^3 V)}{35.3512}\right) = \ldots\ldots\ldots$

$\frac{(31\frac{8}{9})^{\frac{7}{2}}.50796}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3(68650 - (\frac{42}{31\frac{8}{9}})^3 25170)}{35.5312}\right) = 15877$: & enfin ...

$\frac{M^{\frac{7}{2}}.81252}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5(68650 - (\frac{42}{M})^3 V)}{35.5312}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{(31\frac{8}{9})^{\frac{7}{2}}.81252}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5(68650 - (\frac{42}{31\frac{8}{9}})^3 25170)}{35.5312}\right) = 22173$: partant les Moments latéraux qu'éprouvera la Frégate, ſeront $= 186977\ m\ \mathit{ſin}\ \Delta + 3641\ mu + \frac{1}{2}mu\ 15877 - \frac{1}{2}mu\ 22173 = 186977\ m\ \mathit{ſin}\ \Delta + 493\ mu$.

(211.) Pour les Moments de poupe à proue, on a (160 & 172.), $K = 103\frac{1}{4} - 2\frac{5}{21} = 101\frac{1}{84}$, & (192.), $r = 124$. Donc $mKV\ \mathit{ſin}\ \Delta = 101\frac{1}{84}.25170.m\ \mathit{ſin}\ \Delta = 2548762\ m\ \mathit{ſin}\ \Delta$: $mukr = 2\frac{31}{56}.124\ mu = 316\ mu$: $\frac{M^{\frac{7}{2}}.53940}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3(68650 - (\frac{42}{M})^3 V)}{35.5312}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{(31\frac{8}{9})^{\frac{7}{2}}.53940}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3(68650 - (\frac{42}{31\frac{8}{9}})^3 25170)}{35.5312}\right) = 16856$: & enfin ....

& $\frac{M^{\frac{7}{2}}.5136}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5(68650 - (\frac{42}{M})^3 V)}{35.5312}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\frac{(31\frac{8}{9})^{\frac{7}{2}}.5136}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5(68650 - (\frac{42}{31\frac{8}{9}})^3 25170)}{35.5312}\right) = 1401$: donc les Moments de

de poupe à proue qu'éprouve la Frégate, font exprimés par . . . $2548762\, m \sin\Delta + 316\, mu + \frac{1}{2}\, mu\, 16856 - \frac{1}{2}\, mu\, 1401 = \ldots\ldots$ $2548762\, m \sin\Delta + 8044\, mu$.

(212.) Dans le Vaiſſeau à trois ponts, nous avons trouvé (173.), $K = 8\frac{6}{7}$: (118.), $V = 128293$: (148 & 177.), $k = 9 - 3\frac{13}{14} = 5\frac{1}{14}$: (193.), $r = 5568$: & (118.), $M = 51$: donc $mKV \sin\Delta = \ldots$ $8\frac{6}{7} . 128293 . m \sin\Delta = 1136309\, m \sin\Delta$: $mukr = 5\frac{1}{14} . 5568 . mu =$

$$28238\, mu : \frac{M^{\frac{7}{2}} . 50796}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3\left(68650 - \left(\frac{42}{M}\right)^3 V\right)}{35 . 5312}\right) = \ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{(17)^{\frac{7}{2}} . 50796}{(14)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3\left(68650 - \left(\frac{14}{17}\right)^3 128293\right)}{35 . 5312}\right) = 101625 : \& \text{ enfin} \ldots$$

$$\frac{M^{\frac{7}{2}}\, 81252}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5\left(68650 - \left(\frac{42}{M}\right)^3 V\right)}{35 . 5312}\right) = \frac{(17)^{\frac{7}{2}}\, 81252}{(14)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5\left(68650 - \left(\frac{14}{17}\right)^3 128293\right)}{35 . 5312}\right) =$$

203960. Partant, les Moments latéraux qu'éprouvera le Vaiſſeau à trois ponts, feront $= 1136309\, m \sin\Delta + 28238\, mu + \frac{1}{2} mu . 101625 - \frac{1}{2} mu . 203960 = 1136309\, m \sin\Delta - 22930\, mu$.

(213.) Pour les Moments de poupe à proue, on a (160 & 173), $K = 131\frac{1}{7} - 3\frac{13}{14} = 127\frac{4}{7}$, & (193.), $r = 498$: donc $mKV \sin\Delta =$ $127\frac{4}{7} . 128293\, m \sin\Delta = 16366527\, m \sin\Delta$: $mukr = 5\frac{1}{14} . 496\, mu =$

$$2525\, mu : \frac{M^{\frac{7}{2}} . 53940}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3\left(68650 - \left(\frac{42}{M}\right)^3 V\right)}{35 . 5312}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{(17)^{\frac{7}{2}} . 53940}{(14)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{3\left(68650 - \left(\frac{14}{17}\right) 128293\right)}{35 . 5312}\right) = 107666 : \& \text{ enfin} \ldots$$

$$\frac{M^{\frac{7}{2}}\, 5136}{(42)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5\left(68650 - \left(\frac{42}{M}\right) V\right)}{35 . 5312}\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{(17)^{\frac{7}{2}} . 5136}{(14)^{\frac{7}{2}}}\left(1 - \frac{5\left(68650 - \left(\frac{14}{17}\right)^3 128293\right)}{35 . 5312}\right) = 12892 : \text{par conſéquent}$$

les Moments de poupe à proue, qu'éprouve le Vaiſſeau à trois ponts, feront $= 16366527\, m \sin\Delta + 2525\, mu + \frac{1}{2} mu . 107666 - \frac{1}{2} mu\, 12892 = 16366527\, m \sin\Delta + 42794\, mu$.

(214.) Les détails dans leſquels on vient d'entrer, font déjà voir clairement que, pour obtenir que le Vaiſſeau porte bien la voile, il convient d'élever le plus qu'il eſt poſſible le centre des réſiſtances horiſontales ; car c'eſt de là que dépend le moment horiſontal $mukr$ —

$\frac{1}{4}mu\int fgx^{\frac{1}{2}}$, qui peut être plus, ou moins négatif, selon la position de ce centre. Divisant cette quantité par la résistance r, le quotient sera $mu(k - \frac{1}{2r}\int fgx^{\frac{1}{2}})$: de sorte que $k - \frac{1}{2r}\int fgx^{\frac{1}{2}}$ est la distance du centre de gravité à celui des résistances horisontales. Si $\frac{1}{2r}\int fgx^{\frac{1}{2}}$ est plus grand que k, ce centre sera au-dessous de celui de gravité, puisque k est la distance de ce dernier centre à la superficie du fluide; donc plus le centre des résistances sera bas, plus le Moment $mu(kr - \frac{1}{2}\int fgx^{\frac{1}{2}})$ sera négatif, ce qui est préjudiciable pour la stabilité, ou pour la qualité de porter la voile. Cette qualité ne dépend en aucune maniere de la section horisontale du Navire à la ligne de flottaison, quoiqu'on ait cru généralement, avec M. *Bouguer*, que la stabilité en dépendoit uniquement ; car, comme nous l'avons vu (*Chap. III & IV.*), cela ne peut avoir lieu que lorsque le Navire est dans l'état de repos. Le Moment vertical $\frac{1}{4}mu\int chx^{\frac{1}{2}}y$ ne dépend pas davantage de cette section; ces deux Moments dépendent de la figure, ou disposition, des fonds du Vaisseau : plus ils seront verticaux, depuis l'horisontale du centre de gravité, en allant vers le haut, plus $\int fgx^{\frac{1}{2}}$ sera petit, & plus $\int chx^{\frac{1}{2}}y$ sera grand : d'où l'on voit que cette disposition des fonds est très convenable pour procurer une stabilité parfaite. Il convient aussi beaucoup, pour produire cet effet, que le centre de gravité soit placé bas; parce que plus ce centre sera bas, non seulement la quantité K, & par conséquent le Moment $mKV \sin \Delta$ en deviendra plus grand; mais aussi la quantité k augmentera en même temps, ce qui diminuera le Moment négatif $mu(kr - \frac{1}{2}\int fgx^{\frac{1}{2}})$; mais cette précaution devient préjudiciable pour les roulis, comme nous le verrons par la suite.

(215.) Nous n'avons point fait entrer dans le calcul la résistance qui provient de la dénivellation, parce que, comme on l'a déjà vu, elle est extrêmement petite dans les vîtesses que prennent réguliérement les Vaisseaux, principalement lorsqu'ils sont grands. On n'a pas non plus fait attention à la réduction qu'il faut faire pour avoir la force absolue des résistances, dont la valeur n'est (*Tome I*, 644.) que les deux tiers de celle qu'on obtient par le calcul : cependant, dans le cas où il seroit question de combiner des forces de résistance avec d'autres forces provenant de poids effectifs, alors on réduiroit les résistances aux deux tiers. Ainsi le moment latéral absolu du Vaisseau de 60 canons, sera seulement de $626431\, m \sin \Delta + 440\, mu$, & ainsi des autres.

CHAPITRE VII.

Des Moments qu'éprouve le Vaisseau dans son mouvement horisontal, par rapport à un axe vertical qui passe par le centre de gravité.

(216.) LES Moments qu'éprouve le Vaisseau dans son mouvement horisontal, par rapport à un axe vertical qui passe par son centre de gravité, peuvent être différents, suivant la direction dans laquelle se fait le mouvement; mais nous pouvons les réduire à deux comme nous l'avons fait dans le *Chapitre précédent*, l'un perpendiculaire à la quille, que nous avons appellé *Moment latéral*, & l'autre de poupe à proue; mais comme la considération de ce dernier moment n'est pas nécessaire pour remplir l'objet que nous nous proposons présentement, il suffira de considérer les Moments latéraux.

(217.) L'expression de ces Moments est (*Tome I*, *Art.* 827.) = $\frac{1}{2} mu \int c y x^{\frac{1}{2}} dx \sin \theta$, ou, en substituant (*Tome I*, *Art.* 584.) à la place de $\sin \theta$, sa valeur $= \sin \lambda . \sin n$, elle est = ... $\frac{1}{2} mu \int c y x^{\frac{1}{2}} dx \sin \lambda . \sin n = \frac{1}{2} mu \int\int f g y x^{\frac{1}{2}}$, (177.). Les valeurs de fg, ou plutôt celles de Fg, puisqu'il ne s'agit ici que des Moments latéraux, se trouvent déjà calculées pour le Vaisseau de 60 canons, dans la Table de l'*Article* 179: & on a pareillement les valeurs de $x^{\frac{1}{2}}$, lesquelles (180.) sont $\frac{4}{5}$, $\frac{23}{10}$, $\frac{70}{24}$, $\frac{7}{8}$ & $\frac{187}{32}$. Multipliant donc, la valeur de Fg pour chaque petit quadrilatere pris séparément, par la valeur correspondante de $x^{\frac{1}{2}}$, il en résultera les produits $Fgx^{\frac{1}{2}}$ tels qu'on les trouve dans la Table suivante. Prenant ensuite séparément la somme de chacune des cinq cases horisontales, qui renferment chacune deux petits quadrilateres; avec ces sommes on formera la premiere colonne de la seconde Table. Prenant les valeurs de y de la Table de l'*Article* 201, relative aux Moments de poupe à proue, attendu que ces valeurs sont les mêmes que celles qui correspondent au cas dont il est ici question (*Tome I*, 827), on en formera la seconde colonne. Multipliant chacune de ces valeurs de y par la somme qui la précede, & qui est $= Fgx^{\frac{1}{2}}$, on aura les Moments $Fgx^{\frac{1}{2}}y$ qui composent la troisieme colonne, dans laquelle on a distingué les Moments positifs de la proue, qui sont =

PLANC. I. 64328 $\frac{2}{3}$, lesquels obligent le Navire à venir au vent, & les Moments négatifs de poupe, qui montent à 98603 $\frac{1}{3}$, lesquels l'obligent à arriver: & comme ces derniers excédent les premiers de 34274 $\frac{2}{3}$, il s'ensuit qu'en vertu de cet excédent, le Navire doit avoir une très-grande propension à arriver; c'est-à-dire, que $\int\int gx^{\frac{4}{3}}y$ étant $= 34274 \frac{2}{3}$, le moment qui sollicite le Vaisseau à arriver, sera $= \frac{1}{2} mu \int\int g x^{\frac{4}{3}} y = 17137\, mu$.

I. TABLE des Produits $Fgx^{\frac{4}{3}}$.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1e. & 2e. $x=\frac{4}{3}$	2e. & 3e. $x=\frac{23}{12}$	3e. & 4e. $x=\frac{71}{24}$	4e. & 5e. $x=\frac{7}{2}$	5e. & q $x=\frac{127}{33}$
Etr & XXVII	6. 4				
XXVII & XXIV	18. 7	30. 8	27. 1		
XXIV & XXI	24. 4	34. 8	51. 9	61. 10	60. 10
XXI & XVIII	27. 1	40. 0	41. 11	43. 2	67. 10
XVIII & XV	30. 8	44. 3	49. 10	40. 10	41. 8
XV & XII	30. 8	47. 9	56. 0	42. 0	30. 1
XII & IX	31. 3	49. 2	56. 3	49. 0	30. 1
IX & VI	31. 3	51. 9	58. 8	53. 8	29. 1
VI & III	31. 3	52. 2	59. 5	56. 7	28. 5
III & o	31. 3	52. 2	61. 10	58. 7	28. 5
o & 3	23. 2	38. 11	45. 7	43. 2	20. 6
3 & 6	31. 3	52. 2	60. 2	58. 7	28. 5
6 & 9	31. 3	51. 9	59. 5	55. 9	30. 9
9 & 12	31. 1	50. 4	56. 11	55. 9	32. 9
12 & 15	30. 8	50. 4	56. 6	53. 1	34. 11
15 & 18	30. 8	47. 9	52. 3	42. 0	39. 4
18 & 21	30. 4	47. 2	48. 4	35. 0	44. 8
21 & 24	29. 7	44. 8	46. 1	47. 10	50. 0
24 & 27	29. 3	43. 8	45. 4	50. 9	73. 5
27 & 30	22. 8	35. 6	50. 4	67. 8	85. 4
30 & 33	18. 9	33. 4	58. 11	79. 11	95. 4
33 & Etambot.	9. 5	21. 9	32. 0	31. 9	36. 0

II. TABLE des Produits $Fgyx^{\frac{4}{3}}$, tant pour venir au vent que pour arriver.

Entre les Couples.	Sommes	Valeur de y	Valeur de $Fgyx^{\frac{4}{3}}$	Résultats.
Etr. & XXVII	6. 4	71. 0	249. 8	Valeurs positives pour venir au vent
XXVII & XXIV	76. 4	66. 1	5044. 4	
XXIV & XXI	223. 5	58. 11	13167. 5	
XXI & XVIII	220. 0	51. 9	11386. 0	
XVIII & XV	207. 3	44. 7	9239. 11	
XV & XII	206. 6	37. 5	7726. 7	64328 $\frac{2}{3}$
XII & IX	205. 9	30. 3	6224. 0	
IX & VI	224. 5	23. 1	5180. 2	
VI & III	227. 10	15. 11	3437. 2	
III & o	232. 3	8. 9	2032. 0	
o & 3	171. 4	2. 7	442. 5	Valeurs négativ. pour arriver
3 & 6	230. 7	4. 9	1095. 5	
6 & 9	228. 11	11. 11	2727. 11	
9 & 12	226. 10	19. 1	4328. 5	
12 & 15	225. 6	25. 3	5919. 5	
15 & 18	212. 0	33. 5	7084. 4	98603 $\frac{1}{3}$
18 & 21	205. 6	40. 7	8339. 11	
21 & 24	218. 2	47. 9	10417. 6	
24 & 27	242. 5	54. 11	13312. 5	
27 & 30	261. 6	62. 1	16234. 9	Différenc.
30 & 33	286. 11	69. 3	19814. 9	
33 & Etambot.	130. 11	71. 3	9327. 10	34274 $\frac{2}{3}$

(218.) Dans le calcul des résistances latérales, on n'a pas fait attention à l'inclinaison que la quille a ordinairement à l'égard de l'horison, ou de la superficie du fluide; on l'a supposée parallèle à cette surface, à cause que la différence qui pouvoit résulter de cette supposition étoit alors susceptible d'être négligée : mais il n'en est pas de même dans le calcul des Moments, que nous considérons ici, la différence qui en résulteroit seroit considérable; ainsi FIG. 35. nous ne pouvons négliger d'avoir égard à cette inclinaison. Pour plus de facilité, nous pouvons supposer que tout l'espace ABC, depuis l'horisontale AB jusqu'à la quille CB, se réduit à un triangle vertical, moitié du rectangle $ABDC$; en conséquence, ce rectangle étant

divisé en deux parties égales par l'horisontale EG, le triangle BFG sera l'espace qui s'éleve vers la proue, & son égal EFC sera celui qui se submerge à la poupe. Les Moments que produisent l'un & l'autre espace sont négatifs, parce que ceux de la proue doivent être retranchés; ainsi, on doit les ajouter tous les deux à ceux qu'on a déjà trouvés. Dans ces triangles on a $EF=f$, & $\frac{1}{2}EC=g$: partant $fg = EF.\frac{1}{2}EC$, & pour les deux triangles réunis, $fg = EF.EC = AB.\frac{1}{4}AC$: c'est-à-dire, que fg est égal au produit de la longueur de la quille $AB = 130$, par la quatrieme partie de la quantité dont le Vaisseau cale plus à la poupe qu'à la proue, c'est-à-dire, par le quart de la différence du tirant d'eau. Supposant cette différence de deux pieds, on aura $fg = \frac{1}{2}.130 = 65$. La quantité x exprimera ici la profondeur à laquelle le point F est submergé dans le fluide, & cette profondeur est $= 5.3\frac{1}{2} = \frac{11}{2}$: on a, de plus, $y = \frac{2}{3}FE = \frac{1}{3}AB = \frac{1}{3}.130 = 43\frac{1}{3}$, qui est la distance du point F au centre des résistances du triangle *: donc $fgx^{\frac{1}{2}}y = 65.(\frac{35}{2})^{\frac{1}{2}}.43\frac{1}{3} = 11787$, & $\frac{1}{2}mu\int fgx^{\frac{1}{2}}y = 5893\frac{1}{2}mu$; & cette quantité étant ajoutée à $17137\,mu$, le Moment total sera de $\frac{1}{2}mu\int fgx^{\frac{1}{2}}y = 23031\,mu$.

(219.) Il est nécessaire d'ajouter à ce résultat les Moments qui proviennent du bordage, de la quille, de l'étambot, du gouvernail, de l'étrave, & du taille-mer. Le bordage augmente la valeur de $fgx^{\frac{1}{2}}y$, suivant la raison dans laquelle augmente $gx^{\frac{1}{2}}$, ou suivant $x^{\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire (181), de $\frac{1}{35}$: donc pour ce qui concerne le bordage, l'augmentation sera $= 658\,mu$. La quille, la contre quille, & la fausse quille, peuvent être considérées comme un rectangle de 2 pieds de hauteur, & de 130 pieds de longueur, dont 75 pieds sont à la poupe, relativement au centre de gravité, & 55 pieds à la proue: on aura donc pour la poupe $fg = 75.2 = 150$, & pour la proue $fg = 55.2 = 110$ La quantité x est (182.) pour les deux parties $= \frac{17}{2}$: par conséquent on aura, pour la poupe, $fgx^{\frac{1}{2}} = 645$, & pour la proue, $fgx^{\frac{1}{2}} = 473$. Multipliant ces deux quantités par $\frac{75}{2}$ & $\frac{55}{2}$, qui expriment les distances dont sont éloignés les centres des résistances de celui de gravité, on aura, pour la poupe, $fgx^{\frac{1}{2}}y = 24562\frac{1}{2}$, & pour la proue, $fgx^{\frac{1}{2}}y = 13007\frac{1}{2}$;

* Car le centre des résistances de ce triangle est sensiblement confondu avec son centre de gravité, & la distance de ce dernier au point F est à très-peu près $= \frac{2}{3}FE$.

la différence de ces deux quantités est 11555 : ainsi l'on aura, pour ce qui concerne la quille, $\frac{1}{2}\, mu \int\int g x^{\frac{1}{2}} y = 5777\frac{1}{2}\, mu$.

(220.) L'étambot & le gouvernail réunis, ont été considérés comme un trapese (182.), & sa résistance a été trouvée $= 194\, mu$: cette quantité étant donc multipliée par 80, distance du centre de résistance du trapese à celui de gravité; on aura le Moment $15520\, mu$.

(221.) L'étrave & le taille-mer réunis, ont aussi été supposés (182.) former un autre trapese, & sa résistance a été trouvée $= 132\frac{5}{6}\, mu$: ainsi, cette quantité étant multipliée par $62\frac{1}{3}$, distance du centre de résistance de ce trapese à celui de gravité, on aura le Moment $8280\, mu$.

(222.) Les Moments qui résultent du bordage, de la quille, de l'étambot, & du gouvernail, étant réunis, font une somme de $21955\frac{1}{4}\, mu$: retranchant de cette somme les Moments de l'étrave & du taille-mer, qui font $8280\, mu$, il restera $13675\frac{1}{4}\, mu$; & ajoutant ce dernier à ceux du corps du Navire, qui font $23031\, mu$, le total des Moments qui obligent le Vaisseau à arriver, en vertu de la résistance latérale, sera $= 36706\frac{1}{4}\, mu$.

(223.) Ayant trouvé les Moments pour une disposition quelconque du Navire, on trouvera ceux qui correspondent à toute autre disposition, dans laquelle le Navire seroit plus, ou moins, submergé dans le fluide de la quantité n, parce que l'augmentation, ou la diminution, des Moments est comme celle des résistances, puisque dans ce changement y ne varie pas. Cette augmentation, ou diminution, comme on l'a dit (187 & *Note.*), suit, pour tous les Moments, excepté ceux qui proviennent de la quille, la raison de 1 à $\frac{1}{12} n$: & pour ceux de la quille, celle de 1 à $\frac{1}{36} n$. Supposant donc, comme on l'a fait précédemment, que le Vaisseau est plus calé de 6 pouces, on aura $n = \frac{1}{2}$: la premiere augmentation sera $= (36706\frac{1}{4} - 5777\frac{1}{2})\, \frac{1}{12}\, nmu = 1288\frac{2}{3}\, mu$, & la seconde $= (5777\frac{1}{2})\, \frac{1}{36}\, nmu = 80\frac{1}{4}\, mu$. Ces Moments étant donc ajoutés aux $36706\frac{1}{4}\, mu$, trouvés ci dessus, on aura $38705\, mu$ pour la véritable expression du Moment qui sollicite le Vaisseau de 60 canons à arriver, ce Vaisseau étant calé jusqu'à sa véritable ligne d'eau.

(224.) Si l'on divise ces Moments par la résistance totale qu'éprouve le même Vaisseau, laquelle (187.) est $= 3316\, mu$, il vient au quotient 11 pieds $\frac{1}{2}$, c'est la quantité dont le centre des résistances latérales est éloigné vers la poupe à l'égard du centre de gravité, en supposant que le Vaisseau soit calé de 2 pieds de plus à la poupe qu'à la proue. Mais si l'on suppose que la quille est ho-

risontale, comme dans ce cas il faudroit soustraire (218.) la quantité $\frac{5893\frac{1}{2}\,mu}{3316\,mu}$, on auroit seulement 9 pieds $\frac{1}{2}$, à peu près, pour la distance dont le centre des résistances est éloigné du centre de gravité.

(225.) Ayant une fois trouvé les Moments qu'éprouve un Vaisseau, on peut trouver, avec facilité, ceux qui correspondent à un autre Vaisseau, dont les fonds sont semblables à ceux du premier : car la formule $\frac{1}{2}\,mu\int\int gx^{\frac{1}{2}}y$ varie suivant les racines quarrées des septiemes puissances des dimensions linéaires des carenes (207 *Note.*): c'est-à-dire que, m étant la largeur du Vaisseau dont le Moment Q est connu, & M celle du Vaisseau dont on cherche le Moment, ce Moment cherché sera $= \frac{M^{\frac{7}{2}}}{m^{\frac{7}{2}}}Q$, bien attendu que le Moment Q est celui qu'éprouveroit le premier Vaisseau, étant calé ou submergé dans le fluide, de la même façon que l'est le second. La quantité dont le premier Vaisseau doit être plus ou moins calé pour qu'il soit dans une disposition semblable à celle du second, est (145.), $= \frac{v - \frac{m^3}{M^3}V}{a}$. Substituant cette valeur à la place de n dans les expressions des augmentations, ou diminutions, des Moments du Vaisseau de 60 canons, qui sont $(36706\frac{1}{3} - 5777\frac{1}{3})\frac{1}{12}\,nmu = 2578\frac{1}{4}\,nmu$, & $(5777\frac{1}{3})\frac{1}{36}\,nmu = 160\frac{1}{2}\,nmu$, ces expressions se changeront en celles-ci, $\frac{2578\frac{1}{4}\,mu}{a}(v - \frac{m^3}{M^3}V)$, & $\frac{160\frac{1}{2}\,mu}{a}(v - \frac{m^3}{M^3}V)$; par conséquent, le Moment qu'éprouvera le Vaisseau de 60 canons, supposé dans la même disposition que l'autre, sera $= 38075\,mu - \frac{2578\frac{1}{4}\,mu}{a}(v - \frac{m^3}{M^3}V) - \frac{160\frac{1}{2}\,mu}{a}(v - \frac{m^3}{M^3}V) = 38075\,mu - \ldots \frac{2738\frac{1}{4}\,mu}{a}(v - \frac{m^3}{M^3}V) = 38075\,mu - \frac{2738\frac{1}{4}\,mu}{5500}(68650 - \frac{(42)^3}{M^3}V)$: & celui qu'éprouvera le second Vaisseau dont la largeur est M, sera $= \frac{38075\,M^{\frac{7}{2}}\,mu}{(42)^{\frac{7}{2}}} - \frac{2738\frac{1}{4}\,M^{\frac{7}{2}}\,mu}{5500\,(42)^{\frac{7}{2}}}(68650 - \frac{(42)^3}{M^3}V) = \ldots\ldots \frac{M^{\frac{7}{2}}\,mu}{(42)^{\frac{7}{2}}}(38075 - \frac{2738\frac{1}{4}}{5500}(68650 - \frac{(42)^3}{M^3}V))$.

(226.) Pour le Vaisseau de 70 canons, nous avons $M = 48$, $V = 96500$, donc le Moment qu'éprouvera ce Vaisseau sera $= \frac{(8)^{\frac{7}{2}}\,mu}{(7)^{\frac{7}{2}}}(38075 - \frac{2738\frac{1}{4}}{5500}(68650 - (\frac{7}{8})^3\,96500)) = 57577\,mu$, quantité qui, divisée par la résistance latérale 4391 mu qu'éprouve ce

Vaisseau, donne pour quotient 13 pieds $\frac{4}{5}$; c'est ce dont le centre des résistances est plus à la poupe que le centre de gravité.

(227.) Dans la Frégate de 22 canons, on a $M = 32$, & $V = 25170$: donc le Moment dont elle éprouvera l'action, sera $= \frac{(16)^{\frac{7}{2}} mu}{(21)^{\frac{7}{2}}} \left(38075 - \frac{2738\frac{3}{4}}{5500} \left(68650 - \left(\frac{21}{16}\right)^3 25170\right)\right) = 12830\, mu$; cette quantité étant divisée par la résistance latérale qu'éprouve la Frégate laquelle est $= 1426\, mu$, il vient au quotient 9 pieds, qui est la distance dont le centre des résistances est éloigné vers la poupe du centre de gravité.

(228.) Dans le Vaisseau à trois ponts, on a $M = 51$. & $V = 128293$: donc le Moment dont il éprouve l'action, sera $= \ldots \frac{(17)^{\frac{7}{2}} mu}{(14)^{\frac{7}{2}}} \left(38075 - \frac{2738\frac{3}{4}}{5500} \left(68650 - \left(\frac{14}{17}\right)^3 128293\right)\right) = 78071\, mu$; quantité qui, divisée par la résistance latérale qu'éprouve ce Vaisseau, laquelle est $= 5769\, mu$, donne pour quotient 13 pieds $\frac{1}{2}$; c'est la distance dont le centre des résistances est plus à la poupe que le centre de gravité.

CHAPITRE VIII.

Des Moments qu'éprouve le Vaisseau dans son mouvement de rotation autour d'un axe horisontal; mouvement que les Marins appellent le Roulis, *ou le* Tangage.

(229.) Les Moments qu'éprouve le Vaisseau, dans son mouvement de rotation, peuvent être différents, suivant l'axe horisontal sur lequel on suppose que ce mouvement s'exécute; mais nous les réduirons, comme nous l'avons fait ci-devant, à deux cas, l'un où l'axe autour duquel se fait le mouvement, est supposé mené de la poupe à la proue; & cette rotation est ce que les Marins appellent le *Roulis:* & l'autre dont l'axe est perpendiculaire au premier qui est ce qu'ils appellent le *Tangage.* Mais les Moments produits par l'un & l'autre mouvement, doivent se déduire des principes généraux que nous avons établis, quoique M. *Bouguer*, (*Traité du Navire*, *Liv. II*, *Sect. III*, *Chap.* 3, §. 5.), ait regardé ces deux mouvements comme fort différents l'un de l'autre, & cela pour n'avoir pas considéré cet objet avec toute l'attention qu'il exige, comme on le verra dans son lieu.

(230.)

(230.) Les Moments qu'éprouve un corps dont les deux moitiés sont égales & semblables, & qui tourne sur un axe horisontal, sont (*Tome I, Art.* 922.) = ... Planc. I. $\frac{\frac{1}{2}mV}{dt}\int cx^{\frac{1}{2}}dx\,((k-x)^2 \,\mathit{sin}\,\lambda.\mathit{sin}\,n + 2y\,(k-x)\,\mathit{cos}\,n + \frac{y^2\,\mathit{cos}\,n^2}{\mathit{sin}\,\lambda.\mathit{sin}\,n})$. La premiere quantité $cx^{\frac{1}{2}}dx\,(k-x)^2\,\mathit{sin}\,\lambda.\mathit{sin}\,n$, est (177.) * = ... $x^{\frac{1}{2}}fg\,(k-x)^2 = k^2x^{\frac{1}{2}}fg + 2kx^{\frac{3}{2}}fg + fgx^{\frac{5}{2}}$. Pour réduire la seconde $2cx^{\frac{1}{2}}dxy\,(k-x)\,\mathit{cos}\,n$, nous avons $1 : \mathit{cos}\,n$ (sinus de NML) :: $dx\,(ML) : NL = dx\,\mathit{cos}\,n$; quantité que nous avons représentée par Fig. 32. h, (197.): donc cette quantité sera $= 2cx^{\frac{1}{2}}hyk - 2cx^{\frac{3}{2}}hy$. Introduisant dans la troisieme $\frac{cx^{\frac{1}{2}}dxy^2\,\mathit{cos}\,n^2}{\mathit{sin}\,\lambda.\mathit{sin}\,n}$, la valeur h de $dx\,\mathit{cos}\,n$, elle se change en $\frac{cx^{\frac{1}{2}}hy^2\,\mathit{cos}\,n}{\mathit{sin}\,\lambda.\mathit{sin}\,n}$: & puisque $c\,\mathit{sin}\,\lambda = f$, (177.), on aura $\mathit{sin}\,\lambda = \frac{f}{c}$, & $\frac{\mathit{cos}\,n}{\mathit{sin}\,n} = \frac{h}{g}$: donc cette troisieme quantité sera $\frac{c^2x^{\frac{1}{2}}h^2y^2}{fg}$: & ainsi les Moments qu'éprouve le Vaisseau seront exprimés par $\frac{\frac{1}{2}mV}{dt}\int(k^2fgx^{\frac{1}{2}} - 2kfgx^{\frac{3}{2}} + fgx^{\frac{5}{2}} + 2ckhyx^{\frac{1}{2}} - 2chyx^{\frac{3}{2}} + \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg})$.

(231.) Nous avons déjà trouvé la plus grande partie de ces quantités pour le Vaisseau de 60 canons, qui nous sert d'exemple. Commençant donc par les roulis, ou par les actions latérales, on aura (180.), $\int fgx^{\frac{1}{2}} = 4494$: & comme k est (165 & 166.), $= 18 - 13\frac{5}{24} = 4\frac{19}{24}$, on aura $k^2\int fgx^{\frac{1}{2}} = 103183$. On a pareillement (197.), $\int fgx^{\frac{3}{2}} = 43471,4$: donc $2k\int fgx^{\frac{3}{2}} = 416661$. Pour trouver maintenant $\int fgx^{\frac{5}{2}} = \int fgx^{\frac{3}{2}}.x$, on multipliera chacune des valeurs de $\int fgx^{\frac{3}{2}}$ qui correspondent aux espaces compris entre deux lignes d'eau (197.), par la valeur correspondante de x, & l'on aura

$\int fgx^{\frac{3}{2}}$.	x	=	$\int fgx^{\frac{5}{2}}$
1213,8 .	$\frac{21}{10}$	=	2549
5157,6 .	$\frac{56}{10}$	=	28882 $\frac{1}{2}$
9746,1 .	$\frac{91}{10}$	=	88689 $\frac{1}{2}$
13041,0 .	$\frac{126}{10}$	=	164316 $\frac{1}{2}$
14312,9 .	$\frac{161}{10}$	=	230437 $\frac{1}{2}$
		Somme.	514875 = la quantité $\int fgx^{\frac{5}{2}}$.

* Car, d'après l'*Article* cité, $c\,\mathit{sin}\,\lambda = f$, & $dx\,\mathit{sin}\,n = g$.

La quantité $\int chx^{\frac{1}{2}}y$ est (201.) $= 46338$: donc $2k\int chx^{\frac{1}{2}}y = 444072$. Pour trouver $\int chyx^{\frac{3}{2}} = \int chx^{\frac{1}{2}}y \cdot x$, nous multiplierons chacune des valeurs de $\int chx^{\frac{1}{2}}y$, qui correspondent aux espaces compris entre deux lignes d'eau, par la valeur correspondante de x, & l'on aura

$\int chx^{\frac{1}{2}}y$	$\cdot\, x$	$=$	$\int chyx^{\frac{3}{2}}$
4812	$\cdot\, \frac{21}{10}$	$=$	10105
9610	$\cdot\, \frac{56}{10}$	$=$	53816
12381	$\cdot\, \frac{91}{10}$	$=$	112667
13435	$\cdot\, \frac{126}{10}$	$=$	169281
6100	$\cdot\, \frac{161}{10}$	$=$	98210
	Somme.		444079

Somme. 444079 = la quantité $\int chyx^{\frac{3}{2}}$: donc $2\int chyx^{\frac{3}{2}} = 888158$.

(232.) Enfin, pour trouver la valeur de $\int \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg}$, qui est la seule de ces quantités que nous n'ayons pas encore calculée, il est nécessaire d'avoir recours aux Tables des *Art.* 179 & 201, où nous avons exprimé les valeurs des produits fg & chy : on quarrera les derniers, & ensuite mettant en ordre, dans un autre Table, tant les fg que les quarrés $c^2h^2y^2$, comme on le voit dans la suivante, on en déduira les quotients $\frac{c^2h^2y^2}{fg}$, qui correspondent aux espaces compris entre deux lignes d'eau; prenant ensuite les sommes des colonnes verticales, on multipliera chacune d'elles par la valeur correspondante de $x^{\frac{1}{2}}$, (180.), & les produits feront . . . .

$\int \frac{c^2h^2y^2}{fg}$	$\cdot\, x^{\frac{1}{2}}$	$=$	$\int \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg}$
$26461\frac{1}{3}$	$\cdot\, \frac{4}{3}$	$=$	34615
$43297\frac{11}{12}$	$\cdot\, \frac{23}{10}$	$=$	99585
$55000\frac{1}{6}$	$\cdot\, \frac{71}{24}$	$=$	162709
$64859\frac{1}{6}$	$\cdot\, \frac{7}{2}$	$=$	227007
$22432\frac{15}{22}$	$\cdot\, \frac{117}{32}$	$=$	89031
	Somme.		612947

Somme. 612947 = la quantité $\int \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg}$.

TABLE des Produits fg, $c^2h^2y^2$, & des quotients $\frac{c^2h^2y^2}{fg}$ dans les moments latéraux.

Entre les Couples.	Entre les lignes d'eau. 1e. & 2e.			2e. & 3e.			3e. & 4e.			4e. & 5e.			5e. & Quille.		
	fg	$c^2h^2y^2$	$\frac{c^2h^2y^2}{fg}$	fg	$c^2h^2y^2$	$\frac{c^2h^2y^2}{fg}$	fg	$c^2h^2y^2$	$\frac{c^2h^2y^2}{fg}$	fg	$c^2h^2y^2$	$\frac{c^2h^2y^2}{fg}$	fg	$c^2h^2y^2$	$\frac{c^2h^2y^2}{fg}$
Etr. & XXVII	4. 9	18.9	4. 0												
XXVII & XXIV	13.10	232.0	667. 5	13. 4	3491	261.10	9. 2	125	13. 5						
XXIV & XXI	18. 3	22500.0	1232. 9	15. 1	24856	1648. 0	17. 6	5650	322.10	17. 8	1457	82. 4	15. 4	3	0. 2
XXI & XVIII	20. 4	30800.0	1514. 9	17. 6	50662	2909. 0	14. 2	43428	3065. 6	12. 4	12656	1023. 6	17. 1	500	29. 3
XVIII & XV	23. 0	29784.0	1295. 0	19. 3	56922	2957. 0	16.10	64093	3807. 6	11. 8	36258	3107. 9	10. 6	3220	306. 8
XV & XII	23. 0	28730.0	1249. 1	20. 9	54096	2607. 0	18. 3	70313	3852. 9	12. 0	54483	4540. 3	7. 7	6986	921. 3
XII & IX	23.11	25600.0	1070. 5	21. 7	53515	2479. 5	19. 0	67470	3551. 0	14. 0	68121	4865. 9	7. 7	11972	1578. 9
IX & VI	23.11	25787.0	1078. 3	22. 6	57041	2646. 3	19.10	67167	3386. 7	15. 4	82369	5371.11	4. 4	16271	2214. 3
VI & III	23.11	85975.0	1086. 1	22. 8	51718	2281. 8	20. 1	70313	3501. 1	16. 2	87715	5425. 8	7. 2	18861	2631. 9
III & 0	23.11	26163.0	1394. 7	22. 8	51984	2293. 5	20.11	64516	3084. 5	16. 9	88457	5281. 0	7. 2	19975	2787. 2
0 & 3	17. 6	19367.0	1106. 8	16.11	38481	2274. 9	15. 5	47378	3073. 2	12. 4	65862	5340. 2	5. 2	15129	2928. 2
3 & 6	23.11	25975.0	1086. 1	22. 8	51718	2281. 8	20. 4	63924	3143.10	16. 9	83955	5012. 1	7. 2	18861	2631. 9
6 & 9	23.11	25600.0	1070. 5	22. 6	54634	2428. 3	20. 1	61939	3084. 1	15.11	84875	5332. 5	7. 9	17777	2258. 4
9 & 12	23. 4	24859.0	1065. 4	21. 0	53130	2530. 0	19. 3	71556	3717. 2	15.11	75763	4760. 0	8. 3	14400	1745. 6
12 & 15	23. 0	27363.0	1189 [illegible]	21. 0	56763	2703. 0	18. 5	69608	3779. 7	15. 2	66564	4388.10	8.10	11430	1294. 0
15 & 18	23. 0	29987.0	1303. 9	20. 5	51984	2505. 3	17. 8	69608	3940. 1	12. 0	54522	4543. 6	9.11	6588	664. 4
18 & 21	22. 9	31892.0	1401.10	20. 6	46728	2279. 5	16. 4	64093	3924. 1	10. 0	40267	4026. 8	11. 3	3369	286. 9
21 & 24	22. 2	31624.0	1426. 9	19. 5	41345	2129. 4	15. 7	42642	2736. 4	13. 8	17889	1309. 0	12.10	1554	121. 1
24 & 27	21.11	33267.0	1517.11	19. 0	32882	1730. 8	15. 4	22251	1451. 2	17. 1	6304	369. 0	18. 6	540	29. 2
27 & 30	17. 0	19878.0	2934. 0	15. 5	26541	1721. 7	17. 0	8680	510. 7	19. 4	1412	73. 0	21. 6	91	4. 3
30 & 33	14. 1	17945.0	1972. 5	14. 6	912	622. 1	19.11	1072	13.10	22. 5	141	6. 4	23.11	9	0. 4
33 & l'Etambot.	7. 1	728.0	104. 2	9. 6	79	8. 4	10.10	14	1. 2	9. 1	0	0. 0	9. 1	0	0. 0
Sommes. . . .			26461. 4			43297.11			55000. 2			64859. 2			22432.11

(233.) Il est nécessaire d'ajouter aux six quantités trouvées, les Moments qui proviennent de l'épaisseur des bordages, de la quille, de l'étambot, du gouvernail, de l'étrave, & du taille-mer.

La premiere quantité $\int k^2 fgx^{\frac{1}{2}} = 103183$, augmente en vertu de l'épaisseur des bordages, dans la raison $x^{\frac{1}{2}}$, ou (18.11) dans celle de $\left(\frac{35}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ à $\left(\frac{35}{2} + \frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$; c'est-à-dire, dans la raison de 1 à $1 + \frac{1}{35} + \frac{1}{35.210}$*; de sorte que l'augmentation est $2948 + 14 = 2962$: donc, en tenant compte de l'augmentation produite par l'épaisseur du bordage la quantité $\int k^2 fgx^{\frac{1}{2}}$ deviendra $= 106145$.

La seconde quantité $2k\int fgx^{\frac{3}{2}} = 416601$, augmente comme $x^{\frac{3}{2}}$, ou dans la raison de 1 à $1 + \frac{1}{21} + \frac{1}{21.70}$; ainsi, l'augmentation est $=$ $19638 + 283 = 20121$: donc la quantité $2k\int fgx^{\frac{3}{2}}$ devient $= \ldots$ 436722, en tenant compte de l'augmentation produite par l'épaisseur du bordage.

* Voyez les Notes des *Articles* 187 & 200; car ces calculs sont analogues à ceux qu'on y a développés, excepté qu'ici l'Auteur calcule trois termes de la série au lieu de deux.

La troisieme quantité $\int fgx^{\frac{5}{2}} = 514875$ augmente comme $x^{\frac{7}{2}}$, ou dans la raison de 1 à $1 + \frac{1}{15} + \frac{1}{15.42}$; ainsi, l'augmentation est $= 34323 + 817 = 35140$: donc en tenant compte de l'augmentation produite par l'épaisseur du bordage, on a $\int fgx^{\frac{5}{2}} = 550015$.

La quatrieme quantité $2k\int chx^{\frac{1}{2}}y = 444072$, augmente comme $x^{\frac{3}{2}}y$, à cause que h est comme x; c'est-à-dire, qu'ayant d'abord augmenté comme $x^{\frac{3}{2}}$, les résultats augmentent comme y, ou, ce qui revient au même, elle augmente d'abord dans la raison de 1 à $1 + \frac{1}{35} + \frac{1}{35.210}$, & ensuite dans celle de 1 à $1 + \frac{1}{42}$; de sorte que la premiere augmentation est $= 12748$, & la seconde $= 10573 + 303$: donc la quantité $2k\int chx^{\frac{1}{2}}y = 467696$, en tenant compte de l'augmentation produite par l'épaisseur du bordage.

La cinquieme quantité $2\int chyx^{\frac{3}{2}} = 888158$, augmente comme $x^{\frac{5}{2}}$ & comme y, ou d'abord dans la raison de 1 à $1 + \frac{1}{21} + \frac{1}{21.70}$, & ensuite dans celle de 1 à $1 + \frac{1}{42}$. La premiere augmentation est $= 42897$, & la seconde $= 21147 + 1020$: donc en tenant compte de l'augmentation produite par l'épaisseur du bordage, la quantité $2\int chyx^{\frac{3}{2}}$ devient $= 953222$.

Enfin la sixieme quantité $\int \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg} = 612947$, augmente comme $x^{\frac{3}{2}}$, & comme y^2, ou d'abord dans la raison de 1 à $1 + \frac{1}{35} + \frac{1}{35.210}$, & ensuite dans celle de 1 à $1 + \frac{1}{21} + \frac{1}{(42)^2}$; la premiere augmentation est donc $= 17596$, & la seconde $= 29535 + 848$: donc avec l'augmentation produite par le bordage, on a ... $\int \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg} = 660926$.

Prenant maintenant la somme de ces six nouvelles quantités, nous aurons, pour ce qui concerne le corps du Navire avec son bordage,

$$\int \left(k^2fgx^{\frac{1}{2}} - 2kfgx^{\frac{3}{2}} + fgx^{\frac{5}{2}} + 2ckhyx^{\frac{1}{2}} - 2chyx^{\frac{3}{2}} + \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg}\right) = 394838,$$

& $\frac{\frac{1}{2}mV}{dt} \int \left(k^2fgx^{\frac{1}{2}} - 2kfgx^{\frac{3}{2}} + fgx^{\frac{5}{2}} + 2ckhyx^{\frac{1}{2}} - 2chyx^{\frac{3}{2}} + \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg}\right) = \frac{197419\, mV}{dt}$.

(234) Pour ce qui concerne la quille, nous avons (182.), $\frac{1}{2}\int fgx^{\frac{1}{2}} = 560\frac{1}{6}$, & (199.), $x = 19$: donc ayant $k = 4\frac{19}{24}$, on aura

$k^2 - 2kx + x^2 = (14\frac{5}{14})^2 = 201\frac{11}{14}$, & $\frac{1}{2}\int\int gx^{\frac{1}{2}}(k-x)^2 = 560\frac{5}{6} \cdot 201\frac{11}{14} = 113083$. Les autres quantités sont nulles, à cause de $h = 0$; donc pour ce qui concerne la quille, les Moments seront $= \frac{113083\, mV}{dt}$.

(235.) L'étambot & le gouvernail, réunis, étant supposés former un trapese vertical, ont leur différencielle de résistance (182.), $= \frac{1}{2} mu\,(e + \frac{fx}{a})x^{\frac{1}{2}}dx$, & son Moment sera (*Tome I, Art.* 922.) $= \frac{mV}{2\,dt}\int(k-x)^2(e + \frac{fx}{a})x^{\frac{1}{2}}dx$; en intégrant cette quantité, on aura $\frac{mV}{2\,dt}(\frac{2}{3}k^2ex^{\frac{3}{2}} + \frac{2k^2fx^{\frac{5}{2}}}{5a} - \frac{4}{5}kex^{\frac{5}{2}} - \frac{4kfx^{\frac{7}{2}}}{7a} + \frac{2}{7}ex^{\frac{7}{2}} + \frac{2fx^{\frac{9}{2}}}{9a})$: ou, en faisant (182.) $x = a$, $e = 3$, $f = 5$, $a = 21$, ce Moment sera $= \frac{mV}{2\,dt}(4k^2 - \frac{184}{35}k\,(21) + \frac{124}{63}(21)^2)(21)^{\frac{3}{2}} = 20738\,\frac{mV}{dt}$. Les autres quantités s'évanouissent, à cause de $h = 0$.

(236.) L'étrave & le taille-mer, joints ensemble, ont été pareillement considérés (182.) comme un autre trapese vertical, sans autre différence avec le précédent, si ce n'est que dans celui-ci, $e = 6$, & $f = -2$. Donc leur Moment sera $= \ldots\ldots\ldots$ $\frac{mV}{2\,dt}(\frac{16}{5}k^2 - \frac{128}{35}k\,(21) + \frac{80}{63}(21)^2)\,(21)^{\frac{3}{2}} = 21633.\frac{mV}{dt}$; les autres quantités s'évanouissent également, à cause de $h = 0$.

(237.) Prenant maintenant la somme des quatre quantités $197419 + 113083 + 20738 + 21633 = 352873$, on aura la totalité des Moments que le Vaisseau de 60 canons éprouve dans le roulis $= 352873 \cdot \frac{mV}{dt}$.

(238.) Pour trouver les mêmes Moments dans le cas où le Navire seroit plus calé de la quantité n, nous sçavons que chacune des valeurs déjà trouvées, doit être à chacune des valeurs nouvelles qui doivent en résulter, (187.) comme $(\frac{107}{6})^{\frac{q}{2}}$ est à $(\frac{107}{6} + n)^{\frac{q}{2}}$, q exprimant un nombre quelconque, ou le numérateur de l'exposant quelconque qu'auroient les quantités; ou, comme l'unité est à $1 + \frac{1}{2}q(\frac{6n}{107}) + \frac{1}{2}q(\frac{q-2}{4})(\frac{6n}{107})^2 + \frac{1}{2}q(\frac{q-2}{4})(\frac{q-4}{6})(\frac{6n}{107})^3 + \ldots\ldots \frac{1}{2}q(\frac{q-2}{4})(\frac{q-4}{6})(\frac{q-6}{8})(\frac{6n}{107})^4 +$ *&c.*, ou en faisant $n = \frac{1}{2}$, qui est la quantité dont nous supposons le Vaisseau plus calé, ainsi que nous l'avons fait dans les *Chapitres* précédents, comme l'unité est à $1 + \frac{1}{2}q(\frac{3}{107}) + \frac{1}{2}q(\frac{q-2}{4})(\frac{3}{107})^2 + \frac{1}{2}q(\frac{q-2}{4})(\frac{q-4}{6})(\frac{3}{107})^3 + \ldots\ldots \frac{1}{2}q(\frac{q-2}{4})(\frac{q-4}{6})(\frac{q-6}{8})(\frac{3}{107})^4 +$ *&c.*

(239) La premiere quantité $k^2\int fgx^{\frac{1}{2}} = 106145$, augmente dans la raiſon de $x^{\frac{3}{2}}$: donc $q = 3$, & cette valeur ſera à la nouvelle qui en réſultera, comme 1 eſt à $1 + \frac{9}{214} + \frac{9.3}{214.428}$; & par conſéquent cette nouvelle valeur eſt $= 106145 + 4464 + 31 = 110640$.

La ſeconde quantité $2k\int fgx^{\frac{3}{2}} = 436722$, augmente dans la raiſon de $x^{\frac{5}{2}}$: donc $q = 5$, & cette valeur ſera à la nouvelle, comme 1 eſt à $1 + \frac{15}{214} + \frac{15.3.3}{214.428} + \frac{15.9.3}{214.428.642}$. Partant cette nouvelle valeur eſt $= 436722 + 30611 + 643 + 3 = 467979$.

La troiſieme quantité $\int fgx^{\frac{5}{2}} = 550015$, augmente dans la raiſon de $x^{\frac{3}{2}}$: donc $q = 7$, & cette valeur ſera à la nouvelle, comme 1 eſt à $1 + \frac{21}{214} + \frac{21.5.3}{214.428} + \frac{21.15.3.3}{214.428.642} + \frac{21.15.9.3}{214.428.642.856}$; par conſéquent cette nouvelle valeur ſera $= 550015 + 53937 + 1892 + 26 + 6 = 605906$.

La quatrieme quantité $2k\int chx^{\frac{1}{2}}y = 467696$, augmente dans la raiſon de $x^{\frac{3}{2}}$: donc $q = 3$, & cette valeur ſera à la nouvelle, comme, 1 eſt à $1 + \frac{9}{214} + \frac{9.3}{214.428}$; d'où l'on conclud que cette nouvelle valeur ſera $= 467696 + 19670 + 138 = 487504$.

La cinquieme quantité $2\int chyx^{\frac{3}{2}} = 953222$, augmente dans la raiſon de $x^{\frac{5}{2}}$: donc $q = 5$, & cette valeur ſera à la nouvelle, comme 1 eſt à $1 + \frac{15}{214} + \frac{15.9}{214.428} + \frac{15.9.3}{214.428.642}$: partant, cette nouvelle valeur eſt $= 953222 + 66814 + 1405 + 7 = 1021448$.

La ſixieme quantité $\int \frac{c^2h^2y^2x^{\frac{1}{2}}}{fg} = 660926$, augmente dans la raiſon de $x^{\frac{3}{2}}$: donc $q = 3$, & cette valeur ſera à la nouvelle, comme 1 eſt à $1 + \frac{9}{214} + \frac{9.3}{214.428}$: partant, cette nouvelle valeur ſera $= 660926 + 27796 + 195 = 688917$.

Pour la quille, la quantité $\frac{1}{4}\int fgx^{\frac{5}{2}} = 560\frac{1}{2}$, augmente dans la raiſon de $x^{\frac{1}{2}}$: donc $q = 1$, & cette valeur ſera à la nouvelle, comme 1 eſt $1 + \frac{3}{214}$; par conſéquent, cette nouvelle valeur eſt $= 568$.

La quantité $(k - x)^2 = (4\frac{19}{24} - 19)^2 = 201\frac{21}{24}$, augmente dans la raiſon de $(4\frac{19}{24} - 19)^2$ à $(4\frac{19}{24} - 19\frac{1}{2})^2$: donc elle ſera mainte-

nant $= 215\frac{1}{6}$; par conséquent, le Moment de la quille sera $= 568.215\frac{1}{6} = 122593$.

Pour l'étambot & le gouvernail, réunis, la premiere quantité $2k^2(21)^{\frac{3}{2}} = 4456$, augmente dans la raison de $x^{\frac{3}{2}}$: donc $q = 3$, & elle sera à la nouvelle dans celle de l'unité à $1 + \frac{9}{214} + \frac{9.3}{214.428}$; par conséquent, cette valeur nouvelle sera maintenant $= 4456 + 187 + 7 = 4644$.

La seconde quantité $\left(\frac{92}{35}\right)k\ (21)^{\frac{5}{2}} = 25440$, augmente dans la raison de $x^{\frac{7}{2}}$, ou à cause de $q = 5$, dans la raison de l'unité à $1 + \frac{15}{214} + \frac{15.9}{214.428} + \frac{15.9\ 3}{214.428.642}$: elle sera donc maintenant $= 25440 + 1783 + 38 + 0 = 27261$.

La troisieme quantité $\frac{62}{63}(21)^{\frac{7}{2}} = 41766$, augmente dans la raison de $x^{\frac{7}{2}}$, ou à cause de $q = 7$, dans la raison de l'unité à $1 + \frac{21}{214} + \frac{21.15}{214\ 428} + \frac{21.15\ 9}{214.428.642} + \frac{21.15\ 9.3}{214.428.642.856}$: par conséquent, cette quantité sera maintenant $= 41766 + 4099 + 144 + 2 + 0 = 46011$.

Prenant maintenant la somme de ces trois quantités, la totalité des Moments qui résultent de l'étambot & du gouvernail, réunis, sera $= 14106$.

Pour l'étrave & le taille-mer, joints ensemble, les trois quantités 3595, 17697, & 26945, augmentent dans la même raison que celles qui leur correspondent à l'étambot: donc elles seront maintenant 3747, 18963, & 29684, lesquelles jointes ensemble, sont 14468. La totalité des moments, le Navire étant calé de 6 pouces de plus, sera donc $(110640 - 467979 + 605906 + 487504 - 1021448 + 688917 + 122593 + 14106 + 14468)\frac{mV}{dt} = \ldots\ldots 554707\frac{mV}{dt}$ *.

(240.) En procédant de la même maniere, on calculera les Moments qui résultent du mouvement de rotation du Navire sur un axe horisontal perpendiculaire au premier, qui est le mouvement que les Marins appellent le *Tangage*; & on pourra également calculer les mêmes Moments pour d'autres Navires semblables. Nous nous dispenserons cependant d'entrer dans le détail de tous ces calculs qui nous

---

* Il y a quelques-uns de ces résultats numériques qui sont médiocrement exacts; mais comme l'erreur est petite, & que ces calculs ne peuvent servir que d'exemple, & tiennnent d'ailleurs à d'autres parties que nous n'avons pu corriger (179. *Note.*), nous laissons encore ceux-ci tels qu'ils se trouvent dans l'Original.

meneroient trop loin, parce que ces Moments different très-peu de ceux qu'on a déjà calculés (206.), pour la stabilité, ou la force du Vaisseau pour porter la voile dans le sens de sa longueur, en supposant la vitesse $u = 0$, lesquels Moments nous avons trouvés $= 7851843\, m \sin \Delta$: de sorte que, sans craindre de tomber dans une erreur considérable, on peut prendre, pour les recherches dont nous avons besoin, l'expression $7851843 \frac{mV}{dt}$ pour celle de ces Moments. Une détermination plus précise ne pouvant servir qu'à trouver le temps de la durée des balancements du tangage, & non pour nous faire connoître les Moments d'inertie que le Vaisseau éprouve dans ce balancement, ce qui est l'unique objet que nous ayons en vue, seroit superflu de nous arrêter davantage sur ce point.

CHAPITRE IX.

Des Moments dont les parties du Vaisseau éprouvent l'action, & qui le font Arquer *.

(241.) On a déjà vu (*Tome I*, 262), que, pour qu'un corps submergé dans un fluide en repos, demeure sans mouvement, ou sans aucune action verticale, il faut que son poids soit égal à celui du volume de fluide qu'il déplace. Nous avons conclu de ce principe (105.), que, pour que la masse totale du Vaisseau soit flottante sur l'eau sans se submerger plus ou moins, il faut que son poids soit égal à celui du volume du fluide qu'il déplaceroit. En raisonnant de la même maniere pour chaque partie, chaque section, ou chaque espace compris entre les contours d'un, de deux, ou d'un plus grand nombre de couples, il est évident que, pour que les actions qui s'exercent sur chacune de ces parties, considérée séparément, soient détruites, il faut que le poids de chaque section, ou couple, avec le poids qu'on met dessus, soit égal à celui du volume d'eau que chaque couple, ou section, doit déplacer; c'est-à-dire que, pour que la partie du corps du Navire renfermée entre les couples 0 & 3, par exemple, ou entre deux autres couples quelconques, ne soit soumise à l'action d'aucune force qui tende à la mouvoir, ou à la tirer de la situation dans laquelle

* En Espagnol *Quebranto*.

elle

elle se trouve par rapport au reste du Navire, il est nécessaire que le poids de cette partie, c'est-à-dire, le poids des bois & des fers qui entrent dans sa composition, avec le poids de la partie de la charge qu'elle renferme, soit égal au poids du volume de fluide qu'elle doit déplacer. Ces deux poids n'étant pas égaux, l'excès du plus grand sur le plus petit agit dans la direction du premier, pour mouvoir cette partie du Navire, ou pour la tirer de l'état où elle se trouve par rapport aux autres; & cette force n'étant pas détruite, doit être soutenue par la résistance des fibres du Navire (*Tome I*, 208); c'est-à-dire, par la résistance des pieces de bois qui composent le corps du Navire, & sont, par leur réunion, qu'il peut être considéré comme une seule piece, ou comme un seul levier.

(242.) De cette sorte, si tous les couples, ou toutes les parties du Vaisseau étoient chargées d'un poids égal, comme elles le sont à peu près, lorsque le corps du Vaisseau est entiérement vuide, attendu que tous les couples contiennent à, très peu près, la même quantité de bois; car si les couples du milieu ont plus de largeur, en récompense, ceux des extrêmités sont plus élevés; si, dis-je, toutes les parties étoient également pesantes, il s'ensuivroit que pour qu'il ne demeurât aucune force dont l'action dût être vaincue, ou supportée, par la résistance du bois, il seroit nécessaire que les volumes du fluide que déplacent ces parties, fussent pareillement égaux. Mais dans le fait, les espaces, ou les volumes, qu'occupent les couples dans leur contour, vont en diminuant, à mesure qu'ils s'éloignent davantage du maître couple, & déplacent par conséquent un moindre volume d'eau; donc aussi à mesure que les couples s'éloignent davantage du maître couple, la force qui doit soutenir le poids qui agit sur eux, va en diminuant.

Supposons que les ordonnées oB, $3D$, $6E$, *&c.*, & $IIIF$, VIG, *&c.*, de la courbe ABC, expriment les amplitudes des sections, ou les aires des couples oB, $3D$, $6E$, *&c.*, & $IIIF$, VIG, *&c.*, qui sont submergées dans le fluide; ces mêmes aires, ou ordonnées, représenteront, parce qu'on a dit, les forces avec lesquelles le fluide les soutient, ou les pousse vers le haut. Si en même temps une autre ligne, droite ou courbe, HI, termine les ordonnées oK, $3L$, $6M$, *&c.* & $IIIN$, VIO, *&c.*, & que ces ordonnées représentent les poids qui agissent sur les mêmes points, ou sur les mêmes sections; il est clair que les droites KB, LD, ME, *&c.*, & NF, OG, *&c.* représenteront les forces restantes avec lesquelles les mêmes points, ou sections, sont poussés vers le haut; & les droites AH, PQ, *&c.*, & RS, IC, *&c.* marqueront celles avec lesquelles les sections corres- FIG. 36.

PLANC. VIII. pondantes sont poussées vers le bas : de sorte qu'il arrive de là que, quoique l'aire totale ABC soit égale à l'aire $AHIC$, attendu que le poids total du Vaisseau est égal au poids du volume de fluide qu'il déplace, cependant les parties TBV du milieu du Vaisseau sont excessivement poussées vers le haut, tandis que celles TAH, VIC des extrêmités, sont poussées vers le bas avec un excès de force semblable.

FIG. 37. (243.) On voit par-là que le Vaisseau se trouve dans le cas d'un levier AB, qui seroit tiré vers le haut par différents poids C, D, E, tandis que d'autres poids d'une pésanteur égale F, G, H, I, K, L, *&c.*, le tirent vers le bas. Car quoique le levier doive demeurer sans mouvement, attendu que les forces positives sont égales aux négatives; cependant les forces en I, K, L doivent être soutenues par la résistance des fibres du même levier (*Tome I*, 208.), les forces des extrêmités tendant évidemment à le faire plier : & en effet elles doivent lui donner une courbure plus ou moins grande, selon l'excès de leur action sur la résistance des fibres.

(244.) Supposons maintenant que la partie de la proue du Navire qui est submergée dans le fluide, soit formée par la révolution

FIG. 36. d'une demi-ellipse $BGVC$; & la partie submergée de la poupe par la révolution d'une parabole BTA, afin de nous approcher davantage de la vraie figure du Vaisseau, dont le volume est moindre à la poupe qu'à la proue. Supposons aussi que b soit la longueur de l'un quelconque des corps formés par la révolution de ces courbes; a la plus grande profondeur au milieu; x l'une quelconque des autres profondeurs; & y l'une quelconque des longueurs comptées depuis le milieu. Cela posé, l'équation à l'ellipse sera $\frac{b^2}{a^2}x^2 = b^2 - y^2$ *, d'où l'on tire $x = \frac{a}{b}(b^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}$: mais en exprimant par c la circonférence du cercle dont le rayon est l'unité, on aura $\frac{1}{4}cx^2 = \frac{ca^2}{4b^2}(b^2 - y^2)$ pour l'expression d'une section quelconque faite perpendiculairement à la quille dans le demi-ellipsoïde de la proue; & la quantité $\frac{mca^2}{4b^2}(b^2 - y^2)ydy$, sera l'expression du Moment d'une différencielle quelconque du même demi-ellipsoïde. L'intégrale de cette différencielle, sçavoir, $\frac{mca^2}{4b^2}(\frac{1}{2}b^2y^2 - \frac{1}{4}y^4)$, ou $\frac{1}{16}mca^2b^2$, en faisant $y = b$, exprimera le moment avec lequel l'avant du Vaisseau sera poussé vers le

* Voyez la Troisieme Partie du *Cours de Mathématiques*, de M. *Bezout*, *Article* 307; x est ici l'ordonnée, & y l'abscisse comptée du centre.

haut par le fluide, m exprimant la densité du même fluide. Nous avons, en même temps, $\frac{mca^2}{4b^2}(b^2-y^2)\,dy$ pour l'expression du poids d'une différencielle du même demi-ellipsoïde ; & l'intégrale $\frac{mca^2}{4b^2}(b^2y-\frac{1}{3}y^3)$, ou $\frac{1}{6}mca^2b$ est l'expression de son poids total. En supposant ce poids distribué également dans toute la longueur b *, on aura $\frac{1}{6}mca^2dy$ pour le poids, ou l'action vers le bas, que supporte chaque différencielle, & le moment qu'elle éprouve en vertu de ce poids, sera $=\frac{1}{6}mca^2ydy$; quantité dont l'intégrale $\frac{1}{12}mca^2y^2$, ou $\frac{1}{12}mca^2b^2$ sera le moment total. Ainsi $\frac{1}{12}mca^2b^2-\frac{1}{16}mca^2b^2=\frac{1}{4}mca^2b^2$, est le Moment avec lequel le demi-ellipsoïde est poussé vers le bas, en vertu de ces deux actions ; & si l'on divise ce moment par le poids $\frac{1}{6}mca^2b$ du demi-ellipsoïde, le quotient $\frac{1}{8}b$ exprimera la distance du milieu du Vaisseau au centre de gravité du demi-ellipsoïde, c'est à-dire, au point où le poids total $\frac{1}{6}mca^2b$, étant supposé réuni, produiroit le même effet, & agiroit de la même maniere : de sorte que si B est l'origine du demi-ellipsoïde, & si l'on prend $ZX=\frac{1}{8}.oC$ **, l'action sera la même que si tout le poids $\frac{1}{6}mca^2b$ du demi-ellipsoïde étoit réuni dans le point X.

(245.) L'équation de la parabole de poupe est $\frac{b^2}{a}(a-x)=y^2$ ***, d'où l'on tire $x=\frac{a}{b^2}(b^2-y^2)$. Une section du solide formé par la révolution de cette courbe, sera donc $=\frac{1}{4}cx^2=\frac{ca^2}{4b^4}(b^2-y^2)^2$; & $\frac{mca^2}{4o^4}(b^2-y^2)^2ydy$ sera le Moment que produit une différencielle quelconque, dont l'intégrale $\frac{mca^2}{4b^4}(\frac{1}{2}b^4y^2-\frac{1}{2}b^2y^4+\frac{1}{6}y^6)$, ou $\frac{1}{24}mca^2b^2$, en faisant $y=b$, exprimera le Moment total avec lequel le demi-paraboloïde sera poussé vers le haut. (Le Moment résultant avec lequel le même paraboloïde est poussé vers le bas, sera donc $\frac{1}{12}mca^2b^2-\frac{1}{24}mca^2b^2=\frac{1}{24}mca^2b^2$) ****.

* Cette distribution égale du poids de l'ellipsoïde dans tous les points de sa longueur, est fondée sur ce que les couples, ou les sections renfermées par le contour des couples du Vaisseau, ont sensiblement le même poids, & sont, par conséquent, une même portion du poids total ; c'est-à-dire, que si l'on divise la portion de la proue en huit parties égales, par exemple, chacune pesera la huitieme partie du poids total. Ceci a déjà été expliqué en partie dans l'*Article* 242.

** On trouve, dans l'original, $ZX=\frac{1}{8}.3C$; mais c'est, sans doute, une faute d'impression ; car si B est l'origine de l'ellipsoïde, $b=oC$.

*** Car on voit que oB est l'axe de la parabole ; Ao l'axe de révolution ; que y & b sont, par conséquent, des ordonnées, dont $A-x$ & a sont les abscisses ; & que le parametre est $\frac{bb}{a}$, puisqu'il est égal au quotient du quarré d'une ordonnée divisée par l'abscisse correspondante. *Voy.* l'Ouvrage cité, *ibid.* 356.

**** Il est difficile de concevoir ce passage que nous avons mis entre deux parentheses : nous pensons même que c'est une faute de copiste, ou d'impression. Ce n'est pas une faute d'analyse ; car

Le poids d'une différencielle de ce corps est pareillement $\frac{mca^2}{4b^4}(b^2-y^2)^2dy$, dont l'intégrale $\frac{mca^2}{4b^4}(b^4y-\frac{2}{3}b^2y^3+\frac{1}{5}y^5)$, ou $\frac{2mca^2b}{15}$, en faisant $y=b$, est le poids total du demi-paraboloïde; & $\frac{mca^2b^2}{15}$ est le Moment total qui agit vers le bas: de sorte que le Moment résultant des deux actions sera $=\frac{1}{15}mca^2b^2-\frac{1}{24}mca^2b^2=\frac{1}{40}mca^2b^2$. Divisant cette quantité par le poids total $\frac{2}{15}mca^2b$, il vient au quotient $\frac{3}{16}b$, qui est la distance ZY, dont le point Y est éloigné du milieu, ou de l'origine du paraboloïde; & ce point est tel que si tout le poids $\frac{2}{15}mca^2b$ y étoit réuni, il en résulteroit le même effet. Maintenant, comme les deux Moments résultants doivent être égaux, pour qu'il y ait équilibre dans le Vaisseau, en faisant la longueur de la partie de la poupe $=B$, nous aurons $\frac{1}{40}mca^2B^2=\frac{1}{48}mca^2b^2$, ou $B:b::\sqrt{5}:\sqrt{6}$*, ou à très-peu-près comme 12 est à 13. Si donc e exprime la longueur du Vaisseau, on aura $\frac{12}{25}e$ pour la longueur du demi-paraboloïde de la poupe, & $\frac{13}{25}e$ pour celle du demi-ellipsoïde de la proue. La ligne ZY sera par conséquent $=\frac{12}{25}e.\frac{3}{16}=\frac{36}{400}$; ZX sera $=\frac{13}{25}e.\frac{1}{8}=\frac{26}{400}e$, & $YX=\frac{62}{400}e$. Dans le Vaisseau de 60 canons qui nous sert d'exemple, la longueur étant de 152 pieds, nous aurons $YZ=13$ pieds 8 pouces $\frac{4}{25}$; & $ZX=9$ pieds 10 pouces $\frac{14}{25}$.

(246.) Comme le Vaisseau pese 43750 quintaux (112.), si l'on divise ce nombre dans la raison de YZ à ZX, ou de 18 à 13 **, le poids qui correspondra en Y sera $=18346$ quintaux $\frac{24}{31}$, & celui qui correspondra en X, sera $=25403$ quintaux $\frac{7}{31}$: ensorte que l'effet produit sur le Vaisseau sera le même que si ces poids $18346\frac{24}{31}$ & $25403\frac{7}{31}$ étoient placés en Y & en X, & agissoient dans la direction de leur pesanteur, tandis qu'une autre puissance équivalente à un poids de 43750 quintaux, & placée dans la verticale qui passe par Z, agiroit, au contraire, de bas en haut. On voit donc que

---

l'Auteur ne fait aucun usage de cette expression dans le reste du Chapitre. Nous aurions même supprimé cet endroit, si nous ne nous étions imposé la loi de ne point altérer le texte original.

* Il y a surement une faute en cet endroit. L'équation $\frac{1}{40}mca^2B^2=\frac{1}{48}mca^2b^2$, devient $\frac{1}{5}B^2=\frac{1}{6}b^2$, en divisant par $\frac{1}{8}mca^2$: donc $6B^2=5b^2$; ce qui donne $B:b::\sqrt{5}:\sqrt{6}$, & non $::\sqrt{6}:\sqrt{5}$, comme on le trouve dans l'original. On a corrigé les résultats numeriques des différences qui proviennent de cette faute.

** Il y a encore ici une méprise qui n'est pas même la suite de celle que nous avons fait remarquer dans la Note de l'*Article* précédent. C'est bien dans le rapport de YZ à ZX qu'il faut partager le poids du Vaisseau, puisque Z est le point d'équilibre, mais ce rapport n'est point celui de 13 à 12, comme le dit l'Auteur. Suivant ses propres déterminations, ce rapport seroit celui de 39 à 24, ou de 13 à 8. Mais, d'après nos corrections, ce rapport est celui de 18 à 13; car $YZ=\frac{36}{400}e$, & $ZX=\frac{26}{400}e$; quantités qui sont l'une à l'autre dans le rapport de 18 à 13. Nous avons encore corrigé les résultats numériques des différences qui proviennent de cette faute.

ces poids, ou ces forces, tendent à rompre le Vaiſſeau, c'eſt-à dire, à lui abaiſſer les extrêmités de poupe & de proue, tandis qu'il eſt comme ſuſpendu dans ſon milieu en Z, ou que ſon milieu eſt fortement pouſſé vers le haut, comme on l'obſerve en effet dans la pratique. Chacun des Moments avec leſquels agiſſent les poids en Y & en X, ſera $25403\frac{7}{11}.13$, ou $18346\frac{24}{31}.18$ * $= 330242$, & l'action de cette force énorme n'eſt ſupportée que par la réſiſtance des fibres des bois qui entrent dans la conſtruction du corps du Vaiſſeau par leur union, par leur liaiſon, & par la force des fers avec leſquels on les fortifie, & avec leſquels les différentes pieces ſont ſaiſies. Lorſque tout l'ouvrage n'eſt pas exécuté, dans toutes ſes parties, avec la ſolidité & les proportions qui conviennent, la plus foible partie cede, & le Vaiſſeau ſe courbe vers le bas; c'eſt ce qu'on appelle un Vaiſſeau *Arqué*, ou *Caſſé*, parce qu'alors il n'eſt pas dans ſon état naturel.

(247.) A meſure que les extrêmités du Vaiſſeau s'abaiſſent, leur volume qui entre dans le fluide augmente; & comme le volume total déplacé demeure conſtant, il s'enſuit que le corps du Vaiſſeau s'éleve vers le milieu, & qu'en conſéquence la pouſſée du fluide qui agit dans ce point diminue, de même que les forces qui agiſſent pour faire baiſſer les extrêmités. Cet effet continue d'avoir lieu juſqu'à ce que les parties du corps du Vaiſſeau puiſſent ſoutenir l'effort des Moments reſtants, en leur oppoſant une réſiſtance qui leur ſoit égale.

(248.) La foibleſſe ou la force de ces parties peut dépendre de deux cauſes principales: l'une de la qualité du bois, ou de l'intenſité de ſes fibres; & l'autre de l'union intime des pieces les unes avec les autres, & de leur diſpoſition, qui doit être telle qu'il n'y ait pas de jeu, ou de mouvement, entre elles. Pour examiner l'effet de la premiere de ces cauſes, nous pouvons conſidérer le Vaiſſeau, c'eſt-à-dire, ſes côtés & ſes ponts, comme étant tout d'une piece du même bois; car on voit que, dans cette ſuppoſition, on fait entiérement abſtraction de l'effet de la ſeconde cauſe; & par conſéquent

* Il n'eſt pas aiſé de concevoir pourquoi l'Auteur exprime ainſi les Moments des poids qui agiſſent en Y & en Z; cela nous paroît même tout à-fait vicieux. En effet, les diſtances 18 & 13, (ou 13 & 12, ſuivant l'original), ne ſont que les diſtances relatives de ces poids au plan des Moments qui paſſe par Z, & non leurs diſtances abſolues. Or, ce ſont ces dernieres qu'il convient d'employer pour avoir les vrais Moments. Si nos réflexions ſont juſtes, ces Moments ſeront exprimés par $(25403\frac{7}{31})\,XZ$, ou par $(18346\frac{24}{31})\,YZ$; mais $XZ = 9\ p.\ 10\ p.\ \frac{14}{31}$, & $YZ = 13\ p.\ 8\ p.\ \frac{48}{85}$ (245.): donc ces Moments ſeront $(25403\frac{7}{31})(9\ p.\ 10\ p.\ \frac{14}{65})$, ou $(18346\frac{24}{31})(13\ p.\ 8\ p.\ \frac{4}{25}) = 250984$. Nous avons laiſſé cet article, dans le texte, ſuivant l'eſprit des calculs de l'Auteur. Le Moment qu'il donne eſt 273000; mais cette différence n'eſt qu'en partie une erreur de calcul, elle vient auſſi, comme on vient de le voir, de la maniere dont l'Auteur a conſidéré les Moments.

PLANC. VIII. l'effet sera alors le même dans le Vaisseau que dans le levier, que nous avons considéré, (*Tome I, Art.* 208.): ainsi, les fibres de la partie supérieure du bois s'allongent, & celles de la partie inférieure se compriment & se raccourcissent; & c'est dans cet effet que consiste la force avec laquelle les bois agissent. J'ai trouvé, par des expériences répétées, que j'ai pratiquées moi-même, qu'une petite solive de bois de chêne très-dur *, d'un pouce en quarré, fixée horisontalement & solidement à un pilier, supporte à très-peu près un poids de 2 quintaux placé à la distance d'un pied du point d'appui. Le Moment, dans ce cas, est donc $= 2$; & si nous nous servons de la formule du même *Art.* 208 (*Tome I.*), qui est $f = \frac{p\pi}{KA^2 + ka^2}$; formule dans laquelle f exprime l'intensité de la force des fibres du bois, $p\pi$ le Moment, & KA^2 de même que ka^2, le produit de l'aire A^2, ou a^2, de la piece de bois, par la distance K, ou k, de l'axe sur lequel se fait la rotation, au centre de gravité desdites aires; on aura, d'après les expériences dont nous venons de parler, $p\pi = 2$, $KA^2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{48}$, & $ka^2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{48}$, en supposant l'axe de rotation au milieu de la piece: par conséquent, l'intensité des fibres sera $f = \frac{2}{\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{24}} = 13824$. On voit aisément que la même formule $f = \frac{p\pi}{KA^2 + ka^2}$, donnera le Moment que peut supporter une autre piece quelconque, comme le côté ou le pont d'un Vaisseau, car f étant $= 13824 = \frac{p\pi}{KA^2 + ka^2}$, on

FIG. 38. aura $p\pi = 13824\,(KA^2 + ka^2)$. Supposons que $ABCD$, soit le côté d'un Vaisseau qui ait 30 pieds de hauteur; & supposons que E soit le centre sur lequel la rotation doit se faire, nous aurons $K = k = 7$ pieds $\frac{1}{2}$; & comme l'épaisseur des bordages est de 4 pouces, ou $\frac{1}{3}$ de pied, on aura $A^2 = a^2 = \frac{1}{3} \cdot 15$: & par conséquent $p\pi = 13824\,(\frac{2}{3} \cdot 15 \cdot 7\frac{1}{2}) = 1036800$; Moment énorme, & qui est beaucoup de fois plus grand que celui 330242 **, qui tend à produire la rupture du Vaisseau: de sorte que dans cette supposition la résistance d'un seul côté seroit beaucoup plus que suffisante pour empêcher la rupture du Vaisseau.

(249.) Mais ces résultats viennent de la supposition que l'axe

---

* Ce chêne, que les Espagnols appellent *Roble*, est de l'espece la plus dure, c'est l'espece que les Latins appelloient *Robur.* (*Quercus cum longo pediculo.* Bauh. Pin. 420. *Quercus Robur.* Linn. Spec. Plant. 1414). Suivant quelques Naturalistes, le *Roble* est un *Ilex*, ou Chêne vert, de l'epece du *Suber* (*Yeuse*, ou *Liege.*

** D'après la Note de l'*Article* 146, ce moment est seulement de 250984. On voit que l'Auteur, en considérant ici la résistance du côté du Vaisseau, ne suppose ce côté que de l'épaisseur du bordage, abstraction faite des membres. En effet, cette épaisseur seroit bien suffisante, si le côté pouvoit être ainsi d'une seule piece.

fur lequel fe fait la rotation, eft au centre de la piece: Suppofons-le maintenant dans la fituation la moins avantageufe; c'eft-à-dire, dans fon extrêmité inférieure, (*Tome I*, 218.) *, & nous aurons, dans les expériences faites fur notre petite folive de chêne $f = \frac{2}{\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{24}} = 6912$: & par conféquent, pour un côté du Navire $p\pi = 6912\ (\frac{1}{5} . 30 . 15) = 1036800$; Moment égal au précédent. Ainfi, de quelque maniere qu'on fuppofe que la rupture fe foit faite dans la folive de l'expérience, on trouve toujours le même Moment pour le côté du Vaiffeau; Moment qui excede toujours beaucoup celui qui tend à rompre le Vaiffeau; par conféquent, ce dernier ne peut produire la rupture du Vaiffeau, principalement fi l'on confidere encore la réfiftance qu'oppofe fon autre côté, ainfi que celle des ponts, qui, chacun en particulier, oppofent des réfiftances énormes (*a*).

(250.) Quoique les Moments qui tendent à rompre le Vaiffeau foient incapables d'opérer cette rupture, ils ne peuvent cependant manquer de produire une petite courbure, ou un Arc léger; car les fibres des bois cédent à la moindre force, & pour cela il n'eft pas néceffaire qu'il s'enfuive aucune rupture. Pour peu que les fibres du bois cédent dans chacun de leurs points, la longueur du Vaiffeau eft fi grande, qu'il peut, & même qu'il doit arriver que le réfultat foit très-confidérable pris dans la totalité. Si le Navire largue feulement de 2 pouces dans fon milieu, c'eft-à-dire, fi la quantité dont toutes fes fibres ont changé leur fituation, produit en total un Arc feulement de 2 pouces dans le milieu; les extrêmités du Navire s'abaifferont d'un pied, attendu qu'elles font à peu près fix fois plus éloignées de l'axe de rotation.

(251.) Si, malgré l'énorme puiffance que les bois oppofent à leur rupture, il n'eft pas poffible d'empêcher entiérement les Vaiffeaux

---

* L'Auteur pourroit paroître ici en contradiction avec la conféquence de l'*Art.* 218, *Tome I*; car il dit, dans cet endroit, que plus l'axe fera éloigné de celui qui divife la bafe en deux parties égales, plus le levier fera capable de réfiftance; mais avec un peu d'attention, on verra que cette contradiction n'eft qu'apparente. En effet, le réfultat qu'il obtient ici pour le Moment qui peut faire rompre le côté du Vaiffeau, paroît dépendre en partie de la valeur de *f*, qu'il a déduite de l'expérience. Mais cette valeur eft d'autant moindre que l'axe autour duquel on peut fuppofer que la rupture s'eft faite, eft plus éloigné du centre (*Article* 218, *Tome I*). donc il paroît qu'on auroit fubftitué la valeur de *f* la plus avantageufe pour l'augmentation du Moment; c'eft ce qui détermine l'Auteur à chercher la valeur de *f* la moins avantageufe. Ainfi, quand il parle de la fituation la moins avantageufe, il veut parler de celle qui produit la moindre valeur de *f*.

(*a*) M. *Bouguer* (*Traité du Navire*, *page* 152) prétend qu'on devroit faire les ponts horifontaux, pour empêcher le Vaiffeau d'Arquer; mais en confidérant bien ceci, on verra que la réfiftance des fibres des bois & des fers, qui entrent dans la conftruction d'un pont, dans fon milieu, par exemple, ne dépend aucunement de la figure du pont.

de s'Arquer, on doit encore craindre davantage cet effet de la seconde cause que nous avons indiquée, c'est-à-dire, du jeu que les pieces qui entrent dans la construction peuvent avoir entr'elles; car quoique les Constructeurs fassent leur possible pour que les Vaisseaux sortent de leurs mains dans un état d'union & de solidité parfaite, cependant, soit parce que les bois se desséchent après la construction, soit parce que les fers cédent aux efforts qu'ils soutiennent, il en résulte toujours quelque relâchement, quelque défaut d'union, lequel, quoique peu sensible dans chacune des parties, ne laisse pas de devenir très-sensible dans le tout *.

* Rien ne prouve plus complettement cette théorie, que les observations suivantes, faites en 1781, sur les Vaisseaux *l'Argonaute* & *le Brave*, construits dans les Formes de Rochefort, le jour qu'on les mit à l'eau.

Le but de ces observations étoit de déterminer quelle étoit la partie du Vaisseau qui flottoit la premiere. Pour cela, on prit à volonté un point sur l'étrave du Vaisseau, un sur les côtés, correspondant au maître couple, & un autre sur l'étambot. On s'est ensuite procuré hors du Vaisseau deux points dans le même allignement que chacun de ces trois points. Trois Observateurs étoient placés de maniere que chacun pouvoit observer & faire connoître aux deux autres, par des signes convenus, le changement arrivé dans les points de son allignement.

Les circonstances faisoient craindre que la marée dont on devoit se servir pour mettre *l'Argonaute* à l'eau, ne produisît pas assez d'eau dans le Bassin. L'Ingénieur chargé de cette construction sçachant, par expérience, que l'arriere du Vaisseau étoit la partie qui flottoit la derniere, dans le dessein de hâter cet instant, plaça, dans cette partie, un chapelet de 40 tonneaux de pieces à l'eau, vuides, pour tenir compte du vuide que les Façons y occasionnent. Cet expédient réussit, même au de-là de ses espérances, puisque le Vaisseau flotta une heure plutôt qu'on n'avoit lieu de l'espérer. Voici le résultat de l'observation faite sur le Vaisseau *l'Argonaute*.

Le milieu flottoit de près de 5 pouces, lorsque l'avant commença à le faire, & l'avant s'éleva d'environ 2 pouces, & le milieu à peu près également, avant que l'arriere vint à flot.

M. *Haran*, Ingénieur, Constructeur ordinaire dans le Département, ayant eu connoissance de ce résultat, chercha à diminuer ce mouvement des parties dans le Vaisseau *le Brave*, qu'on devoit tirer du Bassin le lendemain. Pour cela, il lui mit 36 tonneaux de pieces vuides de plus qu'à *l'Argonaute*; & plaça sur l'avant 50 à 60 tonneaux de lest. Voici le résultat de cette observation.

Le milieu flottoit d'un peu plus de 4 pouces, lorsque l'arriere commença à s'élever, & l'un & l'autre de ces deux points s'éleverent d'environ 2 pouces 6 lignes, avant que l'avant commençât à le faire.

Nous tenons ces résultats de M. *Clément*, Professeur de Mathématiques aux Ecoles de la Marine, à Rochefort, qui étoit présent à ces expériences; faisons quelques réflexions à leur sujet.

On observera, 1°. que la quille de ces Vaisseaux avoit une tonture de quelques pouces, c'est-à-dire, que les deux extrémités étoient un peu relevées; mais cet usage ne nous paroît nullement propre à empêcher le Vaisseau de s'Arquer : car les Moments qui tendent à produire cet effet, ainsi que ceux qui proviennent de la résistance des fibres de la quille, n'ont aucun rapport avec sa figure, la quille ne peut ensuite devenir droite qu'aux dépens de la liaison du Vaisseau.

2°. Que ces Vaisseaux étoient établis sur leurs tins, dans une situation horisontale, s'ils avoient été établis avec leur différence de tirant d'eau étant vuides, ayant bien déterminé d'avance leur déplacement, & leur situation d'équilibre, les expériences eussent encore été plus concluantes; car alors on eût observé tout l'Arc qui provient de la différence entre la poussée de l'eau sur les différentes tranches du Vaisseau, & le poids des mêmes tranches. En effet, la quille étant placée horisontalement, & le Vaisseau étant construit pour tirer plus d'eau de l'arriere, un des premiers effets de la poussée de l'eau doit être d'élever l'avant, & alors le Moment de cette poussée tend à donner au Vaisseau un mouvement de rotation sur l'angle de l'arriere de la quille; ainsi ce Moment tend à Arquer le Vaisseau en sens contraire, ou à lui donner un *faux Arc*. En conséquence, il nous semble évident que l'Arc a dû paroître moindre qu'il n'eût été si chaque Vaisseau avoit été établi

(252.)

(251.) On peut donc empêcher, en grande partie, que les Vaiſſeaux ne s'Arquent, en en joignant toutes les pieces avec le plus grand ſoin, en les fortifiant le plus qu'il eſt poſſible dans toutes leurs parties, & en les conſtruiſant d'un bois ſec, qui, par ſa fermeté, ſoit capable d'une grande réſiſtance. Avec toutes ces précautions on pourra prévenir, & même éviter le mouvement qu'il y a le plus ſouvent entre les pieces qui les compoſent. Il eſt certain que le principal remede qu'on puiſſe apporter à ce dangereux inconvénient, doit conſiſter dans la figure & la grandeur du Vaiſſeau, parce que, comme nous l'avons vu, les Moments d'où réſulte le mal, en dépendent abſolument. Les deux diſtances YZ & ZX ſont proportionnelles à la longueur du Vaiſſeau (244 & 245.) : donc plus cette longueur ſera grande, plus le Vaiſſeau ſera ſuſceptible de s'Arquer. Pareillement, ces diſtances ſeront encore d'autant plus grandes, à proportion que le volume renfermé par le contour de chaque couple diminuera plus conſidérablement à l'égard de celui que renferme le maître couple; ou, comme s'expriment les Marins, à proportion que *le Vaiſſeau aura plus de Façons*, qu'il ſera plus *pincé*, ou que les courbes BTA, BVC, ſeront moins pleines à leurs extrêmités : car, comme on l'a vu, pour avoir ſuppoſé BTA une parabole, & BVC une ellipſe, il en a réſulté $YZ = \frac{36}{400} . AC$, & $ZX = \frac{26}{400} . AC$. On peut également prévenir cet accident, en ayant ſoin de ne pas charger beaucoup les extrêmités du Vaiſſeau, ou en raſſemblant tous les poids le plus vers le milieu qu'il ſera poſſible; car, avec ces attentions,

---

dans les Formes, avec ſa différence de tirant-d'eau; mais le Vaiſſeau une fois à flot, il aura ſans doute pris peu à peu l'Arc naturel qui répond à la réſiſtance des pieces qui entrent dans ſa conſtruction, & à leur liaiſon; mais l'expérience étant alors finie, il n'eſt plus poſſible d'avoir exactement la valeur de cet arc.

3°. Les extrémités du Vaiſſeau ayant, comme nous l'avons vu dans le texte, une propenſion à s'abaiſſer, il nous paroît qu'il convient de les alléger le plus qu'il eſt poſſible : ainſi dans la ſeconde expérience ci-deſſus, il eût beaucoup mieux convenu d'alléger l'avant par un chapelet de pieces vuides, comme on avoit fait à l'arriere, que d'y mettre du leſt, qui eût été mieux placé au maître couple.

Ces obſervations nous donnent encore lieu de remarquer que M. *Bouguer* s'eſt trompé, en diſant (*Traité du Navire*, *page* 78.) qu'il convient de conſtruire les Vaiſſeaux dans les Baſſins, pour les empêcher d'Arquer. Les Baſſins ſont fort commodes pour les radoubs des Vaiſſeaux, mais ne nous paroiſſent nullement préférables aux calles pour produire l'effet dont il s'agit; & au contraire, d'après une analyſe exacte des Moments des forces qui agiſſent dans cette circonſtance, on ſeroit tenté de donner la préférence aux calles.

On voit donc qu'il eſt de la plus grande importance de s'occuper des liaiſons des Vaiſſeaux, & ſur tout des grands. L'art de la charpente des Vaiſſeaux n'eſt certainement pas encore rendu à ſa perfection. Ce ſujet, ainſi que le problême dont nous avons parlé dans la Note de l'*Article* 80, eſt bien digne de fixer l'attention du Gouvernement, & de faire le ſujet de quelques-uns des prix propoſés par les Académies.

on diminuera les Moments, ou, ce qui revient au même, les distances YZ & ZX.

(253). Enfin, on doit obferver que le calcul que nous avons expofé ci-deffus, eft pour le cas où le Vaiffeau eft chargé, ou calé, jufqu'à la ligne d'eau dans laquelle il navigue; lorfqu'il eft déchargé, il s'éleve davantage, & à proportion les pleins des extrêmités, lefquels font deftinés à les foutenir, font beaucoup moindres; par conféquent le Vaiffeau, dans cet état, ayant fes extrêmités moins foutenues, il doit en réfulter un Arc beaucoup plus grand.

(254.) On ne doit pas limiter cette théorie à la feule action dans le fens de la longueur du Vaiffeau; car il y a un effet tout femblable d'un côté à l'autre, lequel mérite bien d'être confidéré, fur-tout dans les Vaiffeaux de guerre, qui ont fur leurs côtés le poids énorme de leur artillerie, points où le foutien du fluide eft nul: le Vaiffeau doit donc s'ouvrir en vertu de cette action, & il s'ouvre effectivement, comme on le voit, aux coutures des bordages des ponts, particuliérement à celles des bordages qui joignent les côtés du Vaiffeau. M. *Bouguer*, dans fon *Traité du Navire* (*Liv. I, Sect. III, Chap. II*) a cru que le contraire pouvoit arriver, & il apporte pour exemple ce qui arrive à une taffe de la figure d'une gondole, lorfqu'on tâche de la plier fuivant fa longueur; mais ce cas n'eft pas précifément ce qui arrive au Vaiffeau: en pliant la gondole, elle fe comprime ou fe refferre latéralement; au contraire, dans le Vaiffeau, le poids de l'artillerie, placée aux extrêmités, agit verticalement vers le bas, & en oppofition à l'action du fluide dans le milieu qui agit vers le haut, tend évidemment à l'ouvrir. Mais ce n'eft pas encore cela qui produit le plus grand effet; car les moments verticaux avec lefquels agit l'artillerie, étant puiffamment foutenus par les couples qui font auffi verticaux, & qui ont une force énorme, détruifent prefqu'entiérement ces moments, & ne leur permettent que très-peu d'effet.

(255.) Les Moments d'inertie qui réfultent des roulis du Vaiffeau, font ceux qui produifent les effets les plus dangereux. Si nous les confidérons décompofés en moments verticaux & en moments horifontaux, on voit que les premiers feront foutenus par les couples, comme nous l'avons dit précédemment, & il n'en peut réfulter un grand inconvénient. Mais il en eft autrement des Moments horifontaux, ce font les courbes feules, les baux, les clous & les gournables avec lefquelles on lie le côté, qui en fupportent l'action, & ils font d'autant plus confidérables, que l'artillerie eft plus élevée au-deffus du centre de gravité, autour duquel le Vaiffeau fe balance. Car fi l'on fuppofe que P défigne le poids d'une piece de canon,

& a la hauteur verticale de son centre de gravité au-dessus de celui du Vaisseau, a^2P sera la mesure du moment latéral avec lequel elle agit contre le côté du Vaisseau. Dans le Vaisseau de 60 canons, on a, pour ce qui concerne la batterie basse, $a = 9\frac{1}{2}$, & pour la batterie haute, $a = 16\frac{1}{2}$: ainsi, un canon de 18, dont le poids, joint à celui de son affut, est de 49 quintaux, étant placé à la premiere batterie, produira un moment de $4422\frac{1}{4}$; & le canon de 12, dont le poids est de 39 quintaux, étant placé à la batterie haute, produira un Moment de $10617\frac{1}{4}$: d'où l'on voit l'énorme supériorité de l'action de l'artillerie haute sur celle de la basse, & le grand défaut de proportion dans la maniere de la répartir : car, dans cette disposition, le second pont doit supporter un effort plus que double de celui du premier, quoique cependant il soit beaucoup plus foible. Ceux qui, dans un Vaisseau de 80 canons, emploient deux batteries de pieces de 24, au lieu de deux batteries, l'une de 36, & l'autre de 18, agissent encore d'une maniere beaucoup plus absurde : car, pour la premiere batterie, on a $a = 11$, & pour la seconde, $a = 18\frac{1}{2}$; ainsi, le Moment du canon de 36 de la premiere batterie $= (11)^2.79 = 9559$, & celui du canon de 18 de la seconde, $= (18\frac{1}{2})^2.49 = 16770\frac{1}{4}$; & non contents de cette énorme différence d'action que souffre le second pont, ils voudroient encore l'augmenter, en portant celle de ce second pont jusqu'à $(18\frac{1}{2})^2.59 = 20192\frac{3}{4}$, par la substitution de la piece de 24, & en diminuant celle que souffre le premier pont, qui se trouve par-là réduite à $(11)^2.59 = 7139$. L'ordre & la raison exigent que le travail soit distribué à proportion des forces qui doivent le supporter ; & ces forces sont ici la résistance des bois, principalement celle des bordages, des illoires & sur-tout des courbes qui lient les ponts au côté du Vaisseau. Supposons que l'épaisseur des pieces du pont inférieur soit à celle des pieces du pont supérieur comme 6 est à 5, & que leur largeur suive aussi la même proportion ; à cause que les forces sont comme les cubes de ces dimensions (*Tome I*, 212, *Note*, & *Tome II*, 113, *Note*), il est clair que la force des pieces du premier pont sera à celle des pieces du second, comme 216 est à 125. Appellant donc P le poids du canon de la premiere batterie, & p celui du canon de la seconde, on devroit avoir, pour le Vaisseau de 60 canons, $(9\frac{1}{2})^2P : (16\frac{1}{2})p :: 216 : 125$, & par conséquent $p = \frac{11281\frac{1}{4}}{58806} P$: de sorte que le poids du canon de la batterie haute ne devroit pas même être la cinquieme partie de celui du canon de la batterie basse, pour garder la proportion qu'il convient d'observer entre le travail des deux ponts, & les résistances dont ils sont

fuſceptibles; & quand même le canon de la batterie baſſe feroit de 24, & celui de la batterie haute ſeulement de 4, le ſecond pont étant chargé de ce dernier canon, travailleroit encore plus que le premier chargé de l'autre. De tout cela on doit conclure que les Marins doivent tâcher d'alléger le plus qu'il eſt poſſible le poids des ſecondes batteries, & que les Conſtructeurs doivent augmenter la réſiſtance du ſecond pont, en augmentant la force des courbes, des clous & des gournables qui les lient; en un mot, en employant tous les moyens qui ſont à leur diſpoſition. Dans le cas où ce ſecond pont feroit capable d'une réſiſtance égale à celle du premier, le poids des canons de leurs batteries ne devroit être qu'en raiſon inverſe des quarrés de leurs élévations au-deſſus du centre de gravité du Vaiſſeau; c'eſt-à-dire, dans le Vaiſſeau de 60 canons, comme $(16\frac{1}{2})^2$ eſt à $(9\frac{1}{2})^2$, ou à peu près, comme 3 eſt à 1,: de ſorte qu'en mettant du 24 à la batterie baſſe, il ne faudroit mettre que du 6 à la batterie haute; mais quand on mettroit du 8, le Vaiſſeau feroit moins fatigué par deux batteries, l'une de 24, & l'autre de 8, que par les deux batteries de 18 & de 12 qu'on a coutume de lui donner (*a*) *.

(*a*) M. *Bouguer* dans ſon *Traité du Navire*, (*Liv. II*, *Sect. II*, *Chap. VI*, *page* 284 *juſqu'à* 286), examine s'il convient mieux de donner à un Vaiſſeau de 70 canons deux batteries de 24, qu'une de 36 & l'autre de 18; & quoique ſon calcul conſiſte ſeulement dans la comparaiſon de la différence des ſimples Moments qu'éprouve tout le Vaiſſeau dans l'un & l'autre cas, & non dans celle des Moments d'inertie, qui ſont les plus forts, il ſe détermine cependant en faveur des deux batteries de 36 & 18. Cette façon de penſer auroit été encore beaucoup plus fondée, s'il eût conſidéré la différence de Moments d'inertie qu'éprouve chaque pont en particulier; car ceux que ſoutient le ſecond pont feroient dans le premier cas plus grands que ceux que ſoutient le premier pont, en raiſon des quarrés de leurs diſtances au centre de gravité: de ſorte que le ſecond pont auroit à ſoutenir un effort plus de trois fois plus grand que celui qui ſoutiendroit le premier. Cette conſidération fait voir le danger qu'il y auroit à mettre en pratique l'expédient que propoſe le même Auteur, (*page* 332) pour empêcher la rupture des mâts; par ce moyen, on opéreroit peut-être la rupture du Vaiſſeau, qui feroit, ſans contredit, bien plus préjudiciable.

* Comme la groſſeur du calibre eſt une choſe de la premiere importance, on pourroit mettre la premiere batterie en fer, & la ſeconde en bronze: ce qui diminueroit les Moments d'inertie. On pourroit peut-être auſſi rapprocher les pieces du centre de gravité du Vaiſſeau, en ſe menageant le moyen de ne point perdre du côté du temps pour les mettre en batterie lors d'un engagement. On pourroit même les tourner dans le ſens de la longueur du Vaiſſeau. Toutes ces attentions diminueroient beaucoup les Moments d'inertie, & prolongeroient plus qu'on ne pourroit le penſer, le ſervice des Vaiſſeaux. Mais cet arrangement pourroit peut-être ſouffrir de grandes difficultés dans la pratique, ſur-tout pour la deuxieme batterie qui eſt cependant la plus importante; attendu que le ſecond pont eſt ordinairement fort embarraſſé, & qu'il ne pourroit peut-être pas reſter un eſpace ſuffiſant pour la commodité du ſervice de la Manœuvre. C'eſt aux Marins à décider ſur ce point.

LIVRE TROISIEME.

Des Machines qui servent à mettre le Vaisseau en mouvement & à le gouverner.

CHAPITRE PREMIER.

Des Voiles, & de la force avec laquelle le vent agit sur elles.

(256.) Les Voiles, comme nous l'avons dit (1.), sont des pieces de toile exposées à l'action du vent, dont elles transmettent l'impulsion au Navire. Elles ne peuvent se maintenir planes, à cause de leur flexibilité, quoiqu'on les étire de toutes parts avec de grandes forces. Elles doivent prendre une courbure dont la nature a fait le sujet des recherches de *Jean Bernoulli* dans sa *Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, Chap. XVI* *. Il suppose, dans ces recherches, que la résistance des fluides est comme les quarrés des vîtesses ; mais cette supposition, comme nous l'avons vu, ne convient point pour avoir la mesure de leur action effective. La théorie compliquée qui résulte de cette supposition, en ayant égard à la courbure des Voiles dans tous les calculs, a fait que tous les autres Auteurs ont supposé les Voiles planes; & *Bernoulli* lui-même n'a fait usage de cette courbure que pour déterminer la direction particuliere de la résultante des forces, à l'action desquelles les Voiles sont exposées. En effet, la différence qui peut en résulter est petite ; mais elle ne l'est pas tellement que nous puissions nous dispenser de donner sur ce sujet les connoissances convenables, d'autant plus qu'elles seront très-nécessaires à l'examen d'autres objets très-importants.

(257.) Nous supposerons, pour cela, qu'au lieu de l'air, ce soi un fluide non élastique, & de la même densité, qui agisse sur la Voile; car, par cette supposition, il est évident que l'un ou l'autre de ces fluides produira le même effet sur la Voile, & par conséquent nous pourrons nous servir de la formule $\frac{1}{4} mc D^{\frac{1}{2}} au \sin \theta$, ou

* *Johannis Bernoulli Opera omnia. Tomus secundus.*

$\frac{1}{4} mu D^{\frac{1}{2}} \int ac \sin\theta$, qui a été démontrée (*Tome I*, 654.), & qui se réduit, suivant ce qu'on a dit (*Tome I*, 734), à $\frac{1}{4} mu D^{\frac{1}{2}} \int ac \sin\theta$; car cette formule exprime la force avec laquelle le fluide supposé agira sur la Voile; m désignant la densité de l'air, a une différencielle de la dimension verticale de la Voile, D la distance de la voile à la superficie supérieure du fluide, c l'amplitude, ou la largeur horisontale de la Voile, & θ l'angle que forme la direction du fluide avec cette différencielle. Ainsi, l'on voit que toute la difficulté consiste à trouver les valeurs de D, & de $\int ac \sin\theta$.

(258.) Pour déterminer la valeur de D, on se rappellera que nous avons déjà démontré (*Tome I*, 551.) que les hauteurs sous lesquelles deux fluides de différente densité se font équilibre, sont réciproquement comme leurs densités. On sçait de plus, par les expériences des Physiciens, que la densité de l'air est $\frac{1}{1000}$ de celle de l'eau de pluie, & que celle du mercure est 14 fois plus grande que celle de l'eau : donc, selon ces expériences, la densité de l'air est à celle du mercure comme 1 est à 14000. Or la hauteur à laquelle se maintient le mercure dans le barometre simple sur le bord de la mer, est de 2 pieds $\frac{1}{2}$ anglais : donc on aura $1 : 14000 :: 2\frac{1}{2} : D = 35000$, c'est la hauteur du fluide que nous substituons à l'air. Supposons maintenant que m exprime la densité de l'eau de mer, laquelle est à celle de l'eau de pluie, comme 1030 est à 1000, la densité de l'air sera exprimée par $\frac{m}{1030}$; c'est la quantité que nous devons substituer en place de m seul, que nous avons d'abord supposé représenter cette densité; ce qui donnera, pour l'expression de la force du vent sur la Voile, la quantité $\frac{\frac{1}{4} mu D^{\frac{1}{2}}}{1030} \int ac \sin\theta = \frac{\frac{1}{4} mu (35000)^{\frac{1}{2}}}{1030} \int ac \sin\theta = \frac{9}{200} mu \int ac \sin\theta$.

(259.) Cette détermination peut cependant paroître suspecte, en ce qu'elle dépend d'expériences physiques dont les résultats dépendent des différents appareils qu'on emploie; & nous ne sçavons pas encore avec certitude si les faits qu'elles présentent peuvent convenir à l'état de l'air sur le bord de la mer : ainsi, nous pouvons nous arrêter avec plus d'avantage à la méthode suivante. Par des expériences barométriques que j'ai faites au Pérou (*Observaciones Astronomicas y Physicas, Liv. V, Ch. IV.**), j'ai trouvé que, pour que le mercure du barometre baisse d'une ligne, il est nécessaire de s'élever de 86 pieds au-dessus du niveau de la mer : donc, en supposant le fluide d'une densité uniforme, sa hauteur totale sera d'autant de fois 86 pieds qu'il y a de lignes dans

* Il y a une bonne traduction française de cet excellent Ouvrage de *D. Georges Juan*, imprimée à la suite de la relation de son Voyage au Pérou; ce qui forme 2 vol. *in*-4°. A Paris, chez *Jombert*, 1752.

les 2 pieds $\frac{1}{2}$ de la hauteur du barometre : » cette hauteur D sera donc $=$ » 30960 ; & cette quantité exprimera la densité du mercure, celle » de l'air libre étant représentée par l'unité *. Comme la densité de » l'eau de pluie est $\frac{1}{14}$ de celle du mercure, elle sera exprimée » par $\frac{30960}{14}$, & celle de l'eau de mer par $\frac{30960.\,103}{1400} = \frac{3096.\,103}{140}$. La force » du vent sur la voile sera donc, d'après ces données, $= \ldots$ » $\frac{\frac{1}{4}muD^{\frac{1}{2}}.\,140}{3096\,.\,103}\int ac \sin\theta = \frac{35mu(30960)^{\frac{1}{2}}}{3096\,.\,103}\int ac\sin\theta = \frac{6160}{318888}\,mu\int ac\sin\theta$.

(260.) On peut prendre, pour l'expression de cette force, la quantité $\frac{1}{20}mu\int ac\sin\theta$; ainsi, celle que nous avions trouvée précédemment, n'est que les $\frac{9}{10}$ de celle-ci. La derniere que nous venons de trouver est un peu plus petite ; mais, pour la rapprocher davantage, il ne s'agit que de supposer qu'il faut élever le barometre seulement de 85 pieds au dessus du niveau de la mer, pour qu'il baisse d'une ligne, au lieu des 86 pieds qui ont fait le fondement de notre calcul **.

* On ne conçoit pas comment l'Auteur a pu conclure de l'expérience qu'il rapporte, que la densité de l'air étant exprimée par l'unité, celle du mercure sera exprimée par 30960. Cette expérience prouve seulement que la colonne d'air qui soutient le barometre à la hauteur de 2 pieds $\frac{1}{2}$ doit avoir 30960 pieds de hauteur, en la supposant d'une densité uniforme dans toute sa hauteur, & égale à la densité de la colonne d'air de 86 pieds qui fait équilibre à une ligne de mercure. D'après la proposition que l'Auteur rappelle dans l'*Article* précédent, & qui est démontrée, *Tome I, Article* 551, l'expérience dont il est ici question, fournit cette analogie ; la densité de l'air est à celle du mercure comme 2 pieds $\frac{1}{2}$ sont à 30960, ou comme l'unité est à 12384. Ainsi, pour que la densité du mercure soit représentée par 30960, il faut que celle de l'air soit représentée par 2 $\frac{1}{2}$; ou si celle-ci est exprimée par l'unité, celle du mercure doit être exprimée par 12384. Il est inutile d'avertir que le reste du calcul de cet *Article* portant sur un fondement aussi ruineux, ne peut être d'aucun usage. Voici comme nous voudrions rétablir ce passage.

» Cette hauteur D sera donc $= 30960$; ainsi l'on aura cette proportion, la densité de l'air est » à celle du mercure $:: 2\frac{1}{2} : 30960$, ou $:: 1 : 12384$ (*Tome I, Art.* 551.). La densité du » mercure sera donc exprimée par 12384, celle de l'air libre étant représentée par l'unité. Com» me la densité de l'eau de pluie est $\frac{1}{14}$ de celle du mercure, elle sera exprimée par $\frac{12384}{14}$, & » celle de l'eau de mer par $\frac{12384.103}{1400}$. La densité de l'eau de mer étant donc représentée par m, » celle de l'ait sera $= \frac{1400.m}{12384.103}$; c'est la quantité qu'il faut substituer pour m dans la formule, » ainsi la force du vent sur la voile sera, d'après ces données, $= \frac{\frac{1}{4}mu\,D^{\frac{1}{2}}.1400}{12384.103}\int ac\sin\theta = \ldots$ » $\frac{350mu(30960)^{\frac{1}{2}}}{12384.103}\int ac\sin\theta = \frac{61600}{1275552}\,mu\int ac\sin\theta$ ».

** Ceci confirme bien l'erreur que nous avons remarquée dans la Note de l'*Article* précédent ; cat le résultat de l'Auteur est à peu près $\frac{1}{52}\,mu\int ac\sin\theta$, quantité qui est fort éloignée de $\frac{1}{20}mu\int ac\sin\theta$; & l'on ne pourroit se permettre de confondre l'une avec l'autre. Au reste, comme l'Auteur emploie par tout l'expression $\frac{1}{20}\,mu\int ac\sin\theta$, les défauts de l'*Article* précédent n'ont aucune influence sur le reste de l'Ouvrage.

PLANC. VIII. (261.) Pour trouver l'intégrale $\int ac\,fin\,\theta$, nous avons besoin d'entrer dans l'examen de la courbure que le vent fait prendre à la Voile. Supposons, pour faciliter le calcul, que la Voile est une toile rectangulaire, dont deux côtés sont verticaux, & qu'arrêtée solidement par ces deux côtés, elle prenne horisontalement la courbure qui lui est naturelle, en vertu de la force du vent, & de son entiere flexibilité; c'est la nature de cette courbe que nous allons examiner.

FIG. 39. Soit donc ABC une section horisontale de la Voile, & DB la direction du vent qui la frappe : soit tiré la tangente BE perpendiculaire à cette direction : soit pris le point du contact B pour l'origine des abscisses; & soit compté les abscisses sur BD, & les ordonnées perpendiculairement à cette ligne, c'est-à-dire, paralleles à la tangente BE. Cela posé, prenant AF pour une différencielle constante de la courbe, que nous appellerons db, la perpendiculaire HF sera $= dx$, & la ligne $HA = dy$. La force perpendiculaire que le vent exercera sur cette différencielle $AF = db$, sera $\frac{1}{20}\,mua.db\,fin\,\theta$, a exprimant la hauteur de la Voile, & θ l'angle d'incidence, dont le sinus est $= \frac{dy}{db}$: ainsi, l'expression de la force ci-dessus deviendra $= \frac{1}{20}\,muady$. De plus, soit tiré, par les points A & F, les perpendiculaires AG, FG, à la courbe, lesquelles seront les rayons de sa développée. Or, si l'on suppose que IF perpendiculaire à AF exprime la force perpendiculaire du vent sur la différencielle AF, cette différencielle exprimera celle que fait la Voile sur quelque point tel que A; & comme cette force doit être constante, nous l'appellerons F: mais IF est à AF, comme AF est au rayon AG de la développée; ainsi, nous aurons db est à $\frac{db.dy}{ddx}$ (rayon de la développée) *, comme $\frac{1}{20}\,muady$ est à $F = \frac{1}{20}\,mua.\frac{dy^2}{ddx}$; d'où l'on tire $\frac{dy^2}{ddx} = Q$ en supposant $\frac{F}{\frac{1}{20}mua} = Q$; ou $db^2 - dx^2 = Q\,ddx$. Pour débarrasser cette équation de différencielles, nous appellerons z l'arc, ou l'angle AEN que forme la tangente AE avec l'autre tangente

* Pour trouver le rayon de la développée, reprenons la proportion $IF : AF :: AF : AG = \frac{AF^2}{IF} = \frac{db^2}{IF}$; & considérons que dans le triangle IAF on a $1 : AI$ ou $AF :: IAF : IF$ (à cause que l'angle IAF est infiniment petit), ou $1 : db :: IAF : IF = db.\,IAF$: donc $AG = \frac{db}{IAF}$. Cela posé, si l'on prend l'arc $Ap = AF$, & si l'on mene la ligne Nan, parallele à l'axe des l'abscisses, & la ligne pn parallele aux ordonnées, il est évident que la tangente AF étant le prolongement de l'arc infiniment petit Ap, l'angle $IAH =$ l'angle Apn: mais IAF est l'excès de IAH sur FAH, il est donc aussi l'excès de Apn sur FAH, & par conséquent cet angle exprime la quantité dont l'angle de la courbe avec l'ordonnée

BE,

BE, & nous aurons $dx = db\,sin\,z$, & $ddx = dbdz\,cos\,z$; ce qui donne, en substituant, $db^2 - db^2 sin\,z^2 = Qdbdz\,cos\,z$, & par conséquent $db = \frac{Qdz\,cos\,z}{1 - sin\,z^2} = \frac{Qdz}{cos\,z}$; $dx = \frac{Qdz\,sin\,z}{cos\,z}$; & $dy = Qdz$, d'où l'on tirera, en intégrant, $x = Q\,log.\,\frac{1}{cos\,z}$ *, & $y = Qz$; expressions dont il résulte $xz = y\,log.\,\frac{1}{cos\,z}$ pour l'équation de la courbe, qui est, comme on voit, très-différente de celle de la Chaînette, que nous avons trouvée, *Tome I, Art.* 41 de l'*Appendice I.* La construction de cette équation, c'est-à-dire, la description de la courbe dont elle exprime la nature, est maintenant très-facile; car, en prenant pour ordonnées les arcs z, les logarithmes hyperboliques de $\frac{1}{cos\,z}$, seront les abscisses correspondantes.

augmente à chaque variation de l'abscisse; ainsi IAF est la différencielle de l'angle FAH, que nous nommerons q, ce qui donnera $IAF = dq$.

Pour trouver la valeur de dq, rappellons-nous que $d\,sin\,q = dq\,cos\,q$ (*Cours de Mathématiques* de M. *Bezout*, Quatrieme Partie, *Article* 22); donc $dq = \frac{d\,sin\,q}{cos\,q}$. Mais le triangle rectangle FAH donne $AF : FH$, ou $db : dx :: 1 : sin\,q = \frac{dx}{db}$. Pareillement, $AF : AH$, ou $db : dy :: 1 : cos\,q = \frac{dy}{db}$. Différenciant donc la valeur de sinus q, en regardant db comme constante, ainsi qu'on doit le faire dans le cas présent, on aura $d\,sin\,q = \frac{ddx}{db}$, & par conséquent $dq = \frac{ddx}{dy}$. Substituant cette valeur de $dq = IAF$ dans l'expression du rayon de la développée, on aura enfin $AG = \frac{db.dy}{ddx}$. On voit aisément que l'expression générale du rayon de la développée pour toutes les courbes dont les ordonnées sont paralleles, est ... $\frac{dy}{d\left(\frac{dx}{db}\right)}$; expression qui prendra différentes formes, selon qu'on prendra dy, dx ou db comme constante, ou qu'on les considérera toutes trois comme variables.

* Il y a sans doute ici une erreur de calcul. L'intégrale de l'équation $dx = \frac{Qdz\,sin\,z}{cos\,z}$ n'est point $x = Q\,log\,cos\,z$ comme le dit l'Auteur, mais $= Q\,log\,\frac{1}{cos\,z}$. En effet $d\,log\,\frac{1}{cos\,z} = ..$ $d\,log\,(cos\,z)^{-1} = \frac{-(cos\,z)^{-2}d\,cos\,z}{\frac{1}{cos\,z}} = -(cos\,z)^{-1}(-dz\,sin\,z) = \frac{dz\,sin\,z}{cos\,z}$, (*Cours de Mathématiques* de M. *Bezout*, Quatrieme Partie, *Article* 27.). Nous avons corrigé cette faute, qui n'a d'ailleurs aucune influence sur les abscisses de la vélaire.

Abscisses & Ordonnées pour la construction de la Vélaire.		
Arcs z	Abscisses.	Ordonnées.
10°	0,0153	0,1745 *
20	0,0638	0,3490
30	0,1437	0,5236
40	0,2663	0,6981
50	0,4415	0,8727
60	0,6924	1,0472
70	1,0717	1,2217
80	1,7488	1,3963
90	infinie.	1,5708

(262.) Puisqu'on a vû ci-dessus que $y = Qz$, on aura $Q = \frac{y}{z} = \frac{F}{\frac{1}{10} mua}$, & $F = \frac{\frac{1}{10} muay}{z}$; c'est l'expression de la force avec laquelle la voile agit, dans le sens de sa largeur **, contre les puissances qui agissent pour la tenir roide.

(263.) La direction suivant laquelle agit la force totale de la Voile entiere, ou d'une de ses parties, ou d'une courbe comme AK, est la droite LO qui divise en deux parties égales l'angle KOA, que forment les deux tangentes KO, AO : car la tension, ou l'action de la Voile, tant en K qu'en A, étant $= F$, si l'on forme le parallélogramme $KOML$; la diagonale LO sera en même temps l'expression & la direction de la force résultante des deux forces égales F, exprimées par KO, MO. Il suit de là que nous aurons $\sin LOM : \sin LMO :: F : \frac{F.\sin LMO}{\sin LOM}$; c'est la valeur de la force qui agit sur la portion de courbe, ou de voile AK dans la direction LO, & lui donne la courbure qu'elle prend. Si donc nous appellons φ l'angle KOA que forment les deux tangentes, la force qui agit dans la direction LO, sur la portion de Voile KA, sera $= \frac{\frac{1}{10} mauy \sin \varphi}{z \sin \frac{1}{2} \varphi} = \frac{\frac{1}{10} mauy . 2\cos \frac{1}{2} \varphi}{z}$ *** : ou, en nommant π l'angle EAN que forme la portion de la voile dans le point A avec le vent, & Π l'angle OKP qu'elle forme à l'autre extrêmité K avec la même direction, on aura $z = Arc\ (90° - \pi)$, & $\varphi = 180° - (\Pi - \pi)$; & par consé-

---

* Le rayon étant $= 1$. L'arc de $1° = 0{,}01745$ (*Ibid.* Deuxieme Partie, *Art.* 293.), par conséquent étant $= 10°$, on a $z = 0{,}1745$.

Quant aux abscisses, $\log \frac{1}{\cos z} = \log 1 - \log \cos z = 0 - \log \cos z = - \log \cos z$. Or, z étant de $10°$, $\log \cos z = 9.99335$, pour un rayon de 10000000000 de parties : mais le rayon étant $= 1$, il faudroit diviser le cosinus naturel par 10000000000 ; ainsi il faut retrancher 10.00000 de son logarithme, pour avoir celui qui répond au rayon $= 1$, ce qui donnera $9.99335 - 10.00000 = - 0.00665$ pour le logarithme de $\cos z$, pris dans les tables ordinaires. Multipliant donc ce logarithme par 2,3025 &c. (*Ib.* Quatrieme Partie, *Art.* 113), on aura $- 0{,}0153$ pour le logarithme hyperbolique de $\cos z$, ou 0.0153 pour la valeur de $- \log \cos z = \log \frac{1}{\cos z}$.

** En Espagnol, *en su Tirantez*.

*** Car $1 : \cos \frac{1}{2} \varphi :: 2 \sin \frac{1}{2} \varphi : \sin \varphi$; ou $1 : 2 \cos \frac{1}{2} \varphi :: \sin \frac{1}{2} \varphi : \sin \varphi$ (*Cours de Mathématiques* de M. *Bezout*, Seconde Partie, *Art.* 283.). Donc $2 \cos \frac{1}{2} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\sin \frac{1}{2} \varphi}$.

quent la force qui agit ſur la Voile dans la direction LO, ſera $= \frac{\frac{1}{10}\, mauy \cdot 2 \sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{Arc(90^\circ - \pi)}$.

(264.) Suppoſons maintenant l'ordonnée $BR = Y$, on aura, par les équations de l'*Art.* 261, $y = Qz = Q\, Arc\,(90^\circ - \pi)$, & $Y = Q\, Arc\,(90^\circ - \Pi)$; donc $y : Y :: Arc(90^\circ - \pi) : Arc\,(90^\circ - \Pi)$; ce qui donne $Y = \frac{y \cdot Arc\,(90^\circ - \Pi)}{Arc(90^\circ - \pi)}$. En outre, ſi nous nommons h la corde KA, & α l'angle qu'elle forme avec la direction du vent, nous aurons $y - Y = h \sin \alpha$, ou $Y = y - h \sin \alpha$: donc $\frac{y\, Arc\,(90^\circ - \Pi)}{Arc(90^\circ - \pi)} = y - h \sin \alpha$; d'où l'on tire $y = \frac{h \sin \alpha \cdot Arc(90^\circ - \pi)}{Arc\,(\Pi - \pi)}$. Cette valeur étant ſubſtituée dans l'expreſſion de la force qui, agiſſant ſur la Voile KA dans la direction LO, lui donne la courbure KA, elle la changera en celle-ci, ... $\frac{\frac{1}{10}\, mau\, h \sin \alpha \cdot 2 \sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{Arc\,(\Pi - \pi)} = \frac{\frac{1}{10}\, mauh \sin \alpha \cdot \sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{Arc\, \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}$.

(265.) La force de la Voile dépend non ſeulement de l'angle α que forme le vent avec la vergue, mais encore de la différence entre les angles Π & π, ou de ſa courbure, dont dépendent ces angles: de ſorte que plus la voile prendra de courbure, plus ſa force diminuera; ou, comme la courbure dépend de la largeur de la Voile, de la violence du vent, de la tenſion & de la qualité de la toile dont elle eſt faite, il s'enſuit que plus la Voile aura de largeur, plus le vent ſera impétueux, moins la Voile ſera tendue, & plus la toile ſera déliée & flexible, moins à proportion la force qu'elle produira ſera grande.

(266.) Pour trouver, par la formule, le cas où la Voile eſt plane, il n'y a qu'à ſuppoſer qu'on ait ſenſiblement $\Pi = \pi$, auquel cas la force de la Voile ſera par conſéquent auſſi grande qu'elle puiſſe être. La quantité de Voile compriſe entre les deux extrêmités A & K, ſera, dans cette ſuppoſition, infiniment petite, & dégénérera dans une ligne droite, ou dans un ſeul plan. La formule ou l'expreſſion de la force, ſe réduira, d'après cela, à . . . . . $\frac{\frac{1}{10}\, mau\, h \sin \alpha \cdot \sin 0}{Arc. 0}$; & comme la raiſon $\frac{\sin. 0}{Arc. 0} = 1$, la force que fait la Voile, ſuppoſée plane, devient $= \frac{1}{10}\, mauh \sin \alpha$, & ſera, par conſéquent, la plus grande qu'il eſt poſſible.

(267.) Au contraire, la moindre force que la Voile puiſſe produire, a lieu dans le cas où la courbure ſeroit la plus grande qu'il eſt poſſible, ou lorſque la différence $\Pi - \pi$ a la plus grande valeur, ce qui arrive lorſque $\Pi = 180^\circ$, & $\pi = 0$. La formule ſe réduit, dans ce cas, à $\frac{\frac{1}{10}\, mauh \sin \alpha \cdot \sin 90^\circ}{Arc\, 90^\circ}$: de ſorte que la plus

grande force que puisse produire la Voile, est à la plus petite, comme l'arc de 90° est au rayon. En général, la force de la Voile supposée plane, est à celle qu'elle a réellement lorsqu'elle a de la courbure, comme $Arc\ \frac{1}{2}(\Pi - \pi)$ est à $\sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)$.

(268.) L'angle que forme la direction LO avec celle du vent, est $= LOE + EAN = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi - \pi) + \pi$ * $= 90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi + \pi)$; d'où l'on voit que la direction LO ne dépendroit aucunement de l'angle α, si en altérant celui ci, on n'altéroit pas en même temps les angles Π & π; mais on a vu, (261.) que $x = Q \log. \frac{1}{\cos z}$ **, & $y = Qz$, & si nous supposons $RK = X$, on aura $X = Q \log. \frac{1}{\cos Z}$, & $Y = QZ$, Z exprimant l'angle OYN: donc $\frac{y - Y}{x - X} = tang.\, \alpha$ *** $= \frac{z - Z}{\log.\cos Z - \log.\cos z} = \ldots\ldots \frac{Arc(\Pi - \pi)}{\log.\cos(90^\circ - \Pi) - \log.\cos(90^\circ - \pi)} = \frac{Arc(\Pi - \pi)}{\log \sin \Pi - \log.\sin \pi}$, & $\sin \alpha = \ldots \frac{Arc(\Pi - \pi)}{\left(\left(\log. \frac{\sin \Pi}{\sin \pi}\right)^2 + Arc(\Pi - \pi)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ ****; d'où l'on voit que les angles Π & π dépendent de l'angle α, & qu'à mesure que cet angle devient plus grand, la différence de ces angles Π & π le devient aussi: &, par conséquent, que la direction LO dépend aussi de l'angle α, quoique cela ne soit pas indiqué par l'expression $90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi + \pi)$ de l'angle que cette direction forme avec celle du vent.

(269.) L'équation $tang.\, \alpha = \frac{Arc(\Pi - \pi)}{\log.\sin \Pi - \log.\sin \pi}$, que nous venons de trouver, peut servir pour trouver les valeurs de Π & π, celle de α étant donnée; mais comme ce problême est indéterminé, on trouvera une infinité de solutions correspondantes à une même valeur de α, chacune de ces solutions résultant d'une vîtesse différente du vent, qui oblige la Voile à prendre plus ou moins de courbure: car il est clair, qu'autant on menera de paralleles à

---

* En effet, $LOE = 180^\circ - LOM = 180^\circ - \frac{1}{2}\varphi = 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi - \pi)$, *Article* 263.

** On trouve encore ici la faute que nous avons fait remarquer dans seconde Note de l'*Art.* 261; mais elle n'a aucune influence sur la valeur de $\sin \alpha$. Nous avons corrigé ce passage.

*** Car $x - X = KP$, & $y - Y = AP$: or, $KP : AP :: 1 : tang\ KAP = tang\ \alpha = \frac{y - Y}{x - X}$.

**** Cela est évident, puisque $AK : 1 :: AP : \sin AKP = \sin \alpha = \frac{AP}{AK}$. Mais $AK = (KP^2 + AP^2)^{\frac{1}{2}} = ((x - X)^2 + (y - Y)^2)^{\frac{1}{2}}$; & nous venons de voir que $x - X = \log.\sin \Pi - \log \sin \pi = \log \frac{\sin \Pi}{\sin \pi}$; pareillement que $y - Y = z - Z = Arc(\Pi - \pi)$: c'est en substituant ces valeurs en place de leurs correspondantes, qu'on trouvera l'expression même de l'Auteur.

AK, qui se termineront à la courbe comme *BX*, autant on aura d'autres cas, dans lesquels α conservant la même valeur, Π & π en auront une différente, & répondront à des parties de la Voile d'une courbure différente, laquelle courbure doit résulter de la plus ou moins grande vitesse du vent; de sorte que plus cette vitesse sera grande, plus aussi l'angle Π sera grand, & plus l'angle π sera petit, le premier augmentant dans une plus grande raison que celle dans laquelle le deuxieme diminue.

(270.) Si de l'angle $90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi + \pi)$ que forme le vent avec la direction *LO* (268.), on retranche l'angle α que forme le vent avec la vergue, on aura l'angle *AVO*, que forme la vergue avec la direction *LO*, $= 90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi + \pi) - \alpha$ *; & l'angle *VOQ* que forme cette direction avec la perpendiculaire *OQ* à la vergue, & que nous appellerons δ, sera $= \frac{1}{2}(\Pi + \pi) - \alpha$, d'où il suit que l'angle *AVO* que forme la vergue avec la direction *LO*, sera aussi $= 90^\circ + \delta$.

(271.) Si l'on suppose maintenant que *TS* représente la quille du Vaisseau, & si nous appellons β l'angle *TSV* qu'elle forme avec la vergue, l'angle *STV* que forme la quille avec la direction *LO* sera $= 90^\circ + \delta - \beta = 90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi + \pi) - \alpha - \beta$; ou, parce que $\alpha + \beta$ est égal à l'angle que forme le vent avec la quille, si nous supposons que cet angle soit $= \gamma$, celui que forme la quille avec la direction *LO*, sera $= 90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi + \pi) - \gamma$.

(272.) La force que fait la voile dans la direction *LO*, est à la force qu'elle fait dans la direction de la quille, comme le rayon est au cosinus de l'angle *STV* que forme la quille avec la direction *LO* : donc la force que fait la voile suivant la quille, sera $= \frac{\frac{1}{80} mauh \sin\alpha . \sin\frac{1}{2}(\Pi - \pi) \sin(\beta - \delta)}{Arc \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}$ **. Or, cette force est à celle qu'exerce la vergue latéralement, ou perpendiculairement à la quille, comme $\sin(\beta - \delta)$ est à $\cos(\beta - \delta)$; ainsi, cette force latérale sera $= \ldots$ $\frac{\frac{1}{80} mauh \sin\alpha . \sin\frac{1}{2}(\Pi - \pi) \cos(\beta - \delta)}{Arc \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}$.

(273.) Enfin, il ne nous reste plus qu'à chercher le centre des forces de la Voile. Si elle étoit plane, & de la forme d'un parallélogramme rectangle, il n'y a pas de doute que ce centre ne fût au milieu de la voile, ou au milieu de la corde *KA*. Ce seroit

* Car l'angle $90^\circ + \frac{1}{2}(\Pi + \pi)$, que forme le vent avec la direction *LO*, $= LOE + EAN$, (268.). Retranchant de cet angle celui $AKP = KAN$ que forme la vergue avec le vent, on aura pour reste $LOE + EAN - KAN = LOE - VAO$. Or, $LOE = AVO + VAO$; donc $LOE - VAO = AVO + VAO - VAO = AVO$.

** En effet, $\cos STV = \cos(90^\circ + \delta - \beta) = \sin(90^\circ - (90^\circ + \delta - \beta) = \sin(\beta - \delta)$.

la même chose, quoique la voile fût courbe, si sa courbure étoit égale de part & d'autre de ce centre; mais il n'en est pas ainsi, puisque les courbures sont plus considérables sous le vent. En effet, la direction de la résultante est LO, & O est un point où une puissance étant appliquée, feroit le même effet que les deux puissances égales, placées aux extrêmités K & A. Ce feroit la même chose, si cette puissance étoit placée dans quelque autre point de la direction LO. Ainsi, supposant que S est le milieu de la corde KA, l'action de la Voile, supposée plane, s'exercera dans le point S; mais étant supposée courbe, & ST représentant la quille du Vaisseau, le point T, interfection de cette ligne avec la direction LO, sera le point sur lequel la Voile courbe exercera son action : de sorte que, pour le calcul & pour l'effet, ce sera la même chose que si, la voile étant supposée plane, le mât, ou le milieu de la vergue étoit en T, ou qu'on eût porté le mât vers la poupe de la quantité ST. La valeur de cette quantité peut se trouver par le calcul trigonométrique. Pour cela, on remarquera que l'angle KOA étant $= 180° - (\Pi - \pi)$, & $KAO = \alpha - \pi$, on aura $KO = \frac{h \sin(\alpha - \pi)}{\sin(\Pi - \pi)}$. Pareillement l'angle KOL étant $= 90° - \frac{1}{2}(\Pi - \pi)$, & $KVO = 90° - \delta$, on aura $KV = \frac{h \sin(\alpha - \pi) \cos \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{\sin(\Pi - \pi) \cos \delta}$, & $SV = \frac{1}{2} h - \frac{h \sin(\alpha - \pi) \cos \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{\sin(\Pi - \pi) \cos \delta}$. Enfin l'angle TVS étant $= 90° - \delta$, & $STV = 90° + \delta - \beta$, on aura $ST = \frac{\frac{1}{2} h \cos \delta}{\cos(\beta - \delta)} - \frac{h \sin(\alpha - \pi) \cos \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{\sin(\Pi - \pi) \cos(\beta - \delta)} = \frac{\frac{1}{2} h}{\cos(\beta - \delta)} \left(\cos \delta - \frac{\sin(\alpha - \pi)}{\sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)} \right)$ *.

(274.) Ayant posé les principes théoriques de l'action de la Voile, nous devons maintenant chercher les angles qui ont lieu, & qu'on observe dans la Marine, afin d'appliquer ces principes à la pratique, d'une maniere convenable. Lorsqu'on navigue vent en poupe, on sçait déjà que $\alpha = 90°$: on aura, par conséquent (269.), $\tan \alpha = \frac{\text{Arc}(\Pi - \pi)}{\log. \sin \Pi - \log \sin \pi} = \infty$; ce qui donne $\sin \Pi = \sin \pi$, ou $\Pi = 180° - \pi$. Ces valeurs étant substituées dans celle de $\delta = \frac{1}{2}(\Pi + \pi) - \alpha$, (270.), il en résulte $\delta = 90° - 90° = 0$; ce qui indique que la Voile agit dans une direction perpendiculaire à la vergue, ce qui est d'ailleurs bien évident. Substituant de même les valeurs trouvées, & celles de $\beta = 90°$ dans l'expression de la force que fait la Voile suivant la quille, cette expression deviendra $= \frac{\frac{7}{10} mauh \sin(90° - \pi)}{\text{Arc}(90° - \pi)}$: de sorte qu'à mesure que π diminue, ou que la Voile prend une plus grande courbure, la force qu'elle produit devient moindre. L'action qu'elle exerce laté-

* Car $\cos \frac{1}{2}(\Pi - \pi) = \frac{\sin(\Pi - \pi)}{2 \sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}$, (Note de l'*Article* 263.).

ralement devient zéro, à cause de $cos\,\beta = 0$; & la valeur de ST n'est pas déterminée, parce qu'en substituant les valeurs trouvées dans l'expression de ST, on a $ST = \frac{rh}{0}(1 - 1)$.

(275.) Lorsqu'on navigue à la bouline, il est fort difficile d'avoir avec une exactitude suffisante la valeur de l'angle α, de même que celle de l'angle β, par des mesures prises à bord du Vaisseau; en conséquence, pour obtenir ces angles avec quelque précision, j'ai eu recours à un Modele très-parfaitement gréé: par ce moyen, j'ai trouvé qu'en se servant de *drosses* *, & en les larguant, & forçant les vergues contre les *haubans* & l'*étai*, j'ai trouvé, dis-je, qu'on peut *brasser les basses Voiles*, jusqu'à ce que leurs vergues forment avec la quille un angle de 35°; qu'en les brassant d'une maniere réguliere, sans rien forcer, elles en forment un de 40°, lequel peut augmenter jusqu'à 42° ½. Or, comme on sçait que dans ce cas l'angle que forme le vent avec la quille est réguliérement de 67° ½; il s'ensuit que l'angle α est de 25°. C'est donc précisément cet angle que, dans la pratique, les vergues forment avec le vent, lorsque le Vaisseau va à la bouline, & que les voiles sont bien orientées: de cette façon, on aura $\gamma = 60°$, en faisant usage de drosses; mais en brassant les Voiles sans elles, $\gamma = 65°$, & en brassant à l'ordinaire $\gamma = 67°\frac{1}{2}$, l'angle α demeurant toujours constant, & $= 25°$. Pour l'usage de notre exemple, nous pouvons prendre un milieu, & faire $\gamma = 65°$, $\alpha = 25°$, & par conséquent $\beta = 40°$. On remarquera cependant, que dans les vents forts les basses vergues, ainsi que tout l'*appareil*, peuvent se brasser davantage, à cause que les *haubans* de sous le vent sont alors très-lâches; car dans les vents médiocres, leur roideur s'oppose à ce qu'on puisse brasser les vergues au-delà d'un certain point. Les Voiles latines des Galeres, des Chebecs, &c., sont susceptibles d'être brassées beaucoup davantage.

(276.) Selon ce qu'on vient d'établir, on aura, pour les Vaisseaux allant à la bouline, $tang\,\alpha = 0{,}4663077 = \ldots\ldots\ldots \frac{Arc\,(\Pi - \pi)}{log.\,sin\,\Pi - log.\,sin\,\pi}$: mais cette équation ne peut donner la valeur de Π & π dans le cas extrême de $\Pi = \pi$, c'est-à-dire, dans le cas où le vent est infiniment petit, & la Voile plane, parce qu'il en résulte $0{,}4663077 = \frac{0}{0}$. Pour trouver ces angles, nous pouvons avoir re-

---

* Les *drosses* sont maintenant fort en usage pour les basses vergues. On les a substitués avec raison aux *racages* ordinaires, il en résulte de grandes commodités & de grands avantages pour brasser les Voiles sous un angle fort aigu, comme il convient souvent de le faire lorsqu'on navigue à la bouline.

que fait la Voile dans le sens de la quille (272.); cette force deviendra, pour le premier cas, $= \frac{\frac{1}{20}\, mauh\, \sin 25^\circ . \sin(26^\circ\, 39'\, \frac{3}{4})\, \sin(31^\circ\, 39'\, \frac{3}{4})}{Arc\,(26^\circ\, 39'\, \frac{3}{4})}$ $= \frac{1}{20}\, mauh . \frac{2138}{10000}$; & pour le second, la même force sera $= \ldots$ $\frac{\frac{1}{20}\, mauh\, \sin 25^\circ . \sin(43^\circ\, 56'\, \frac{1}{4})\, \sin(18^\circ\, 56'\, \frac{1}{4})}{Arc\,(43^\circ\, 56'\, \frac{1}{4})} = \frac{1}{20}\, mauh . \frac{1241}{10000}$; de sorte que cette derniere force n'est pas à proportion les $\frac{3}{4}$ de la premiere : mais cependant elle doit augmenter, à cause de la plus grande valeur de u. Substituant pareillement les mêmes valeurs dans l'expression de la force latérale que produit la Voile, cette force sera, pour le premier cas, $= \frac{1}{20}\, mauh . \frac{3468}{10000}$; & pour le second $= \frac{1}{20}\, mauh\, \frac{435}{1000}$; d'où l'on voit que la force latérale augmentant dans ce second cas, la dérive doit aussi augmenter. Enfin, les valeurs de α, δ, Π, π & β étant substituées dans celles de $ST = \frac{\frac{3}{4} h}{\cos(\beta - \delta)} \left(\cos \delta - \frac{\sin(\alpha - \pi)}{\sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)} \right)$, on aura, pour le premier cas, $ST = \frac{\frac{3}{4} h}{\cos(31^\circ 39' \frac{3}{4})} \left(\cos 8^\circ\, 20' \frac{1}{4}) - \frac{\sin(18^\circ 19' \frac{1}{2})}{\sin(26^\circ 29' \frac{3}{4})} \right) = \frac{173}{1000} . h$, & pour le second, $ST = \frac{\frac{3}{4} h}{\cos(18^\circ 56' \frac{1}{4})} \left(\cos 21^\circ\, 3' \frac{3}{4}) - \frac{\sin(22^\circ 52' \frac{1}{2})}{\sin(43^\circ 56' \frac{1}{4})} \right) = \frac{217}{1000} . h$.

(277.) Lorsque l'angle γ est donné, on peut déduire, avec une approximation suffisante, les angles α & β, que les Marins font former aux vergues, en naviguant vent largue, en divisant proportionnellement le mouvement circulaire de la vergue, & celui du vent, en cette maniere. En allant à la bouline, le vent forme avec la quille un angle de 65°; & en allant vent en poupe, cet angle est de 180° : ainsi, le mouvement circulaire du vent d'une situation à l'autre, est de $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$. En allant à la bouline, la vergue forme avec la quille un angle de 40°; & en allant vent en poupe, cet angle est de 90° : donc le mouvement circulaire de la vergue est de $90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$. Ainsi, le mouvement circulaire du vent est au mouvement circulaire de la vergue, comme 115 est à 50, ou, comme 23 est à 10. Cela posé, γ désignant l'angle que forme le vent avec la quille dans un cas quelconque, & β celui formé dans le même cas par la vergue & la quille, nous aurons, pour la proportion qu'on demande entre ces mouvements, $23 : 10 :: \gamma - 65^\circ : \beta - 40^\circ$; ce qui donne $\beta = \frac{10}{23}(\gamma + 27^\circ)$; valeur de l'angle que doit former la vergue avec la quille, la valeur de γ étant donnée, c'est-à-dire, de l'angle que forme la quille avec le vent; & comme on a $\gamma = \alpha + \beta$, cette valeur étant substituée dans l'équation, donnera $\alpha = \frac{1}{10}(13\beta - 270^\circ)$.

(278.) Dans le cas extrême où la vitesse du vent est infiniment

petite; c'eſt-à-dire, où la voile eſt plane, nous avons dit (276.) que $\delta = \frac{1}{2}(\pi + \Pi) - \alpha = 0$, & $\Pi = \pi$; ce qui donne $\alpha = \Pi = \pi = \frac{1}{10}(13\beta - 270^\circ)$; ainſi, en ſubſtituant la valeur de $\beta = \frac{10}{23}(\gamma + 27^\circ)$, on a $\alpha = \Pi = \pi = \frac{1}{23}(\gamma + 270^\circ)$; c'eſt la moindre valeur de Π, & la plus grande de π. A meſure que le vent augmentera, Π augmentera, & π diminuera, les valeurs de ces angles conſervant entre elles une relation telle que $tang\ \alpha = \frac{Arc(\Pi - \pi)}{log\ \frac{ſin\ \Pi}{ſin\ \pi}}$, ou $ſin\ \alpha =$ . . . .
$\frac{Arc(\Pi - \pi)}{\left(\left(log \frac{ſin\ \Pi}{ſin\ \pi}\right)^2 + Arc(\Pi - \pi)^2\right)^{\frac{1}{2}}}$, (268. *Note.*)

Examinons maintenant le cas dans lequel $\gamma = 134^\circ$, ou dans lequel le vent fait avec la quille, vers la poupe, un angle de 46°, on aura, dans ce cas, $\alpha = 64^\circ$, & $\beta = 70^\circ$. Suppoſons qu'avec un vent tel qu'on puiſſe faire ſervir toutes les Voiles, on ait $\Pi = 90^\circ$, on trouvera $\pi = 41^\circ\ 14'$: & ſi avec un vent fort nous ſuppoſons $\Pi = 110^\circ$, on trouvera $\pi = 27^\circ\ 20'\ \frac{1}{2}$. Dans le premier cas δ ſera $= 1^\circ\ 37'$; & dans le ſecond $\delta = 4^\circ\ 40'\ \frac{1}{2}$. La force que fait la Voile ſuivant la direction de la quille, ſera, dans le premier cas, $= \frac{1}{10}\ mauh. \frac{8116}{10000}$, & dans le ſecond $= \frac{1}{10}\ mauh. \frac{748}{1000}$. Enfin la valeur de ST ſera, dans le premier cas, $= \frac{844}{10000}.h$, & dans le ſecond $= \frac{475}{10000}.h$.

On peut de la même maniere réſoudre tous les autres cas du vent largue, ou conſtruire des Tables dans leſquelles on trouveroit au premier coup d'œil, la ſolution de tous les cas qui peuvent ſe préſenter.

(279.) Si au lieu de braſſer, ou d'orienter les Voiles avec la régularité qu'on vient de dire, on les braſſoit davantage au vent, les quantités trouvées varieroient: ſi au lieu d'avoir $\alpha = 64^\circ$, & $\beta = 70^\circ$, ayant $\gamma = 134^\circ$, on avoit $\alpha = 54^\circ$, & $\beta = 80^\circ$, & qu'avec un vent fraix on eût $\Pi = 110^\circ$, on trouveroit $\pi = 20^\circ\ 51'$; $\delta = 6^\circ\ 25'\ \frac{1}{2}$; la force de la Voile dans le ſens de la quille, feroit $= \frac{1}{10}\ mauh. \frac{7157}{10000}$, & $ST = \frac{3846}{10000}.h$: d'où l'on voit que, par cette ſeule altération, la force de la Voile eſt moindre, & que la valeur de ST devient plus grande.

(280.) Maintenant pour que, d'après ce que nous venons d'établir, nous puiſſions calculer effectivement la force que produi-

ſent les Voiles, il eſt néceſſaire que nous cherchions les valeurs de a & de h, qui ſont la hauteur & la largeur des Voiles, ou, ce qui revient au même, la valeur de leur produit ah, lequel exprime leur aire, ou le nombre de pieds quarrés contenus dans leur ſurface. Pour le Vaiſſeau de 60 canons, qui nous ſert d'exemple, ces valeurs ſont comme il ſuit :

TABLE de la ſurface de toutes les Voiles.

Noms des Voiles.	*Chûte.*	*Largeur moyenne.*	*Surface*
Grande Voile.	44	80	3520
Grand hunier.	56	65	3640
Grand hunier avec un ris pris.	48	$67\frac{1}{8}$	3222
avec deux ris.	40	$69\frac{1}{5}$	2768
avec trois ris.	32	$71\frac{1}{4}$	2280
Miſaine.	39	$66\frac{12}{13}$	2610
Petit hunier.	52	55	2860
Petit hunier avec un ris pris. .	$44\frac{4}{7}$	$56\frac{3}{5}$	2525
avec deux ris.	$37\frac{1}{7}$	$58\frac{1}{3}$	2167
avec trois ris.	$29\frac{5}{7}$	60	1783
Artimon.			1300
Perroquet de fougue.			1720
Grand perroquet.			1500
Petit perroquet.			1130
Civadiere.			1250
Foc			1060
Faux foc, ou contre foc.			410
Bonnette de grand hunier.			1100
Bonnette de petit hunier.			860
Bonnette baſſe.			1500
Grande Voile d'étai, Voile d'étai de hune, contre Voile d'étai, ou Voile d'étai volante.			700
Voile d'Etai d'artimon, de perroquet de fougue, & de grand perroquet.			400

Quel que ſoit le nombre des Voiles, ou des ſurfaces qu'on expoſe à l'action du vent, nous pourrons l'exprimer par A^2: & la force qu'elles exerceront ſera, par ce qu'on a dit (264.), $= \ldots \frac{\frac{1}{20} mA^2 u \sin \alpha \sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{Arc\, \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}$, ou en ſuppoſant $\frac{\sin \frac{1}{2}(\Pi-\pi)}{Arc\, \frac{1}{2}(\Pi-\pi)} = G$, cette force ſera $= \frac{1}{20} mA^2 Gu \sin \alpha$, m exprimant la denſité de l'eau, & α l'angle que forme la direction du vent avec la vergue. Mais on a vu (266.), que $\frac{1}{20} mA^2 u \sin \alpha$ exprime la force que fait la Voile, en la

fuppofant plane : ainfi, toutes les fois que G fera à peu près $= 1$, comme il arrive lorfqu'il y a peu de vent, & principalement lorfqu'on va vent largue, on pourra fuppofer la Voile plane pour ce qui concerne l'évaluation de fa force, & prendre pour l'expreffion de cette force, la quantité $\frac{1}{16} mA^2 u \sin \alpha$.

(281.) Nous avons befoin pareillement, pour la continuation de nos calculs, de trouver les moments verticaux avec lefquels agiffent ces voiles : or ces moments ne font autre chofe que le produit des forces que nous venons de trouver par les diftances verticales de l'axe horifontal qui paffe par le centre de gravité du Vaiffeau, & fur lequel il tourne, aux centres où fe réuniffent les forces de chaque Voile. Pour connoître ces moments, il eft clair que nous n'avons plus qu'à trouver les hauteurs verticales des centres des forces de chaque Voile ; & ces hauteurs feront connues, dès qu'on connoîtra le centre de leur furface, & fa fituation en hauteur à l'égard de la coque du Vaiffeau : ainfi, le calcul eft tout-à-fait fimple. Après avoir fait les opérations pour le Vaiffeau de 60 canons, on a trouvé les réfultats fuivants.

TABLE de la hauteur du centre des forces de chaque Voile.

Noms des Voiles.	*Hauteur.*
Le centre de la grande Voile.	42 P.
De la mifaine.	41
Du grand hunier tout déferlé.	91
avec un ris pris.	$87\frac{2}{3}$
avec deux ris.	$84\frac{1}{6}$
avec trois ris.	$80\frac{1}{2}$
Du petit hunier tout déferlé.	84
avec un ris.	$80\frac{4}{5}$
avec deux ris.	$77\frac{1}{2}$
avec trois ris.	74
De l'artimon.	47
Du perroquet de fougue.	75
Du foc à l'extrêmité du bout-dehors	73
Du faux foc.	58
Du grand perroquet.	133
Du petit perroquet.	123
De la grande Voile d'étai, & de celle d'artimon.	33
De la civadiere.	23
De la Voile d'étai de hune.	75
De la contre Voile d'étai	92
De la Voile d'étai de perroquet de fougue. . .	73
De la Voile d'étai de grand perroquet.	122

Si on multiplie maintenant la hauteur des centres de chacune de ces Voiles, par la force $\frac{1}{10}mA^2Gu\,sin\,\alpha$, qui lui correspond, A^2 exprimant la surface de la Voile dont on cherche le moment, le produit en exprimera la valeur; ou en nommant n cette hauteur, le moment cherché sera $= \frac{1}{10}mnA^2Gu\,sin\,\alpha$. On trouve dans la Table suivante les produits des élévations des centres, multipliées par les surfaces.

TABLE des surfaces de chaque Voile, multipliées par l'élévation de leur centre.

Noms des Voiles.	*Surfaces.*	*Élévations.*	*Produits* $= nA^2$.
De la grande Voile.	3520	42	147840
De la misaine.	2610	41	107010
Du grand hunier.	3640	91	331240
avec un ris.	3222	$87\frac{3}{7}$	282340
avec deux ris.	2768	$84\frac{1}{7}$	232854
avec trois ris.	2280	$80\frac{1}{2}$	183566
Du petit hunier.	2860	84	240240
avec un ris.	2525	$80\frac{4}{7}$	203964
avec deux ris.	2167	$77\frac{1}{2}$	167857
avec trois ris.	1783	74	131980
De l'artimon.	1300	47	61100
Du perroquet de fougue. . . .	1720	75	129000
Du foc.	1060	73	77380
Du faux foc.	410	58	23780
Du grand perroquet.	1500	133	199500
Du petit perroquet.	1130	123	138990
De la grande Voile d'étai. . .	700	33	23100
De la Voile d'étai d'artimon. . .	400	33	19800
De la civadiere.	1250	23	28750
De la Voile d'étai de hune. . .	700	75	52500
De la contre Voile d'étai . .	700	92	64400
De la Voile d'étai de perroquet de fougue.	400	73	29200
De la Voile d'étai de grand perroquet.	400	122	48800
Somme des produits pour toute la Voilure			1722630

Multipliant maintenant un nombre quelconque de ces produits par $\frac{1}{10}muG\,sin\,\alpha$, on aura le moment des Voiles qui leur correspondent.

(282.) Si on divise la somme des moments d'un nombre quel-

conque de Voiles par la somme de leurs forces, le quotient exprimera l'élévation du centre des forces de toutes ces Voiles au-dessus de l'horisontale qui passe par le centre de gravité du Vaisseau. De cette sorte, si $\frac{1}{10} mnA^2 Gu \sin \alpha$ représente cette somme des moments, n sera l'élévation du centre de toutes ces forces, ou de toutes ces Voiles : ainsi, $\frac{1}{10} muG \sin \alpha . 1722630$ étant l'expression du moment de toutes les Voiles qui servent en allant à la bouline, & $\frac{1}{10} muG \sin \alpha . 24400$, la somme de leurs forces, l'élévation du centre des Voiles au-dessus de l'horisontale qui passe par le centre de gravité du Vaisseau, sera $n = \frac{1722630}{24400} = 70$ pieds $\frac{1}{2}$; c'est-à-dire que, dans quelque cas que ce soit, l'élévation dont il est question sera le quotient qui résulte de la division de la somme des produits exprimés dans la Table précédente, par la somme des surfaces. Ainsi en naviguant seulement avec la grande Voile, la misaine, les huniers avec un ris pris, le perroquet de fougue, & le faux foc, la somme des produits est $= 893928$, & celle des surfaces $= 14107$: par conséquent, le centre de ces Voiles sera élevé de 63 pieds $\frac{1}{3}$. Les produits pour les deux basses Voiles seules $= 254850$, & leur surface $= 6130$: donc l'élévation du centre de leurs forces sera de 41 pieds $\frac{1}{2}$; il en est de même des autres Voiles.

(283.) Dans les Vaisseaux qui portent des appareils proportionnels aux dimensions linéaires de leurs carenes, ou de leurs largeurs, comme les Marins le pratiquent pour l'ordinaire ; les surfaces des Voiles, sont comme les quarrés de ces dimensions, & les moments comme leurs cubes : si donc m représente la largeur du Vaisseau de 60 canons, & M celle d'un autre Vaisseau quelconque, le moment des Voiles du premier, sera au moment de celles du second, comme m^3 est à M^3. Ainsi le moment de toutes les Voiles pour le Vaisseau de 70 canons, dont les dimensions linéaires sont à celles du Vaisseau de 60 canons, comme 8 est à 7, sera $\frac{512}{343} . \frac{1}{10} mu G \sin \alpha . 1722630 = \frac{1}{10} mu G \sin \alpha . 2571390$: il en sera de même des autres Vaisseaux & des autres Voiles.

(284.) De même que nous avons calculé le moment de l'élévation du centre des Voiles, relativement à l'action verticale ; nous avons besoin de calculer le même moment, pour ce qui concerne l'action horisontale, qui est celle dont dépend le manege, ou le gouvernement du Vaisseau. Pour remplir cet objet, nous devons déterminer la situation des mâts, ou la distance dont le centre des forces de chaque Voile est éloigné de l'axe vertical qui passe par le centre de gravité du Vaisseau : car le produit de la force de chaque Voile par cette distance, sera l'expression de son moment, & la

somme de tous ces produits divisée par celle des forces, donnera la distance horisontale du centre commun de toutes ces forces à l'axe vertical qui passe par le centre de gravité du Vaisseau.

(285.) Les Constructeurs suivent, pour l'ordinaire, des regles qu'ils se sont faites pour l'emplacement, ou la situation des mâts, & ils les emploient indifféremment, quelle que soit la figure du Vaisseau, tandis qu'à cet égard le principal objet devroit être d'établir un équilibre parfait, comme on le verra dans son lieu. Les uns placent le grand mât de $\frac{1}{6}$ de la longueur plus à la poupe que le milieu du Vaisseau, d'autres de $\frac{1}{22}$ seulement. Les premiers placent le mât de misaine, distant de la proue, de $\frac{1}{8}$ de la longueur, & les seconds seulement de $\frac{1}{10}$: le mât d'artimon, suivant les premiers, est distant de l'étambot des $\frac{3}{16}$ de la longueur, & suivant les seconds des $\frac{4}{23}$. Le Vaisseau de 60 canons, qui nous a servi d'exemple, avoit ses mâts placés suivant la méthode des seconds: c'est-à-dire, que le grand mât étoit à la poupe du milieu du Vaisseau de 6 pieds $\frac{10}{11}$; le mât de misaine étoit éloigné du même milieu de 60 pieds $\frac{4}{7}$; & le mât d'artimon étoit à 49 pieds $\frac{13}{23}$ à la poupe: mais, comme nous l'avons vu (140.), le milieu du Vaisseau étoit de $\frac{3}{7}$ de pied à la poupe du centre de gravité: donc le grand mât étoit éloigné du centre de gravité de 7 pieds $\frac{8}{23}$; le mât de misaine de 60 pieds $\frac{7}{11}$; & le mât d'artimon de 49 pieds $\frac{31}{33}$. On voit, d'après cela, que le centre des forces horisontales de la grande Voile, du grand hunier, & du grand perroquet, peut être supposé à la distance de 7 pieds du centre de gravité, à cause que les deux dernieres Voiles sont de quelque chose plus avancées vers la proue que la premiere. Le centre des forces de la misaine, du petit hunier, & du petit perroquet, peut pareillement être supposé à la distance de 61 pieds; & celui du perroquet de fougue, à 50 pieds, parce que ce mât tombe un peu vers la poupe. L'artimon a son centre à 65 pieds. Le grand foc qui est amuré à l'extrêmité du *bout dehors*, a son centre à 100 pieds; & le contre foc, ou faux foc, à 90 pieds. Maintenant si chacune de ces distances est multipliée par la force des Voiles, auxquelles elle correspond, on aura le moment horisontal de cette force: & la somme de tous ces moments étant divisée par la somme des forces, donnera la distance horisontale du centre commun des forces de toutes les Voiles, à la verticale qui passe par le centre de gravité du Vaisseau; ou, ce qui est la même chose, la somme des produits de chacune des distances, par les surfaces des Voiles correspondantes, étant divisée par la somme des surfaces, donnera la même distance horisontale.

Or, nous avons, pour le grand mât, le produit (3520+3640+1500).7=60620; pour le mât de misaine (2610+2860+1130).61=402600; pour le perroquet de fougue 1720.50 = 86000; pour l'artimon, 1300.65 = 84500; pour le foc, 1060.100 = 106000; & pour le faux foc, 410.90=36900. Les produits pour le grand mât & pour le mât d'artimon, font ensemble 231120, & ceux pour le mât de misaine, le foc, & le faux foc, font 545500. Retranchant maintenant les premiers produits qui obligent le Vaisseau à venir au vent, des derniers qui l'obligent à arriver; il reste, pour les moments qui produisent cette derniere action, 314380, lesquels étant divisés par la somme 19750 des surfaces; il vient au quotient 16 pieds $\frac{?}{7}$, distance horisontale du centre commun des forces des Voiles dont nous venons de parler, à la verticale qui passe par le centre de gravité du Vaisseau. Comme la plus grande élévation qu'on donne à la poupe, équivaut à une surface qui agit de la même maniere que les Voiles qui font venir le Vaisseau au vent: nous ne devons pas omettre de considérer son effet. La surface de la poupe peut être évaluée à 540 pieds, & son centre de force est éloigné de la verticale qui passe par le centre de gravité du Vaisseau, de 50 pieds: partant, son moment est de 27000 pieds. En outre, il faut encore considérer que l'inclinaison du foc & du faux foc, à l'égard de l'horison, diminue beaucoup leur force. Selon ce qu'on a dit, (*Tome I*, 654.) la force est en raison directe, composée de l'aire verticale, & du sinus d'incidence; mais l'aire verticale diminue comme le même sinus; donc elle sera comme le quarré de ce sinus. L'inclinaison du foc est à peu près de 45° : ainsi, le quarré de son sinus sera $=\frac{1}{2}$, le rayon étant l'unité : par conséquent la diminution de la force est de la moitié; & il en est de même pour le moment qui se réduit à 53000: c'est le même que celui qui résulteroit, si l'aire de la Voile, au lieu d'être = 1060, étoit seulement de 530, c'est-à-dire, de la moitié de ce qu'elle est réellement. L'inclinaison du faux foc, à l'égard de la verticale, est moindre, elle va seulement à 30°; par conséquent sa force diminue dans la raison de 4 à 3: son moment sera donc = 27675, & l'aire correspondante = 307 $\frac{1}{2}$. Retranchant maintenant la diminution des moments des focs de la somme 554500 des moments que nous avons trouvés ci-dessus, & qui tendent à faire arriver le Vaisseau, ils se réduiront à 492275 pour ce qui concerne le même effet. On trouvera de la même maniere que la somme des moments pour faire venir au vent est= 258120, en ajoutant aux 231120, que nous avons trouvés ci-dessus, ceux qui procedent

procedent de l'aire de la poupe. Faisant ensuite une opération analogue pour ce qui concerne les surfaces, on en trouvera la somme $= 19657\frac{1}{4}$, & divisant par ce nombre la différence des moments $492275 - 258120 = 234155$, on trouvera à peu près 12 pieds pour le quotient ; c'est la vraie distance horisontale du centre commun de toutes les forces, à la verticale qui passe par le centre de gravité de tout le Vaisseau.

(286.) On peut trouver de la même maniere le centre commun des forces de quelque autre assemblage de Voiles que ce soit ; mais on observera que, connoissant déjà les moments 234155, & les surfaces $19657\frac{1}{4}$ des Voiles ci-dessus, l'opération deviendra très-facile, lorsqu'il sera question d'en retrancher quelqu'unes. Supposons, par exemple, qu'on veuille supprimer les perroquets ; le moment du grand perroquet agit pour faire venir au vent, & est $= 1500.7 = 10500$; & celui qui correspond au petit perroquet agit pour faire arriver, & est $= 1130.61 = 68930$: ajoutant le premier de ces moments, & retranchant le second de la somme trouvée 234155, il restera 185715, qui, divisé par la somme des surfaces $19657\frac{1}{4} - 1500 - 1130 = 17027\frac{1}{4}$, donnera au quotient 10 pieds $\frac{9}{11}$, pour la distance horisontale du centre des forces, à la verticale qui passe par le centre de gravité du Vaisseau. Supposons encore qu'outre les perroquets, on supprime aussi le foc. Son moment est 53000, lequel étant retranché de 185715, il reste 132715 ; & ce reste étant divisé par l'aire $17027\frac{1}{4} - 530 = 16497\frac{1}{2}$; on aura au quotient 8 pieds, à peu près ; c'est la distance horisontale du centre des forces à la verticale du centre de gravité. Supposons maintenant qu'outre ces Voiles retranchées, on prenne ensuite un ris dans chaque hunier ; le moment de la partie retranchée dans l'un, sera $= 418.7 = 2926$, & celui de la partie retranchée dans l'autre, sera $= 335.61 = 20435$: par conséquent, la distance horisontale sera alors $= \frac{132715 - 20435 + 2926}{16497\frac{1}{2} - 418 - 335} = 7\frac{1}{3}$. Enfin, si l'on cargue l'artimon, dont le moment est de 84500, & la surface de 1300 ; la distance horisontale du centre des forces, à la verticale qui passe par le centre de gravité, deviendra $= \frac{199706}{14444} = 13$ pieds $\frac{4}{5}$. Si l'on veut avoir égard à la courbure des Voiles, il faudra retrancher, de toutes ces déterminations, ou de la distance horisontale du centre des forces, à la verticale du centre de gravité, la valeur de ST qu'on a trouvée précédemment, (273 & 276.) ; & on aura, par cette correction, la vraie situation du centre des forces : mais nous ré-

PLANCHE VIII. serverons cet article pour quand nous traiterons du manege, ou du gouvernement du Vaisseau, parce que c'est l'endroit où nous avons besoin d'avoir égard à cette circonstance.

CHAPITRE II.

Du Gouvernail.

(287.) Nous avons déjà dit (9.), que le Gouvernail est une piece de bois plane des deux côtés, ou un assemblage de pieces, placé verticalement sur des gonds, à l'extrêmité de la poupe, c'est-à-dire, à l'étambot. Cette piece, en tournant sur ses gonds, peut passer vers la droite ou vers la gauche du Vaisseau; & en s'opposant au courant des eaux par ce côté, elle peut faire naître une nouvelle puissance qui oblige tout le Vaisseau à tourner, ou dont l'effet est de faire équilibre aux puissances étrangeres, qui agiroient pour le détourner de la direction qu'on veut qu'il tienne. La théorie de cet instrument, ou machine, a été donnée par plusieurs Géometres; mais tous se sont fondés sur le principe que les résistances, ou actions que les eaux exercent sur le Gouvernail, suivent la raison des quarrés des vîtesses du fluide, & celle des quarrés des sinus des angles d'incidence. Ils n'ont pu tirer de ce principe aucune conséquence sur la figure la plus avantageuse qu'on pourroit donner au Gouvernail; & cependant l'expérience a appris que c'est celle d'un trapese plus large par la partie inférieure que par la supérieure, tel que l'usage de toutes les nations l'a établi, & tel que nous l'avons supposé, *Art.* 182. Mais notre nouveau principe détermine cette figure conformément à la pratique, ainsi que nous le verrons en son lieu. Nous avons dit, *Art.* 18, que, pour l'ordinaire, l'étambot a une inclinaison, ou quête, vers l'arriere; par conséquent le Gouvernail, qui lui est assujetti, a la même inclinaison, c'est ce qui est cause qu'en passant d'un côté à l'autre de l'étambot, & hors de la direction de la quille, il cesse d'être vertical, comme il l'est dans la premiere situation, c'est-à-dire, lorsqu'il est dans une même direction avec la quille. Toutes ces circonstances compliquent davantage la théorie du Gouvernail, mais elle ne nous fournira pas moins les régles & les lumieres qui doivent nous conduire.

FIG. 40. (288.) Soit $BDEC$ la projection verticale du Gouvernail, BD sa largeur à la superficie de l'eau, & EC la même largeur dans son extrêmité inférieure. Soit, en outre, $DB = CH = b$; $EH = e$; la hau-

teur verticale comprise depuis DB jusqu'à $EC = a$; une partie quelconque de cette hauteur, comptée jusqu'à une différencielle horisontale, où l'abscisse $= x$, & l'ordonnée correspondante $= y$. Cela posé, on aura $a : e :: x : \frac{ex}{a}$, &, par conséquent, $y = b + \frac{ex}{a}$. La force des eaux sur une différencielle de la surface sera $= \frac{mydx \sin x}{\sin n}$ $(x^{\frac{1}{2}} \pm \frac{1}{2} u \sin \theta)^2$ (*Tome I*, 594.), & la résistance $= \frac{muy \sin x \sin \theta}{2 \sin n} x^{\frac{1}{2}} dx$ (*Ibid.* 652, 654, 655, 658 & 670.) ; mais, à cause de l'inclinaison du Gouvernail qui résulte de la quête de l'étambot, il faut remarquer que $\sin n$ est moindre que le rayon, ou que l'unité, &, par la même raison, que x ni θ ne sont les angles que forme la direction horisontale BA de l'eau, avec les différencielles horisontales NT du Gouvernail, en supposant que cette Figure soit une projection horisontale de la quille & du Gouvernail. Si nous nommons donc λ l'angle TAB que forme la direction de l'eau avec la différencielle horisontale du Gouvernail, on aura (*Tome I*, 584.), $\sin \theta = \sin n . \sin \lambda$, & $\sin x = \sin n . \cos \lambda$, en supposant que AQ, perpendiculaire à la quille, soit la direction suivant laquelle on cherche l'effet de la force * : parce qu'en effet c'est seulement la force qui agit dans cette direction qui tend à produire la rotation du Vaisseau ; celle qui est dirigée suivant BA, ou parallélement à la quille, ne produisant d'autre effet que de retarder la marche du Vaisseau, sans nullement le faire tourner **. Ces

PLANC. VIII.

FIG. 41.

---

* Car l'angle exprimé par λ qui entre dans l'expression de $\sin x$, (*Tome I*, 573.) est représenté ici par l'angle TAQ, les deux lignes TA & AQ étant horisontales. Or, cet angle est le complément de l'angle TAB que l'Auteur exprime ici par la même lettre λ : donc, dans la valeur de $\sin x$, trouvée à l'*Art.* cité ; c'est-à-dire, dans la valeur du sinus de l'angle formé par la surface du Gouvernail, avec la direction AQ, perpendiculaire à la quille, & suivant laquelle on cherche l'expression de la force, on doit mettre $\cos \lambda$ à la place de $\sin \lambda$; après toutefois avoir fait $\sin \mu = 1$, & $\cos \mu = 0$, attendu que le mouvement est horisontal, (*ibid.* 577 & 584.). Ce n'est pas la même chose pour la valeur de $\sin \theta$, ou de l'angle formé par la direction BA, suivant laquelle se fait le choc, avec la surface du Gouvernail ; c'est l'angle même $TAB = \lambda$ qui entre dans son expression..

** Cette assertion ne nous paroît pas rigoureusement exacte ; car la force dirigée suivant BA, ou parallélement à la quille, ou plutôt la résultante de toutes les actions partielles qui agissent dans cette direction, passant par le centre des résistances qu'éprouve la surface du Gouvernail, il est évident qu'elle ne passe pas par le centre de gravité du Vaisseau ; ainsi (*Tome I*, 128, & *suiv.*) elle doit produire un mouvement de rotation autour de l'axe vertical qui passe par ce centre. Le moment de cette force conspire avec celui de la force perpendiculaire pour faire tourner le Vaisseau dans le même sens. C'est sans doute la petitesse de ce moment qui fait dire à l'Auteur que la force suivant la quille n'a d'autre effet que de retarder le sillage.

Ces deux forces peuvent encore produire d'autres mouvements de rotation ; sçavoir, autour de deux axes horisontaux perpendiculaires entr'eux, & passant par le centre de gravité, l'un dirigé suivant la quille, & l'autre dirigé, par conséquent, dans le sens de la largeur. Car, pour que ces forces n'en produisissent point, il faudroit que le centre des résistances du Gouvernail, & le centre de gravité du Vaisseau, fussent dans un même plan horisontal ; ce qui n'a jamais lieu. De-là on voit que l'action seule du Gouvernail, indé-

PLANC. VIII. valeurs de $\sin\theta$, $\sin x$, & de y, étant substituées dans la formule, elle deviendra $\frac{1}{2} mux^{\frac{1}{2}}dx\left(b+\frac{ex}{a}\right)\sin n.\sin\lambda.\cos\lambda$; d'où, en intégrant, on tire la valeur de toute la force avec laquelle le Gouvernail agit, suivant la perpendiculaire à la quille, $=$ .... $\frac{1}{2}mu\left(\frac{2}{3}ba^{\frac{3}{2}}+\frac{2ex^{\frac{5}{2}}}{5a}\right)\sin n.\sin\lambda.\cos\lambda$; ou, en faisant $x=a$, $=$ $mu\left(\frac{1}{3}ba^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{5}ea^{\frac{3}{2}}\right)\sin n.\sin\lambda.\cos\lambda = \frac{1}{15}mua^{\frac{3}{2}}(5b+3e)\sin n.\sin\lambda.\cos\lambda$. Soit supposé maintenant $b+e=g$, c'est-à-dire, égal à toute la base inférieure du Gouvernail, & A^2 égal à toute sa surface, qui est exprimée par $\frac{1}{2}ea+ba$: d'après ces suppositions, nous aurons $b=\frac{2A^2}{a}-g$, & $e=2g-\frac{2A^2}{a}$; & ces valeurs étant substituées dans la formule, la changent en celle-ci, ... $\frac{1}{15}mua^{\frac{3}{2}}\left(\frac{4A^2}{a}+g\right)\sin n.\sin\lambda.\cos\lambda = \frac{1}{15}mua^{\frac{1}{2}}(4A^2+ga)\sin n.\sin\lambda.\cos\lambda$.

(289) Pour que la formule ne renferme plus que des quantités connues, il ne nous reste plus qu'à y substituer la valeur de $\sin n$: or cette quantité est variable, à cause de la quête de l'étambot, & dépend de $\sin\lambda$. Lorsque $\sin\lambda=0$, ou que le Gouvernail est dans la même direction que la quille, on a $\sin n=1$ *; & lorsque $\sin\lambda=1$, alors $\sin n$ est égal au sinus de l'angle que forme l'étambot avec la quille.
FIG. 42. La quille étant donc représentée par QA; BC représentant l'étambot; $BDEC$ le Gouvernail; & ayant abaissé les perpendiculaires BF & FG, la premiere sur la quille, & la seconde sur le Gouvernail, $\sin n$ sera le sinus de FGB. Pour trouver sa valeur, on fera $CF=h$; & dans le triangle CFG on aura, $1:\sin\lambda::h:FG=h\sin\lambda$; de plus, dans le triangle BFG, on aura pareillement $BG=\sqrt{a^2+h^2\sin\lambda^2}:BF=a::1:\sin n=\frac{a}{\sqrt{a^2+h^2\sin\lambda^2}}$. Cette valeur étant substituée dans la formule, la changera en celle-ci, $\frac{mua^{\frac{1}{2}}(4A^2+ga)\sin\lambda.\cos\lambda}{15\sqrt{a^2+h^2\sin\lambda^2}}$.

(290.) Nous pouvons encore renfermer dans cette formule l'effet de la dérive, parce que, lorsque le Vaisseau ne suit pas la direction du vent, il est poussé non seulement dans la direction de la quille, mais encore latéralement, c'est-à-dire, perpendiculairement à son côté;

---

pendamment de toute autre cause, peut donner une légere inclinaison au Vaisseau, tant dans le sens de sa longueur que latéralement. Mais comme la distance verticale entre les plans horisontaux qui passent par le centre de gravité du Vaisseau, & par celui des résistances du Gouvernail, est ordinairement assez petite; ces inclinaisons ne méritent aucune attention.

* Car alors le plan du Gouvernail est vertical, & n qui (*Tome I*, 659.) exprime l'angle formé par sa surface avec une ligne horisontale, perpendiculaire à la base de la différencielle, est un angle droit.

& en conséquence, la route qu'il suit est oblique à l'égard de la quille, comme nous l'avons déjà dit (4.). Cela posé, si l'on appelle ϵ l'angle de la dérive que le Vaisseau prend; en ayant égard à cet élément, la force que fait le Gouvernail perpendiculairement à la quille, sera $= \frac{mua^{\frac{5}{2}}(4A^2+ga)\sin(\lambda\pm\epsilon)\cos\lambda}{15\sqrt{a^2+h^2\sin\lambda^2}}$ * : le signe supérieur ayant lieu lorsque la barre du Gouvernail est tournée pour faire arriver, & l'inférieur lorsqu'elle est tournée pour faire venir au vent. PLANC. VIII

(291.) Il suit évidemment de cette formule, que plus la vitesse u du Vaisseau sera grande, plus le Gouvernail aura de puissance pour le faire tourner, c'est-à-dire, pour produire les effets nécessaires à son manege. Pareillement, plus la hauteur verticale du Gouvernail sera grande, plus aussi la même force sera grande; qu'à angles égaux du Gouvernail, sa force est plus grande pour faire arriver que pour faire venir au vent; & enfin, que plus h sera petite, ou moins la quête de l'étambot sera grande, plus aussi la force du Gouvernail augmentera : de sorte que, si ce n'étoit à cause que les coups de mer sont alors plus dangereux, en ce que le Vaisseau en éprouve davantage l'action à mesure que la quête de l'étambot est plus petite, cette considération nous porteroit à la supprimer entiérement, ce qui réduiroit la formule à $\frac{2}{15} mua^{\frac{5}{2}}(4A^2+ga)\sin(\lambda\pm\epsilon)\cos\lambda$. Beaucoup de Vais-

---

* Car nous venons de voir, (288.) que la force perpendiculaire à la quille est exprimée par $\frac{2}{15} mua^{\frac{5}{2}}(4A^2+ga)\sin\eta.\sin\lambda.\cos\lambda$; mais $\sin\eta.\sin\lambda = \sin\theta =$ le sinus de l'angle que forme la direction du mouvement avec la surface du Gouvernail. Donc cette force $= \ldots\ldots$ $\frac{2}{15} mua^{\frac{5}{2}}(4A^2+ga)\sin\theta.\cos\lambda$. Lorsqu'il y a de la dérive, toutes les parties du Vaisseau, & par conséquent celles du Gouvernail, choquent en même temps le fluide dans la direction de la quille, & dans une direction perpendiculaire au côté : & c'est en vertu de la résultante de ces deux actions, que le Vaisseau prend une direction oblique à sa quille; ainsi chaque partie est choquée dans une direction intermédiaire. Si, par exemple, le point A du Gouvernail, reçoit un choc dans la direction AC, en vertu du mouvement direct qui le feroit passer de A en C, pendant un temps infiniment petit; & si, dans le même temps, il reçoit un choc dans la direction AE, en vertu du mouvement latéral qui le feroit passer de A en E; il est évident qu'en vertu de ces deux actions simultanées, le Gouvernail est choqué dans la direction AD, qui est la diagonale du parallélogramme, formé sur les directions AC, AE, (*Tome I*, 57 & 58); il en sera de même de tous les autres points du Gouvernail; ainsi, les différencielles horisontales du Gouvernail, frapperont le fluide sous l'angle TAD. FIG. 41, N°. 1.

L'angle CAD qui est égal à l'angle formé par la direction de la route, & celle de la quille est égal à l'angle de la dérive que l'Auteur à exprimé par ϵ ; ainsi, $TAD = TAC + CAD = \lambda + \epsilon$; &, par conséquent, le nouvel angle θ est tel que $\sin\theta = \sin\eta.\sin(\lambda+\epsilon)$. Nous avons supposé, dans cette explication, que le Gouvernail est tourné pour faire arriver le Vaisseau; mais si dans la disposition marquée par la Figure, il étoit tourné pour le faire venir dans le vent, l'explication qu'on vient de donner s'appliqueroit mot à mot à la *Fig.* 42, *N°.* 2; & l'angle TAD seroit alors $= TAC - CAD = \lambda - \epsilon$; d'où il suit que $\sin\theta = \sin\eta.\sin(\lambda-\epsilon)$: donc en réunissant ces deux expressions dans une, on a $\sin\theta = \sin\eta.\sin(\lambda\pm\epsilon)$. Substituant cette valeur, ainsi que celle de $\sin\eta$, dans l'expression de la force, elle deviendra telle que l'Auteur la donne. FIG. 42, N°. 2.

ſeaux ont cependant été conſtruits ſans aucune quête; mais comme il n'eſt pas néceſſaire que le Gouvernail ait tant de force, attendu que l'expérience journaliere fait voir que, ſans cette extrême puiſſance, le Gouvernail produit tout l'effet qui peut être néceſſaire; il ſeroit imprudent de s'expoſer aux accidents qui peuvent arriver dans une tempête, pour chercher à ſe procurer un avantage ſi médiocre. On peut, malgré cela, employer cette derniere formule, parce qu'on ne doit pas donner à l'étambot la quête exceſſive qu'anciennement on étoit dans l'uſage de lui donner; &, dans ce cas, la quantité h eſt très-petite, & par conſéquent, ſuſceptible d'être négligée *.

(292.) Pour ce qui concerne l'angle λ que doit former le Gouvernail avec la quille, il eſt évident que, lorſque $\lambda = 0$, l'expreſſion de la force ſe change en $\frac{2}{15} mua^{\frac{1}{2}}(4A^2 + ga) \mathit{ſin} \pm \epsilon$: de ſorte que cette force eſt poſitive pour arriver, negative pour venir au vent, & $= 0$ lorſque la dérive eſt nulle; la force eſt encore $= 0$, lorſque $\lambda = 90°$, ou que le Gouvernail eſt dans une ſituation perpendiculaire à la quille **.

---

* La quête que les Conſtructeurs donnent aujourd'hui à l'étambot, eſt très-petite; ainſi la quantité h eſt fort petite, & peut, par conſéquent, être négligée.

** Cela eſt évident par la formule, mais on peut d'ailleurs le rendre ſenſible ſans en faire uſage; car le Gouvernail ne choque alors le fluide qu'en vertu du mouvement direct, & nullement en vertu du mouvement latéral, puiſque ce dernier ſe fait dans une direction parallele à la ſurface du Gouvernail. Or, dans ce cas le Gouvernail choque le fluide perpendiculairement, & il n'en peut réſulter d'action parallélement à ſa ſurface; c'eſt-à-dire, perpendiculairement à la quille.

Au reſte, quoique dans le cas de $\mathit{ſin}\ \lambda = 90°$, la formule s'évanouiſſe, on auroit tort d'en conclure que l'effet du Gouvernail ſera nul, quant au mouvement de rotation. Ce réſultat indique ſeulement que la force perpendiculaire à la quille eſt alors nulle; car la formule n'eſt que l'expreſſion de cette derniere force. Il reſte, dans ce cas, la force parallele à la quille, qui eſt alors preſque dans ſon *maximum*, ainſi que nous l'allons faire voir.

La force dans une direction quelconque $= \frac{muy\, \mathit{ſin}\, x . \mathit{ſin}\, \theta}{2 \mathit{coſ}\, \epsilon} x^{\frac{1}{2}} dx = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\frac{1}{2} muy\, x^{\frac{1}{2}} dx \frac{\mathit{ſin}\, x . \mathit{ſin}\, \theta}{\mathit{ſin}\, \epsilon}$. Subſtituant pour y ſa valeur $b + \frac{ex}{a}$, puis intégrant, comme dans l'*Article* 288, & mettant pour b & e leurs valeurs, ainſi que A^2 pour toute la ſurface du Gouvernail, on aura $\frac{1}{15} mua^{\frac{1}{2}} (4A^2 + ag) \frac{\mathit{ſin}\, x . \mathit{ſin}\, \theta}{\mathit{ſin}\, \epsilon}$. Mais puiſque le mouvement eſt ſuppoſé horiſontal, $\mathit{ſin}\, \theta = \mathit{ſin}\, \lambda . \mathit{ſin}\, \epsilon$ (*Tome I, Art.* 584.); & puiſqu'il s'agit de la force parallele à la quille, ou ſuivant la direction du mouvement, $\mathit{ſin}\, x = \mathit{ſin}\, \theta$, (*ib.* 572.). Donc, en ſubſtituant ces valeurs dans la formule, avec celle de $\mathit{ſin}\, \epsilon$, trouvée *Art.* 289, cette force dans le ſens de la quille ſera $= \frac{mua^{\frac{3}{2}} (4A^2 + ga)\, \mathit{ſin}\, \lambda^2}{15 \sqrt{a^2 + h^2 \mathit{ſin}\, \lambda^2}}$, lorſqu'il n'y a point de dérive, ou, en négligeant l'effet de la quête, elle eſt ſeulement $\frac{1}{15} mua^{\frac{3}{2}} (4A^2 + ga)\, \mathit{ſin}\, \lambda^2$.

Pour renfermer dans cette formule l'effet de la dérive, je conſidere que ſous une même inclinaiſon du Gouvernail, $\mathit{ſin}\, x$, ainſi que $\mathit{ſin}\, \epsilon$ ſont des quantités conſtantes; mais que $\mathit{ſin}\, \theta$ varie, & n'eſt plus égal à $\mathit{ſin}\, x$, puiſqu'il ne s'agit plus d'avoir la force dans la di-

(293.) Il y a donc un angle moyen du Gouvernail avec la quille qui doit produire la plus grande force qu'il est possible, & il ne peut être que très-avantageux de le connoître, afin de pouvoir en profiter dans l'occasion. Pour y parvenir, il faut égaler à zéro la différencielle de $\sin(\lambda \pm \epsilon)\cos\lambda$, & nous aurons $\cos(\lambda \pm \epsilon)\cos\lambda - \sin\lambda . \sin(\lambda \pm \epsilon) = 0$ *, ou $\frac{\sin\lambda}{\cos\lambda} = \frac{\cos(\lambda \pm \epsilon)}{\sin(\lambda \pm \epsilon)}$; expression qui se réduit à $\tang\lambda = \frac{1}{\tang(\lambda \pm \epsilon)}$, d'où l'on tire $\tang\lambda . \tang(\lambda \pm \epsilon) = 1$. On voit donc que les deux angles λ & $\lambda \pm \epsilon$, joints ensemble, doivent former 90° **, c'est-à-dire que $\lambda + \lambda \pm \epsilon = 90^\circ$; ce qui donne $\lambda = 45^\circ \mp \frac{1}{2}\epsilon$: c'est l'expression de l'angle que doit former le Gouvernail avec la quille, pour qu'il fasse le plus grand effet possible. Ainsi, la dérive étant de 10°, l'angle formé sous le vent doit être de 40°, & celui du vent de 50°.

(294.) Si l'on substitue la valeur de l'angle λ dans la valeur trouvée ci-dessus de la force du Gouvernail, la plus grande force avec laquelle le Gouvernail fera tourner le Vaisseau sera $= \ldots\ldots\ldots$ $\frac{2}{15} m u a^{\frac{1}{2}}(4A^2 + ga)\sin(45^\circ \pm \frac{1}{2}\epsilon)\cos(45^\circ \mp \frac{1}{2}\epsilon)$; mais comme $\sin(45^\circ \pm \frac{1}{2}\epsilon) = \cos(45^\circ \mp \frac{1}{2}\epsilon)$, cette plus grande force se réduit à $\frac{2}{15} m u a^{\frac{1}{2}}(4A^2 + ga)\sin(45^\circ \pm \frac{1}{2}\epsilon)^2$ ***.

---

rection du mouvement. Donc, conformément à la *Note* de l'*Art.* 290. Le nouveau $\sin\theta$ sera $= \sin(\lambda \pm \epsilon)\sin\eta$. Substituant cette valeur, ainsi que celle de $\sin x = \sin\lambda . \sin\epsilon$, & celle de $\sin\eta$, qui est toujours la même, on aura, pour la force dans le sens de la quille, lorsqu'il y a de la dérive, la quantité $\frac{m u a^{\frac{1}{2}}(4A^2 + ga)\sin(\lambda \pm \epsilon).\sin\lambda}{15\sqrt{a^2 + h^2 \sin\lambda^2}}$, ou, en négligeant l'effet de la quête, $\frac{2}{15} m u a^{\frac{1}{2}}(4A^2 + ga)\sin(\lambda \pm \epsilon)\sin\lambda$. Lorsque $\sin\lambda = 0$ cette force s'évanouit, parce que d'ailleurs le Gouvernail n'est point choqué en vertu du mouvement direct, il ne l'est qu'en vertu du mouvement latéral, mais comme ce choc se fait perpendiculairement, il n'en peut résulter d'action parallélement à la quille. Cette force, dans le sens de la quille, peut être plus grande que la force perpendiculaire, selon la valeur de l'angle λ du Gouvernail; mais comme elle agit à l'extrémité d'un levier très-court, attendu le peu de largeur du Gouvernail, & qu'on ne lui fait pas former des angles fort ouverts, son moment pour faire tourner le Navire ne peut être que très-petit.

* Il est inutile, je pense, d'avertir qu'on suppose ici la dérive constante.

** Car $\tang\lambda : 1 :: 1 : \cot\lambda$, & $\tang\lambda : 1 :: 1 : \tang(\lambda \pm \epsilon)$; donc $\tang(\lambda \pm \epsilon) = \cot\lambda$, &c. &c.

*** Si on veut avoir l'angle λ qui peut produire la plus grande force dans le sens de la quille, on le trouvera en égalant à zéro la différencielle de $\sin(\lambda \pm \epsilon)\sin\lambda$; ce qui donnera $\cos\lambda . \sin(\lambda \pm \epsilon) + \cos(\lambda \pm \epsilon)\sin\lambda = 0$. Divisant par $\cos\lambda . \cos(\lambda \pm \epsilon)$, on aura $\frac{\sin(\lambda \pm \epsilon)}{\cos(\lambda \pm \epsilon)} + \frac{\sin\lambda}{\cos\lambda} = 0$, ou $\tang(\lambda \pm \epsilon) + \tang\lambda = 0$; équation qui ne peut avoir lieu que lorsque $\lambda \pm \epsilon$ est le supplément de λ; car alors les tangentes de ces arcs sont égales, & l'une d'elles est négative. Donc $\lambda \pm \epsilon + \lambda = 180^\circ$; ou $\lambda = 90^\circ \mp \frac{1}{2}\epsilon$. Substituant cette valeur dans l'expression de la force dans le sens de la quille, la plus grande force sera $= \frac{1}{15} m u a^{\frac{1}{2}}(4A^2 + ga)\sin(90 \pm \frac{1}{2}\epsilon)^2$: d'où l'on voit que soit que le gouvernail soit tourné pour faire arriver, soit qu'il soit tourné pour

(295.) On doit conclure de là, que la force que peut faire le Gouvernail du côté sous le vent, est toujours plus grande que celle qu'il peut faire du côté du vent, c'est-à-dire que sa force pour faire arriver le Vaisseau est toujours plus grande que sa force pour le faire venir au vent. C'est un fait que les Timoniers connoissent parfaitement, & qu'ils observent tous les jours, sur-tout lorsque le vent est fraix.

(296.) Malgré tous les avantages qu'on pourroit obtenir en disposant le Gouvernail conformément aux principes qu'on vient d'exposer; dans la disposition actuelle des Vaisseaux, le Gouvernail peut à peine former un angle de 35° avec la quille. La barre est, comme on le sçait, une piece de bois horisontale, fixée solidement dans la tête du Gouvernail; & dont on se sert, comme d'un levier, pour le faire tourner, & en faciliter la manœuvre. Or cette barre est

---

faire venir au vent, la plus grande force dans le sens de la quille sera toujours la même. Car $\sin(90^\circ + \frac{1}{2}\iota) = \sin(90^\circ - \frac{1}{2}\iota)$.

On voit que les valeurs des angles λ qui donnent les plus grandes forces perpendiculaires & paralleles à la quille, ne sont pas les mêmes, & qu'elles se contrarient beaucoup. Car l'angle qui donne la plus grande force dans le sens de la quille, est à peu près celui qui donne la plus petite force perpendiculaire. L'Auteur ne s'est occupé que de cette derniere; & s'il avoit cherché la valeur de l'angle λ qui doit produire le plus grand effet, en ayant égard à ces deux forces à la fois, il eût encore à peu près trouvé le même angle. Nous supprimons ce calcul d'autant plus volontiers, qu'il n'a d'autre difficulté que sa longueur; & que, comme le dit l'Auteur, les angles qu'on peut former dans la pratique suffisent pour produire tout l'effet nécessaire; & cet effet n'est pas fort éloigné du plus grand.

On a supposé dans cette théorie que dans le cas où il n'y a point de dérive, l'impulsion du Gouvernail sur le fluide se fait parallélement à la quille. Cette supposition n'est pas rigoureusement exacte sans doute, mais elle ne nous paroît pas si éloignée de la vérité que l'ont cru tous les Auteurs qui ont traité ce sujet. Ils ont toujours supposé que c'étoit la même chose que le Gouvernail fût fixe, & que l'eau vint frapper le Gouvernail avec la vitesse *u* du Vaisseau. Dans cette hypothese, il est bien évident que quoique la quille du Vaisseau fût dirigée suivant le courant, l'eau ne viendroit pas frapper le Gouvernail dans la direction de la quille; il n'y auroit, tout au plus, que les parties les plus voisines de la quille qui seroient dans ce cas; car on sent que les filets d'eau suivrnient le contour de la carene, & frapperoient le Gouvernail sous différentes obliquités, dans les différentes couches horisontales. Mais le cas n'est pas absolument le même lorsque c'est le Vaisseau qui est en mouvement, & que l'eau est tranquille; c'est alors le Gouvernail qui chasse le fluide devant lui, & il le choque dans la direction de son mouvement qui est parallele à la quille.

Au reste, il y a sans doute quelques modifications à apporter à cette théorie; mais nous pensons qu'elles doivent principalement regarder la vitesse avec laquelle le fluide est choqué. Car l'eau, en vertu de sa gravité, a toujours un mouvement pour remplir le creux que le Vaisseau tend sans cesse à produire dans sa marche; ainsi, à ne considérer que le mouvement direct des particules de l'eau, il est clair que le Gouvernail ne frappe le fluide qu'avec l'excès de sa vitesse sur celle des particules, pour remplir le creux que le Vaisseau tend à produire derriere lui. En outre, les particules du fluide ont aussi un mouvement latéral qui ne laisse pas encore d'avoir quelque influence: toutes ces circonstances doivent nécessairement affecter beaucoup la vitesse suivant laquelle les particules sont choquées par le Gouvernail. Il est impossible de traiter ce probléme en rigueur, mais nous pensons que la solution donnée par l'Auteur est suffisante, pour calculer les effets du Gouvernail, d'autant mieux qu'on n'emploie jamais, & qu'on auroit tort de chercher à employer, les angles du plus grand effet.

tellement

tellement longue, qu'elle touche presque le côté du Vaisseau lorsqu'elle fait un angle de 35° avec la quille. Pour qu'elle pût former un plus grand angle, il faudroit la raccourcir; mais cela auroit l'inconvénient de rendre la manœuvre du Gouvernail plus dure & plus difficile, tandis que, dans l'état actuel des choses, cette manœuvre est même très-pénible dans certain temps. Cet inconvénient est très-considérable, & doit, selon moi, faire renoncer à l'augmentation de l'angle, comme nous l'indique le calcul : mais, au reste, cette perte n'est pas aussi grande qu'on pourroit l'imaginer; c'est ce dont on se convaincra en examinant la matiere avec soin. Un exemple suffira pour nous tirer de ce doute.

Supposons, pour faciliter l'intelligence de ce que nous avons à dire, que la dérive soit nulle; & nous aurons, dans ce cas, la plus grande force, telle que la théorie nous la donne, est à celle qui a effectivement lieu dans la pratique des Marins, comme $(\sin 45°)^2$ est à $\sin 35°.\cos 35°$ (291 & 293.), ou, à fort peu près, comme 10 est à 9; de sorte que toute la perte de force qu'on fait dans la pratique se réduit à la dixieme partie. Le résultat est à peu près le même, quels que soient les autres angles, à l'exception de ceux qu'on forme pour venir au vent, lorsqu'il y a de la dérive. En effet, supposons, comme ci-dessus, la dérive de 10°, la plus grande force fournie par la théorie, sera à celle qui a lieu suivant la pratique des Marins, comme $\sin (40°)^2$ est à $\sin 25°.\cos 35°$, ou, à fort peu près, comme 25 est à 21. La différence, comme on le voit, est un peu plus grande : mais heureusement la nécessité de venir au vent n'est pas aussi pressante que celle d'arriver. Les Vaisseaux, pour l'ordinaire, tendent toujours à venir au vent, pour les raisons qu'on exposera par la suite, sur-tout lorsque le vent est fort, ou, comme disent les Marins, lorsqu'il vente bon *fraix*; ou, ce qui revient au même, dans le cas où il y a nécessairement beaucoup de dérive; de sorte que, par cette circonstance, la difficulté que peuvent présenter ces cas particuliers, se trouve à peu près sans force.

(297.) Mais, pour le manege du Vaisseau, & pour connoître l'effet du Gouvernail sur lui, il ne suffit pas d'avoir égard à la force qu'il est en état de produire, il est nécessaire de considérer le moment de cette force, c'est-à-dire, son produit par la distance horisontale de son centre à l'axe vertical qui passe par le centre de gravité du Vaisseau; car c'est sur cet axe que se fait la rotation produite par le Gouvernail. Supposons que D soit la distance de cet axe à l'étambot, & z celle de l'étambot au centre des forces du Gouvernail, & le moment que nous cherchons sera = ...

PLANC. VIII. FIG. 40. $(D+z)\frac{2}{21}mua^{\frac{3}{2}}(4A^2+ga)\,ſin\,(\lambda\pm\varepsilon)\,coſ\lambda$. Pour trouver la valeur de z, on remarquera que le centre des forces du rectangle *BDHC* eſt éloigné de l'étambot de $\frac{1}{2}b$, & que le centre des forces du triangle *DEH* eſt éloigné dudit étambot de $b+\frac{5}{14}e$: par conſéquent, la diſtance horiſontale d'un centre à l'autre ſera $=\frac{1}{2}b+\frac{5}{14}e$. Les forces du triangle ſont à celles du rectangle, comme $\frac{2}{7}e$ eſt à $\frac{2}{3}b$: donc nous aurons $\frac{2}{7}e+\frac{2}{3}b:\frac{2}{7}e::\frac{1}{2}b+\frac{5}{14}e:\frac{\frac{1}{10}be+\frac{5}{14}e^2}{\frac{1}{3}b+\frac{1}{7}e}$; diſtance horiſontale du centre des forces du rectangle au centre des forces du Gouvernail entier *; par conſéquent la diſtance de ce centre à l'étambot $=z=\frac{1}{2}b+\frac{\frac{1}{10}be+\frac{5}{14}e^2}{\frac{1}{3}b+\frac{1}{7}e}=\frac{42be+35b^2+15e^2}{14(3e+5b)}$; ou, en ſubſtituant les valeurs de e & de b, $z=\frac{2(A^4+5A^2ga+g^2a^2)}{7a(4A^2+ga)}$; ce qui donne, pour l'expreſſion du moment du Gouvernail, $\left(D+\frac{2(A^4+5A^2ga+g^2a^2)}{7a(4A^2+ga)}\right)\frac{2}{21}mua^{\frac{3}{2}}(4A^2+ga)\,ſin(\lambda\pm\varepsilon)coſ\lambda$ $=\left(D+\frac{2(A^2+ga)}{7a}-\frac{6A^4}{7a(4A^2+ga)}\right)(4A^2+ga)\frac{2}{21}mua^{\frac{3}{2}}\,ſin\,(\lambda\pm\varepsilon)\,coſ\lambda$.

(298.) On voit, par ces formules, la vérité de ce que nous avons avancé; c'eſt-à-dire qu'il importe beaucoup d'augmenter g, & de

---

* Quoique les Lecteurs qui feront parvenus à entendre parfaitement toute la théorie précédente, ne puiſſent gueres être arrêtés par les calculs que préſente cet article ; cependant, pour continuer notre plan, qui eſt d'éclaircir tous les endroits qui nous paroiſſent en avoir beſoin, nous allons encore développer ceux-ci avec quelque détail.

FIG. 40. * Il eſt d'abord évident que le centre des forces, ou réſiſtances, qu'éprouve le rectangle *BDHC* eſt ſitué ſur la ligne *gm* qui le diviſe en deux parties égales; car on peut concevoir la ſurface du rectangle comme compoſée d'une infinité d'élémens paralleles à *HC* : or, le centre de chacun étant à ſon milieu, celui de leur ſyſtême ſera néceſſairement ſur la ligne qui joint leur centre, c'eſt-à-dire, ſur *gm*. Ainſi, le centre des réſiſtances du rectangle *BDHC* eſt éloigné de *BC*, ou de l'étambot, de la quantité $gB=\frac{1}{2}b$.

Il n'eſt pas moins évident, d'après l'*Art.* 850, *Tome I*, ou plus directement encore d'après la *Note* de l'*Art* 197 de ce Volume, *page* 129, que ce centre eſt éloigné de la ſuperficie du fluide des $\frac{3}{5}$ de la hauteur *gm*, ou de $\frac{3}{5}a$: car on trouvera que la ſomme des réſiſtances du rectangle $=\frac{mub\,ſin\,x\,ſin\,\theta}{3\,ſin\,\omega}.x^{\frac{3}{2}}$, & celle des momens de ces réſiſtances $=\frac{mub\,ſin\,x.ſin\,\theta}{5\,ſin\,\omega}.x^{\frac{5}{2}}$, ou, en faiſant $x=a$, afin d'avoir ces quantités pour le rectangle entier, & ſuppoſant, pour ſimplifier, $ſin\,x=ſin\,\theta=ſin\,\omega=1$, la ſomme des réſiſtances ſera $=\frac{2}{3}muba^{\frac{3}{2}}$, & celle des moments $=\frac{2}{5}muba^{\frac{5}{2}}$. Diviſant donc la ſomme des moments par celle des réſiſtances, le quotient $\frac{3}{5}a$ ſera la diſtance du centre des réſiſtances du rectangle à la ſuperficie du fluide, (*Tome I*, 120 & 850.)

On voit pareillement qu'en diviſant *EH* en deux parties égales en *f*, & tirant la ligne *Df*, le centre des forces du triangle ſera ſur cette ligne; ainſi il ne s'agit plus que de ſçavoir en quel point. Pour cela, on procédera, comme on l'a fait à l'*Article* cité ; mais comme la dimenſion horiſontale de la ſurface n'eſt pas conſtante, comme on l'a ſuppoſé alors, attendu que la ſurface dont il s'agiſſoit étoit un rectangle, on mettra y à la place de b, ou, ce qui eſt la même choſe, on prendra la formule dont on a déjà fait uſage

diminuer b *; c'est-à-dire, de faire ensorte que la figure du Gouvernail approche le plus qu'il est possible de celle d'un triangle; c'est aussi ce que les Marins pratiquent ordinairement.

(299.) La distance $D+z$ varie à mesure que l'angle λ devient plus grand; mais cette différence est négligeable, à cause de la grande longueur de D à l'égard de z.

(300.) Enfin, il est nécessaire de faire observer que l'angle λ que la théorie donne comme le plus avantageux, ou qui produit la plus grande force, qui est $=45^\circ \pm \epsilon$, n'est nullement celui qui convient le mieux pour faire virer le Navire vent devant; car le Gouvernail retarde la marche du Vaisseau, ou diminue la vitesse u, & sous cet angle il la diminue davantage qu'il ne le feroit sous un autre angle plus petit. Mais,

---

à l'*Art.* 288: ainsi, la formule $\frac{muy \, \sin x . \sin \theta}{2 \sin \epsilon}(x^{\frac{1}{2}}dx)$, ou simplement $\frac{1}{2} muyx^{\frac{1}{2}} dx$ (en faisant, dans les mêmes vues que ci-dessus, $\sin x = \sin \theta = \sin \epsilon = 1$), sera l'expression de la résistance qu'éprouve une différencielle horisontale d'une surface plane, & son moment sera $= \frac{1}{2} muyx^{\frac{3}{2}} dx$. Mettant pour y sa valeur $\frac{ex}{a}$, afin que ces expressions deviennent relatives au triangle DHE, on aura $\frac{muex^{\frac{3}{2}} dx}{2a}$ pour la résistance d'une différencielle horisontale du triangle, & $\frac{muex^{\frac{5}{2}} dx}{2a}$, pour celle de son moment. Intégrant ces expressions & faisant $x = a$; la somme des résistances, ou la résistance totale qu'éprouve le triangle, sera $= \frac{1}{5} muea^{\frac{3}{2}}$, & la somme des moments de ces résistances $= \frac{1}{7} muea^{\frac{5}{2}}$. Divisant donc la somme des moments par celle des résistances, le quotient $\frac{5}{7} a$ sera (*Tome I*, 120 & 720.) la distance du centre des résistances du triangle à la superficie du fluide. Prenant donc $dp = \frac{5}{7} a$, & menant pq parallele à EC, le point q sera le centre des résistances du triangle; & comme $DH : Dp :: fH : qp$, ou $7 : 5 :: \frac{1}{2} e : qp = \frac{5}{14} e$; il s'ensuit que ce centre est éloigné de BC, ou de l'étambot, de $b + \frac{5}{14} e$; & la distance horisontale qr du centre des résistances du triangle, à celui des résistances du rectangle, est $= \frac{1}{2} b + \frac{5}{14} e$.

Maintenant, pour avoir la distance horisontale du centre du Gouvernail à l'étambot, on remarquera que la force, ou résistance du triangle, étant $= \frac{1}{5} muea^{\frac{3}{2}}$, & celle du rectangle $= \frac{1}{3} muba^{\frac{3}{2}}$, ces deux forces seront l'une à l'autre comme ces deux quantités, ou, en divisant par $mua^{\frac{3}{2}}$, comme $\frac{1}{5} e$ est à $\frac{1}{3} b$. Donc en regardant le Gouvernail comme le systême du rectangle & du triangle, & divisant la distance horisontale qr en raison inverse des forces qui s'exercent en n & en q, conformément à ce qui a été démontré, *Tome I*, *Art.* 81 *jusqu'à* 94, on aura la distance horisontale du centre des forces du rectangle à celui des forces du Gouvernail; ainsi, l'on aura $\frac{1}{5} e : \frac{1}{3} b :: rx : xq$; d'où l'on tire $\frac{1}{5} e + \frac{1}{3} b : \frac{1}{5} e :: rx + xq = qr = \frac{1}{2} b + \frac{5}{14} e : rx = \frac{\frac{1}{10} be + \frac{1}{14} e^2}{\frac{1}{5} e + \frac{1}{3} b}$; c'est la distance horisontale du centre des forces du rectangle à celui des forces du Gouvernail. Le reste du calcul de cet *Article* est trop simple pour que nous nous y arrêtions davantage.

* Car on voit, par la formule, que le moment qu'elle exprime croît à proportion que $g = CE = b + e$ augmente. Mais $b = \frac{2A^2}{a} - g$ (288.), & la surface A^2 du Gouvernail restant constante, ainsi que sa hauteur a, il est évident que g ne peut pas augmenter, sans que b diminue.

comme, pour les raiſons que nous avons données ci-deſſus, il convient de s'en tenir à la pratique actuelle des Marins; nous nous diſpenſerons d'entrer dans une plus longue diſcuſſion à ce ſujet.

CHAPITRE III.

De la Rame. *

(301.) LA Rame paroît, au premier coup d'œil, une machine fort ſimple; mais lorſqu'on en veut développer la théorie, il ſemble qu'elle en devient d'autant plus ſublime, ou qu'elle exige des diſcuſſions d'un ordre d'autant plus élevé qu'elle a paru d'abord plus ſimple. Nous ne nous arrêterons pas à expoſer les erreurs nombreuſes dans leſquelles ſont tombés à cet égard, non-ſeulement les anciens Géometres, mais encore les Géometres modernes de la plus grande célébrité, qui ont écrit ſur ce ſujet, d'après ce que leur avoient laiſſé leurs prédéceſſeurs (*a*) (*b*). Nous ne nous arrêterons pas non

* Ce mot n'eſt pas autant en uſage parmi les Marins, que celui *Aviron*, qui ſignifie la même choſe; ainſi nous nous ſervirons de l'un ou de l'autre, ſuivant que nous jugerons convenable aux circonſtances.

(*a*) M. *Bouguer* prétend, dans ſon *Traité du Navire*, *Liv. I*, *Sect. II*, *Chap. IV*, *pag.* 110, que plus la partie extérieure de la Rame ſera courte, la pale étant augmentée à proportion, afin que ſon moment ſoit toujours le même, plus la viteſſe de l'Embarcation doit être grande. C'eſt d'après ce principe qu'il ſonde tout ſon calcul, qui, par conſéquent, doit par-tout ſe reſſentir du vice du principe. Le motif qui a déterminé cet Auteur à augmenter la pale, eſt, qu'il a imaginé qu'en diminuant la partie extérieure de la Rame, le Rameur ne pourroit pas contre-balancer le moment de la pale, attendu que le moment qu'il emploie eſt toujours conſtant, & doit être égal à celui de la pale. Cette erreur vient de ce qu'il n'a conſidéré ces moments que comme ſimples, & non comme des moments d'inertie, tels qu'ils le ſont effectivement. Que la pale ſoit grande ou petite, le Rameur par ſon effort fait toujours équilibre à ſon moment, parce que ce moment eſt le produit de la réſiſtance que la pale éprouve dans l'eau, par ſa diſtance au centre de rotation de la Rame; & la réſiſtance eſt comme la viteſſe de la pale. Si cette viteſſe eſt petite, en mouvant la pale avec plus de viteſſe, on augmentera ſon moment, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'altérer la diſtance au *tolet*, qui eſt le point d'appui de la Rame; & au contraire, ſi l'on diminue la diſtance au tolet, on augmentera le moment ſans altérer la pale, en la mouvant ſeulement avec plus de viteſſe. Les Marins connoiſſent parfaitement tout cela, & les Géometres qui examineront ce ſujet avec la plus légere attention, trouveront ce que nous avançons ici de la plus grande évidence. On obſervera encore qu'avec la même Rame on ne fait pas toujours uſage de la même pale; quand le Rameur enfonce dans l'eau une moindre portion de la Rame, il la tire avec plus de viteſſe, & réciproquement; l'une & l'autre maniere de ramer eſt bonne, ſuivant les circonſtances, la premiere quand la mer eſt calme, & qu'il ne fait point de vent; & l'autre dans le cas contraire. C'eſt ordinairement le défaut d'expérience qui fait tomber les Géometres dans de pareilles erreurs: nous verrons bientôt qu'en ſuppoſant la pale infinie, cas dans lequel M. *Bouguer* prétend que la viteſſe de l'Embarcation ſeroit auſſi infinie, nous verrons, dis-je, que cet Auteur eſt ſi éloigné de la vérité, que même cette viteſſe ſeroit nulle. Outre ces défauts & l'omiſſion de beaucoup d'autres attentions abſolument néceſſaires, le calcul de M. *Bouguer*

plus à examiner si l'on doit considérer la Rame comme un levier d'un des trois genres énoncés dans le *Tome I*, *Art.* 197, parce que cette discussion ne nous fourniroit rien pour notre objet, qui se réduit à considérer la force & les effets de cette machine, sans nous écarter jamais des loix les plus rigoureuses de la Méchanique, afin d'éviter de tomber dans l'erreur, & de parvenir à connoître parfaitement les avantages qu'on peut en tirer. PLANC. VIII.

(302.) La Rame, comme nous l'avons dit (1.), n'est autre chose qu'une piece de bois *AB*, qui, étant appuyée, ou rendue solide sur le plat-bord de l'Embarcation en *C*, se tire par l'extrêmité *A* dans la direction *AE*, tandis que l'autre extrêmité *B* est plongée dans l'eau, & se meut en sens contraire. La réaction que la résistance de l'eau communique à l'Embarcation, la pousse, & la met en mouvement. FIG. 43 & 44.

(303.) Les parties que nous avons à considérer dans la Rame, sont la partie intérieure *AC*, ou la partie qui est en dedans de l'Embarcation, que les Marins appellent le *manche de la Rame* *. La partie extérieure *CB*, qu'on rend légere de bois le plus qu'il est possible dans toute sa portion *CD*. La pale *BD*, qui est large & mince, afin qu'en même temps elle soit plus légere, & qu'en raison de sa plus grande largeur, ou de sa plus grande surface, elle trouve une plus grande résistance dans l'eau : & enfin, le point *F*,

---

dépend encore du principe que les résistances qu'éprouve l'Embarcation sont comme les quarrés des vitesses ; & par conséquent il est parvenu à de nouveaux résultats non moins éloignés de la vérité qui doit faire l'objet de nos recherches.

(*b*) *Léonard Euler*, dans les *Mémoires de l'Académie Royale de Berlin*, *Tome III*, année 1747, traite de la théorie de la Rame avec grande attention. Il fait remarquer l'erreur de M. *Bouguer*, & fait entrer dans son calcul beaucoup de considérations nécessaires ; mais il fonde toutes ses recherches sur le même principe, que les résistances des fluides sont comme les quarrés des vitesses. En outre, quoiqu'il ait égard au poids de la Rame, qui est une considération nécessaire, ce n'est pas pour le retrancher de la force qu'emploie le Rameur, comme cela devroit être, puisque ce poids est pour lui la cause d'une fatigue continuelle ; il fait seulement usage de cet élément pour faire remarquer que dans l'action de Ramer il produit une quantité de moments : mais nous verrons bientôt que cette quantité est négligeable. Sa détermination de la longueur que doivent avoir les parties intérieure & extérieure de la Rame, sans en exclure la grandeur de la pale, lui est fournie par la substitution de sa vraie valeur, en quantités qui renferment la même partie extérieure. En effet, on verra, par la suite, qu'étant donné la force qu'emploie le Rameur, ainsi que la vitesse avec laquelle il meut ses bras, & les longueurs des parties intérieure & extérieure de la Rame, la grandeur de la pale ne peut demeurer arbitraire ; & si l'on vouloit qu'elle le fût, aucune des autres quantités ne pourroit l'être : parce qu'entre toutes ces quantités il se forme une équation qui donne la relation qu'elles ont entre elles. On trouve les mêmes considérations dans un autre Ouvrage du même Auteur, intitulé, *Scientia Navalis*, *Tom. II*, *Cap. VII*.

* Les Espagnols appellent cette partie le *Guion* ; dans quelques ports français on l'appelle le *Giron* ; mais cette expression a vieilli.

qui demeure ſans mouvement, ou fixe, pendant l'action de la Rame; car il eſt clair que le manche ſe mouvant vers l'avant, & la pale vers l'arriere, il doit y avoir, dans la longueur de la Rame, un point qui ſoit fixe, & ſur lequel ſe fait le mouvement de rotation, encore que ce ne ſoit que pour cette palade ſeule, ou pour un ſeul coup de Rame.

(304) Les moments qui agiſſent, & qu'il faut conſidérer dans l'action de la Rame, ſont, 1°. le moment que produit l'effort du Rameur à l'extrêmité *A* du manche où il applique ſes forces. 2°. Celui qu'il fait avec ſes pieds, ou ſon corps, dans la direction contraire, ſur le fond, ou ſur les bancs de l'Embarcation; car il n'y a pas d'action ſans une réaction égale & contraire (*Tome I*, 22.) : l'effet de ce moment eſt le même que s'il agiſſoit ſur le bord même de la Barque. 3°. La réſiſtance de l'eau contre toute la carene de l'Embarcation, laquelle peut de même être conſidérée comme une force agiſſante ſur le bord même. 4°. La réſiſtance, ou la force qu'exerce la pale dans l'eau. 5°. Le poids de la Rame qui doit être ſoutenu par le Rameur; car ſi le centre de gravité de la Rame ſe trouve hors du bord de l'Embarcation, ce poids agit avec un moment que le Rameur doit alors balancer. 6°. La force avec laquelle l'eau ſoutient la pale auſſi-tôt qu'elle ſe ſubmerge, ce qui produit un moment favorable au Rameur. 7°. Le moment d'inertie de la Rame, lequel doit auſſi être vaincu par le Rameur. Nous négligerons de conſidérer l'effet de ce moment, parce que nous ferons voir, à la fin, combien l'action qu'il peut produire eſt petite. 8°. Enfin, le moment d'inertie du corps du Rameur, ou des Rameurs. *Léonard Euler* a fait entrer ce moment dans ſon calcul; mais nous négligerons également de le conſidérer, parce que le moment qui réſulte du mouvement du corps du Rameur vers l'avant, eſt égal à celui qui réſulte de ſon mouvement contraire, ou vers l'arriere, & que ces deux moments ſe compenſent mutuellement.

(305.) Soit donc a la longueur du manche, ou la diſtance du plat-bord, ou de *l'apoſtis*, au point où ſont appliquées les forces du Rameur, ou des Rameurs.

V la vîteſſe avec laquelle les Rameurs meuvent leurs bras.

K le poids que devroit enlever le Rameur avec la vîteſſe V, pour faire un effort équivalent à celui qu'il exerce à l'extrêmité du manche.

m la denſité du fluide.

u la vîteſſe de l'embarcation.

mRu la réſiſtance à la proue, ou la réſiſtance totale.

x la distance de l'*apostis* au point immobile de la Rame.

b la distance du même apostis au point où se réunissent les forces, ou résistances, de la pale.

V' la vitesse de ce même point.

mrV' la résistance de chacune des pales.

n le nombre des Rameurs.

T le temps qui s'écoule entre deux palades consécutives, ou entre un coup de Rame & l'autre.

t celui qu'emploient les Rameurs à donner chaque palade.

G la distance de l'apostis au centre de gravité de la Rame.

P le poids de la Rame.

e l'espace, ou le volume qu'occupe la pale dans l'eau.

Cela posé, $\frac{GP}{a}$ sera l'expression du poids que doit soutenir le Rameur, à cause du poids P de la Rame; & $\frac{meb}{a}$ sera celui qui est destiné à lui faire équilibre, ou qui agit en sens contraire, parce que le volume d'eau déplacé par la pale, la soutient dans l'action de Ramer avec une force exprimée par le poids me de ce volume (*Tome I*, 561.); de sorte que le poids total que doit vaincre le Rameur par son effort, sera $= K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}$; nous exprimerons ce poids par k*.

(306.) Quoique la force avec laquelle le Rameur, ou les Rameurs agissent, ne soit que kV; cependant, comme, lorsque l'Embarcation est en mouvement, la vitesse des bras du Rameur est $V+u$, la force appliquée à l'extrémité du manche sera $= k(V+u)$, & son moment $= k(a+x)(V+u)$; produit de $k(V+u)$, par la distance $a+x$ de l'extrémité du manche au point immobile de la Rame.

(307.) Le moment que le Rameur, ou les Rameurs produisent avec leurs pieds, ou leur corps, dans une direction opposée à celle de l'Embarcation, sera $= kux$ **. La résistance de la proue de l'Em-

* Car si la Rame étoit sans pesanteur, & si le fluide n'agissoit pas de bas en haut sur la pale, le Rameur auroit constamment à mouvoir le poids K avec la vitesse V; mais lorsque la Rame est plongée dans l'eau, & que le Rameur est prêt à produire son action, il a déjà à soutenir le poids $\frac{GP}{a} - \frac{meb}{a}$, en vertu de l'excès de la portion du poids de la Rame, qu'il doit supporter, sur la poussée verticale de l'eau contre la pale: ainsi, le Rameur est dans le même cas que si ses mains étoient constamment chargées du poids $\frac{GP}{a} - \frac{meb}{a}$, lorsqu'il produit chaque palade. Donc il ne doit vaincre, dans cette action, que le poids $K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a} = k$.

** Car l'action du Rameur se transmet à l'embarcation, par la pression de la Rame contre le tolet. Or, il est évident que la vitesse de ce point est $= u$; ainsi la quantité d'action produite sur lui en vertu du poids k que le Rameur peut vaincre dans la pa-

barcation étant $= mRu$, la portion de cette résistance que doit vaincre chaque Rameur, sera $= \frac{mRu}{n}$; mais le temps pendant lequel la Rame agit, étant seulement $= t$, il est nécessaire, pour vaincre la résistance qui agit pendant tout le temps T qui s'écoule entre une palade & celle qui la suit, il est nécessaire, dis-je, que chaque Rame surmonte une résistance $= \frac{TmRu}{tn}$; & le moment de cette résistance est $= \frac{TmRxu}{tn}$.

---

lade est $= ku$, & son moment par rapport au point sur lequel se fait la rotation de la Rame, sera $= kux$. On peut d'ailleurs s'en convaincre de cette autre maniere; nous venons de voir que $k(a+x)(V+u)$ est l'expression du moment de la force appliquée à l'extrémité du manche, parce que cette extrémité se meut avec la vitesse $V+u$, & qu'elle est à la distance a du tolet. Or, la vîtesse u étant constante, la vitesse V varie dans les différents points de la Rame, suivant leurs distances au point d'appui: ainsi, on aura le moment de la partie de l'action qui s'exerce à tout autre point de la Rame, en substituant, dans l'expression du moment, la distance de ce point au tolet, avec la vîtesse qui lui correspond; mais au tolet $a = 0$, & $V = 0$: donc le moment de l'action qui s'exerce contre le tolet, est $= k(0+x)(0+u) = kux$.

Ceci posé, comme il n'y a point d'action sans une réaction égale & contraire (*Tome I*, 22.), il s'ensuit que la réaction s'exerce contre l'agent qui produit l'action: or l'agent est ici le Rameur qui s'appuie contre l'embarcation, soit en pressant ses pieds contre le fond, soit en s'appuyant fortement contre le banc sur lequel il est assis; donc il transmet cette réaction à l'Embarcation, donc elle est $= kux$, qui est l'expression de l'action contre le tolet. Si l'agent ne tenoit point à l'Embarcation, il est clair qu'il éprouveroit, lui seul, toute la réaction, sans qu'elle en éprouvât rien.

On peut rendre ceci encore plus sensible, par une expérience fort simple. Supposons deux Embarcations en couple l'une de l'autre, mais absolument isolées. Supposons en même temps qu'on garnisse des Avirons sur le bord d'une des deux, mais dont les manches soient assez longs pour atteindre dans l'autre, & que les Rameurs se mettent dans celle-ci. Si l'on fait donner un seul coup d'Aviron, on verra aussi-tôt les deux Embarcations se séparer & marcher en sens contraire; celle sur laquelle les Avirons sont garnis, ira de l'avant, & celle dans laquelle sont les Rameurs, culera. Si l'on faisoit cette expérience, avec quelque précision, on verroit que, toutes choses d'ailleurs égales, l'Embarcation sur laquelle sont garnis les Avirons, prend plus de vitesse que si les Rameurs avoient été dedans lorsqu'ils ont donné cette palade. Or, on ne peut douter que c'est la réaction du moment de force transmis à la premiere Embarcation, qui fait culer la deuxieme: car si la palade avoit été donnée par des Rameurs suspendus en l'air, il est clair qu'elle n'auroit pas changé de place. Si on garnissoit pareil nombre d'Avirons sur la deuxieme Embarcation, que nous supposons égale & semblable à la premiere, en mettant aussi des Rameurs dans la premiere; alors si les deux chiourmes emploient la même force, & que toutes choses soient d'ailleurs égales, les deux Embarcations prendront la même vitesse qu'en suivant la méthode ordinaire: ainsi il nous paroît démontré, pour les esprits les plus ordinaires, que la réaction est une force qui s'oppose au mouvement de l'Embarcation, & que s'il étoit possible d'isoler le Rameur, il y auroit sans doute beaucoup à gagner pour la vitesse; mais cela est absolument impossible.

Nous avons insisté beaucoup sur ce point, parce que nous avons vu des personnes, d'ailleurs assez instruites, regarder cette réaction comme chimérique, & comme ne devant point entrer dans le calcul des moments qui influent sur le mouvement progressif de l'Embarcation. Par une méprise singuliere, ils confondoient cette action des pieds des Rameurs contre le fond de l'Embarcation, avec celle que produiroit un homme en appuyant fortement contre le fond, en sens contraire à son mouvement progressif, en se servant d'un bâton, ou autre chose équivalente, action qui ne peut évidemment point influer sur la vitesse de l'Embarcation.

(308.)

(308.) La résistance de la pale est $= mrV'$, & son moment est $= mrV'(b-x)$. Nous supposerons, dans cette théorie, que les arcs décrits par les mains des Rameurs, & par les centres des pales, soient petits; & par conséquent, que ces points se meuvent à très-peu près parallélement à la route de l'Embarcation, afin d'éviter de faire entrer dans le calcul l'obliquité avec laquelle il feroit nécessaire de considérer leur action; cette supposition est d'ailleurs conforme à la pratique journaliere. Supposant donc tous ces moments en équilibre, nous aurons $k(a+x)(V+u) = kux + \frac{Tm\,Rxu}{tn} + mrV'(b-x)$. PLANC. VIII.

(309.) Pour dégager les inconnues que renferme cette équation, nous supposerons que la Rame AB passe dans la situation ab, en tournant sur le point fixe F; de sorte que le point, ou l'appostis C, parvienne en c; nous aurons les triangles semblables, AFa, CFc, & BFb, lesquels donneront ces analogies CF (ou, x) : AF (ou, $a+x$) :: Cc (ou, u) : Aa (ou, $V+u$); d'où l'on tire $x = \frac{au}{V}$: & CF(ou, x):FB(ou, $b-x$) :: Cc(ou, u):Bb(ou, V'), ce qui donne $V' = \frac{(b-x)u}{x}$. Ces valeurs étant substituées dans l'équation, elle deviendra $ak(V+u)^2 = kau^2 + \frac{Tm\,Rau^2}{tn} + \frac{mr(bV-au)^2}{a}$. FIG. 45.

(310.) Cette formule sert pour tous les cas, c'est-à-dire, qu'elle convient tant pour ceux où l'Embarcation est en mouvement, que pour celui où elle est en repos, ou, ce qui revient au même, pour le premier instant où l'on veut commencer à lui faire prendre du mouvement. Dans ce cas, on a $u = 0$; & la formule devient $a^2kV^2 = mrb^2V^2$, ou bien $a^2k = mrb^2$; & comme on doit supposer que les Rameurs emploient toujours une même action, ou que leur force est toujours la même, il s'ensuit qu'on aura, dans tous les cas, $a^2k = mrb^2$, ou $mr = \frac{a^2k}{b^2}$; d'où l'on doit conclure que la quantité r, &, par conséquent, la grandeur de la pale que doit employer le Rameur, ou la quantité dont il doit la plonger dans l'eau, n'est pas arbitraire, mais qu'elle dépend des valeurs de a & b, & de la force k qui est employée dans l'action; de sorte que si le Rameur vouloit submerger davantage sa Rame, ce feroit alors augmenter la pale; & il faudroit, dans ce cas, qu'il augmentât son action k: sans cela, la pale reste constante.

(311.) Substituant maintenant cette valeur de mr dans la derniere formule, elle se changera en celle-ci, $2akVu = \frac{TmRau^2}{tn} - \frac{a^2k}{b^2}u(2bV-au)$;

ou, en divisant par au, $2kV = \frac{TmRu}{tn} - \frac{ak}{b^2}(2bV - au)$; ce qui donne $u = \frac{2kV(a+b)}{\left(\frac{TmR}{tn} + \frac{a^2k}{b^2}\right)b} = \frac{2kVtnb(a+b)}{TmRb^2 + a^2ktn}$; c'est l'expression de la vîtesse que doit prendre l'Embarcation; & en substituant de plus la valeur de $k = K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}$, elle deviendra . . . .

$$u = \frac{2Vtnb(a+b)\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}{TmRb^2 + a^2tn\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}.$$

(312.) Supposons, par exemple, un Canot armé de 15 avirons à *couple* *; & qu'on ait $a = 4$, $b = 8$, $K = 30$, $GP = 24$, $me = 2$, $T = 3$, $t = 1$, $mR = 60$, (*a*), $n = 15$; & l'on aura $k = 30 - 6 + 4 = 28$, & $u = \frac{56 . 15 . 8 . 12 . V}{3 . 60 . 64 + 16 . 28 . 15} = \frac{84}{19} V$. Donc, si l'on suppose la vîtesse $V = \frac{3}{2}$ pieds par seconde, on aura la vîtesse u du Canot $= 6$ pieds $\frac{12}{19}$ par seconde, laquelle marche équivaut à 4 milles par heure.

(313.) Si les Rameurs s'efforçoient, pendant un certain espace de temps, au point que K devînt $= 60$, & $V = 2$, on auroit $k = 60 - 6 + 4 = 58$, & $u = \frac{116 . 15 . 8 . 12 . 2}{3 . 60 . 64 + 16 . 58 . 15} = \frac{696}{53} = 13$ pieds $\frac{7}{63}$, vîtesse qui équivaut à 8 milles par heure.

(314.) Supposons le même Canot armé de 9 Avirons à *pointe*, c'est ainsi que les Marins appellent les Avirons dont les manches ont une longueur presque égale à la largeur de l'Embarcation **: & soit $a = 7$, $b = 11$, $n = 9$, les autres quantités étant comme ci-dessus; l'on aura $u = \frac{56 . 9 . 11 . 18 . V}{3 . 60 . 121 + 49 . 28 . 9} = 2\frac{876}{948} V$. Donc, si l'on suppose $V = \frac{3}{2}$ pieds par seconde, on aura $u = 4$ pieds $\frac{122}{516}$ par seconde, ce qui équivaut à 2 milles $\frac{1}{2}$ par heure.

(315.) Si, pendant un certain espace de temps, les Rameurs

---

* On appelle Avirons à *couple*, ceux dont la longueur du manche est moindre que la demi-largeur de l'Embarcation, de sorte qu'on peut armer deux Avirons sur le même banc; c'est ce que les Marins appellent *Nager en Couple*. Les Espagnols appellent ces especes d'Avirons *Remos Pareles*.

(*a*) Dans un Canot de 37 pieds de longueur, & de 8 pieds de largeur, on a $R = \frac{90}{64}$: & multipliant par 64, poids d'un pied cubique d'eau, on aura $mR = 90$; de laquelle quantité on doit prendre les deux tiers (*Tome I*, 644.) 60, pour avoir la valeur de la résistance absolue.

** Il est clair qu'on ne peut armer qu'un seul Aviron à pointe sur chaque banc de Rameur; c'est ce que les Marins appellent *Nager en pointe*. Les Espagnols appellent ces Avirons *Remos de Punta*.

portoient leurs efforts jusqu'à rendre $K = 60$, & $V = 2$, on auroit $u = \frac{116 . 9 . 11 . 18 . 2}{3.60.121 + 49.58.9} = 8$ pieds$\frac{8}{11}$; ce qui équivaut à 5 milles $\frac{1}{6}$ par heure.

(316.) De la valeur de u qu'on a trouvée (312.), il suit, 1°. que la vîtesse de l'Embarcation sera toujours proportionnelle à la vîtesse V, avec laquelle les Rameurs meuvent leurs bras, ou les manches de leurs Avirons : 2°. que la même vîtesse u augmentera, si l'on augmente la force k qu'emploient les Rameurs, sans diminuer la vîtesse V : 3°. que la même vîtesse u augmentera encore, si le rapport $\frac{e}{T}$ augmente, ainsi que le nombre n des Rameurs; & enfin que cette même vîtesse diminuera à mesure que la résistance mR de la proue deviendra plus grande.

(317.) Toutes ces conséquences sont généralement connues des Marins: mais il nous reste à en examiner d'autres que nos formules fournissent également. La quantité $k = K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}$, peut augmenter, non seulement avec la force K du Rameur, mais encore en diminuant le moment GP, ce qu'on peut obtenir de deux manieres. 1°. En diminuant le poids de la partie extérieure de la Rame le plus qu'il sera possible; car, par là, non seulement on diminue P, mais on diminue aussi G. 2°. En augmentant le poids de la partie intérieure, ou du manche de la Rame. A la vérité, en employant ce moyen, on augmente P, mais on diminue beaucoup davantage G; & de cette maniere on peut parvenir jusqu'à rendre $GP - meb = 0$; auquel cas toute la force du Rameur s'emploîra avec utilité. Les Marins ont déjà pris le parti de laisser beaucoup de bois au manche de leurs Avirons, & prétendent que cette grosseur leur est commode; mais je ne crois pas qu'ils aient jamais imaginé que cela pût contribuer à augmenter la vîtesse de l'Embarcation. Ils pourroient même obtenir cet avantage à un plus haut degré, en ajoutant quelque poids à l'extrêmité du manche, comme du plomb qu'on pourroit même incruster dans le bois, & en augmentant ce poids jusqu'au point de rendre $GP - meb = 0$, ou jusqu'à ce que la pale étant plongée dans l'eau, comme elle l'est ordinairement dans l'action de la Rame, on trouve que le centre de gravité soit sur l'apostis, c'est-à-dire, dans le point C, où la Rame s'appuie sur le plat-bord de l'Embarcation; on auroit, dans ce cas, $k = K$, & l'on obtiendroit ainsi toute l'augmentation qu'il est possible d'obtenir, sans préjudicier au Rameur; c'est-à-dire, sans que son travail en fût augmenté.

(318.) Supposons, dans les exemples précédents, que $GP - meb = 0$, ou que $k = K$, on aura $u = \frac{2KVenb(a+b)}{TmRb^2 + a^2Ken}$. Substituant donc les va-

leurs données dans le premier exemple relatif aux Avirons à couple, on aura $u = \frac{60 . 15 . 8 . 12 . \frac{3}{2}}{3 . 60 . 64 + 16 . 30 . 15} = 6$ pieds $\frac{12}{13}$ par seconde, laquelle marche équivaut à 4 milles $\frac{2}{13}$ par heure : c'est $\frac{2}{13}$ de mille de plus qu'auparavant ; & dans le cas où les Rameurs feroient tous leurs efforts, comme dans l'*Art.* 313, on auroit $u = \frac{120 . 15 . 8 . 12 . 2}{3 . 60 . 64 + 16 . 60 . 15} = 13$ pieds $\frac{1}{3}$ par seconde, ce qui équivaut à 8 milles par heure ; c'est à peu près le même sillage qu'auparavant.

(319.) En voyant que la quantité kV, ou la quantité d'action qu'emploie le Rameur, se trouve dans le numérateur de la formule, tandis qu'on voit seulement la quantité k dans le dénominateur, on pourroit croire que plus on augmentera V, en diminuant k, plus l'Embarcation acquerra de vîtesse ; mais il faut observer qu'en supposant $k = 0$, la vîtesse u de l'Embarcation devient aussi zéro : donc il y a nécessairement une valeur de kV qui donne la plus grande vîtesse u possible. Pour trouver cette valeur, il est nécessaire de supposer que le Rameur emploie toujours un même effort, & chercher la raison suivant laquelle la vîtesse V augmente, ou diminue, en diminuant, ou augmentant le poids K ; car, ayant déterminé cette raison, on trouvera facilement la plus grande raison qui est celle qu'on cherche. Supposons qu'un homme puisse soutenir, ou être près de soutenir un poids Q, mais non davantage ; il est clair que ce poids doit être regardé comme la masse que que nous devons supposer qu'il puisse tirer, mais sans pouvoir lui donner aucune vîtesse. Supposons aussi que la plus grande vîtesse avec laquelle le même homme puisse mouvoir ses bras, sans tirer aucun poids, soit de W pieds par seconde : or, comme il est évident qu'à mesure qu'il diminue la vîtesse avec laquelle il meut ses bras, il pourra lever, ou tirer un plus grand poids, ce poids sera comme la diminution de cette vîtesse, & nous pourrons former cette équation, $\frac{W}{Q} = \frac{W - V}{K}$ * ;

* Pour rendre ceci sensible, concevons la vîtesse extrême W, avec laquelle un homme ne peut mouvoir ses membres & son corps sans devenir incapable de tout effort, divisée en un certain nombre de dégrés égaux de vitesse que nous appellerons w. Concevons pareillement le poids extrême Q, qu'il peut vaincre sans cependant lui donner de vitesse, divisé en un pareil nombre de poids égaux, dont chacun soit représenté par q. Il paroît évident qu'à mesure que la vitesse W diminuera, le poids que l'homme pourra enlever augmentera aussi d'un dégré : ainsi la suite des vîtesses sera . . . . $W . W - w . W - 2w . W - 3w \ldots . W - W$; & celle des poids correspondants, $0 . q . 2q . 3q \ldots . Q$; d'où l'on voit que les poids que l'homme pourra enlever suivent la même proportion que les diminutions des vîtesses : car on a $w : 2w : 3w :: q : 2q : 3q$. Mais on a supposé (305.) que le Rameur peut mouvoir le poids K avec la vîtesse V, & lorsque la vîtesse extrême W est réduite à V, la diminution de la vîtesse est $W - V$: donc, d'après ce qu'on vient de dire, on aura cette

d'où l'on tire $V = W\left(\frac{Q-K}{Q}\right)$. Si K étoit $= 0$, on auroit $V = W$ & ſi l'on avoit $V = 0$, il en réſulteroit $K = Q$. Ces valeurs doivent s'évaluer d'après les efforts dont les Rameurs ſont capables. Un homme peut ſoutenir 225 livres, & même plus, & il peut mouvoir ſes mains, lorſqu'elles ne ſont chargées d'aucun poids, avec une vîteſſe de 6 à 7 pieds par ſeconde; mais ſeulement pendant peu de temps, & non pendant pluſieurs heures, comme le travail des Rameurs l'exige.

Pour un travail continuel, il nous paroît convenable de ſuppoſer $V = 3\left(\frac{81-K}{81}\right)$, ou bien telle autre expreſſion qui ſoit fondée ſur des obſervations bien faites ſur la force des Rameurs qu'on emploîroit; mais, en général, nous aurons toujours de la même maniere $V = W\left(\frac{Q-K}{Q}\right)$, W ainſi que Q exprimant des quantités qui ſoient réellement ſupportables pendant beaucoup de temps.

(320.) Subſtituant donc cette valeur de V dans celle qu'on a trouvée ci-deſſus pour u, & nous aurons $u = \frac{2Ktnb(a+b)W(Q-K)}{Q(TmRb^2 + a^2Ktn)}$, dont la différencielle, en ſuppoſant K variable, étant égalée à zéro, nous donnera la plus grande valeur de K, telle que l'effort du Rameur, étant exprimé par cette valeur, il donnera à l'Embarcation la plus grande vîteſſe qu'il eſt poſſible ; ainſi, nous aurons $(Q - 2K)(TmRb^2 + a^2Ktn) = a^2tmK(Q-K)$, ce qui donne $a^2tmK^2 + 2TmRb^2K = TmRb^2Q$; équation du ſecond degré, dont les racines donneront $K = -\frac{TmRb^2}{a^2tn} \pm \frac{TmRb^2}{a^2tn}\left(1 + \frac{a^2tnQ}{TmRb^2}\right)^{\frac{1}{2}}$.

(321.) Suppoſons maintenant $Q = 81$, & les autres quantités telles que nous les avons ſuppoſées dans le premier exemple relatif aux Avirons à couple; c'eſt-à-dire, $T = 3$, $t = 1$, $a = 4$,

---

proportion $W : W - V :: Q : K$; d'où l'on tire $\frac{W}{Q} = \frac{W-V}{K}$; expreſſion qui ſe réduit à zéro, lorſque $V = W$, & qui donne $Q = K$ lorſque $V = 0$, ainſi que cela doit être.

Quoique cette démonſtration explique d'une maniere ſatisfaiſante la loi que l'Auteur établit, nous ne pouvons diſſimuler quelle porte ſur un principe qui pourroit bien n'être pas rigoureuſement vrai; car il nous ſemble qu'on peut douter que les diminutions égales de la viteſſe extrême, doivent produire des augmentations égales dans le poids enlevé, & réciproquement. En effet, la diminution de la force à meſure que la viteſſe augmente, eſt évidemment cauſée par les efforts que les Rameurs ſont obligés de faire pour mouvoir leur propre corps; de ſorte que plus ils emploient de force pour produire cet effet, moins il leur en reſte pour agir ſur les Rames. D'ailleurs, la liberté des mouvements de l'homme ne peut qu'occaſionner beaucoup de variation dans leur dégré d'énergie: il nous ſemble impoſſible de renfermer cette variabilité dans des formules, & d'en faire l'objet d'un calcul rigoureux. Ces effets nous paroiſſent dépendre entiérement de la conſtitution phyſique, & même morale de l'homme; ainſi, le ſeul moyen d'approcher de la vérité, autant qu'il eſt en nous, eſt de conſulter l'expérience. Au reſte, il paroît, par tout ce qu'on a fait ſur ce ſujet, que la loi exprimée par la formule de l'Auteur, n'eſt pas éloignée de celle de la nature, & cela ſuffit pour l'objet dont il s'agit ici.

$b=8$, $mR=60$, & $n=15$; & on aura à peu près $K=31$; & ſuppoſant $W=3$, on aura $V=3\left(\frac{81-31}{81}\right)=1$ pied $\frac{1}{6}$: de ſorte que le Rameur doit être capable de tirer un poids de 31 livres avec une vîteſſe de 1 pied $\frac{1}{6}$ par ſeconde. La valeur de u ſera dans un tel cas $=\frac{62.1\frac{1}{6}.15.8.12}{3.60.64+16.31.15}=8$ pieds $\frac{1}{8}$ par ſeconde; vîteſſe équivalente à 5 milles $\frac{4}{7}$ par heure, à peu près.

(322.) Pour le cas où les Rameurs voudroient s'efforcer pendant un court intervalle de temps, de maniere à produire tout l'effort dont ils ſont capables, nous pouvons ſuppoſer $V=4\left(\frac{180-K}{180}\right)$, ou $Q=180$, & l'on aura, à peu près, $K=54$, & $V=2\frac{4}{5}$: ce qui donne $u=\frac{108.2\frac{4}{5}.15.8.12}{3.60.64+16.54.15}=17$ pieds $\frac{4}{5}$ par ſeconde; vîteſſe équivalente à 10 milles $\frac{2}{5}$ par heure.

(323.) Pour le cas des Avirons à pointe, dans lequel nous avons ſuppoſé $a=7$, $b=11$, $n=9$, $T=3$, $t=1$, & $mR=60$; ayant $Q=81$, on aura à peu près $K=31$, & ſuppoſant $W=3$, on aura $V=3\left(\frac{81-31}{81}\right)=1$ pied $\frac{1}{6}$, d'où l'on tirera $u=\frac{62.1\frac{1}{6}.15.8.12}{3.60.121+49.31.9}=5$ pieds $\frac{4}{7}$ par ſeconde; vîteſſe qui équivaut à 3 milles $\frac{3}{7}$ par heure.

(324.) Suppoſant que les Rameurs s'efforcent pendant un petit intervalle de temps; nous pouvons faire $Q=180$; ce qui donne à peu près $K=57$, & $V=4\left(\frac{180-57}{180}\right)=2$ pieds $\frac{11}{15}$, & $u=\frac{114.2\frac{11}{15}.9.11.18}{3.60.121+49.57.9}=11$ pieds $\frac{1}{2}$ par ſeconde; vîteſſe qui correſpond à 7 milles $\frac{2}{11}$ par heure.

(325.) Dans les grandes vîteſſes, lorſque les Rameurs cherchent à produire tout l'effort dont ils ſont capables, il auroit été néceſſaire d'avoir égard à la réſiſtance qui provient de la dénivellation du fluide; car la réſiſtance que nous avons employée, & que nous avons exprimée par $mR=60$, eſt ſeulement celle qui ſuit la raiſon des ſimples vîteſſes: mais, dans le cas même où nous avons trouvé la vîteſſe $u=17$ pieds $\frac{4}{5}$, la dénivellation ne peut produire, dans la réſiſtance $mR=60$, qu'une augmentation de 3 $\frac{1}{5}$, & en conſéquence, la vîteſſe 17 pieds $\frac{4}{5}$ ſe réduit à 17 pieds $\frac{7}{10}$; de ſorte que les 10 milles $\frac{2}{5}$ par heure, qui correſpondent à cette vîteſſe, ſe réduiſent ſeulement à 10 milles $\frac{2}{5}$; ce qui fait $\frac{4}{15}$ milles de moins. Dans les autres cas, qui ſont ceux qui peuvent ſe préſenter le plus ſouvent dans la pratique, cette différence eſt beaucoup plus petite, & peut, par conſéquent, être négligée, pour ne pas compliquer davantage le calcul.

(326.) Les valeurs de a & de b présentent aussi le cas d'une plus grande vîtesse : car, en faisant $b = 0$, on aura également $u = 0$; & si l'on augmente beaucoup b, la valeur de K deviendra négative, &, en conséquence, la vîtesse u. La quantité a doit être déterminée d'après la disposition la plus commode pour le Rameur, & d'après la largeur de l'Embarcation. Plus la Rame approchera d'être horisontale, le manche étant à la hauteur de la poitrine, plus le Rameur maniera sa Rame avec facilité. Mais, pour qu'elle demeure sensiblement horisontale, il est nécessaire que a & b soient d'une longueur suffisante, au moins la premiere doit avoir toute la longueur possible. Il n'y a que deux manieres de déterminer la longueur qu'on peut lui donner ; car ou elle doit être de la moitié de la largeur de l'Embarcation, pour nager en couple ; ou elle doit être de presque toute cette largeur, pour nager en pointe : mais, comme, dans ce cas, on diminue de moitié le nombre des Rames, il n'est pas nécessaire de beaucoup d'attention reconnoître que la premiere disposition est la plus avantageuse, toutes les fois que l'Embarcation ne sera pas assez petite pour y mettre obstacle. Supposons donc qu'on ait déjà trouvé la relation entre b & a, & que b soit $= ah$, h étant une constante, ou une quantité dépendante de n dans la formule $u = \frac{2\pi Vtnb(a+b)}{TmRb^2 + a^2 Ktn}$; après la substitution, cette formule deviendra $u = \frac{2h Vtn(1+h)^2}{TmRh^2 + Ktn}$. On voit de là que, quelle que soit la valeur de h, quoiqu'elle dépende de n, comme cette derniere est seulement dans le numérateur de l'expression, ainsi qu'on le verra par la suite (328.), plus le nombre des Rames sera considérable, plus la vîtesse u sera grande. Il faut cependant observer que cette disposition ne doit pas avoir lieu dans les Embarcations fort petites, parce que le doublement de l'équipage forme une charge extrêmement pesante pour elles ; ce qui augmente beaucoup la résistance mR de la proue, & produit, par conséquent, une diminution dans la vîtesse u : cette disposition pourra cependant toujours avoir lieu, lorsqu'un seul Rameur pourra faire mouvoir deux Rames à la fois.

(327.) Quelle que soit la disposition qu'on emploie, nous sçavons déjà que la partie a doit avoir en longueur la moitié de la largeur de l'Embarcation, ou la largeur entiere. Nous sçavons aussi que cette partie de la Rame doit être rendue aussi pesante qu'il sera possible, afin qu'elle puisse contre-balancer le poids de la partie extérieure : ainsi, il ne nous reste plus qu'à déterminer la relation que a & b doivent avoir entr'elles, en supposant la premiere de ces quantités constante, ou donnée. Considérant donc

b comme une variable, on remplira cet objet en différenciant l'équation $u = \frac{2\,KVtnb\,(a+b)}{Tm\,Rb^2 + a^2\,Ktn}$, & en égalant sa différencielle à zéro, ce qui donnera $(a + 2b)\,(Tm\,Rb^2 + a^2\,Ktn) = 2\,Tm\,Rb^2\,(a+b)$, d'où l'on tirera $\frac{b}{a} = \frac{Ktn}{TmR} \pm \frac{Ktn}{TmR}\left(1 + \frac{TmR}{Ktn}\right)^{\frac{1}{2}}$; c'est la relation la plus avantageuse qu'il puisse y avoir entre b & a, pour obtenir la plus grande vîtesse u; mais toujours d'après la supposition que la partie extérieure de la Rame est en équilibre avec l'intérieure.

(328.) Cette relation ne peut donc être constante: elle dépend de la force K que les Rameurs emploient, & du rapport $\frac{t}{T}$; quantités extrêmement variables. Plus ces quantités seront grandes, de même que le nombre n des Rames, plus la partie b doit être grande à l'égard de la partie a; &, au contraire, elle doit être plus petite à proportion que mR, ou la résistance, sera plus grande. Dans les Embarcations semblables mR est comme les racines quarrées des cinquiemes puissances de leurs dimensions linéaires (188.), & n est simplement comme ces dimensions: de sorte que la plus grande de deux Embarcations semblables données, n'a pas besoin que b soit aussi grand par rapport à a, ou, ce qui revient au même, il faut que la partie extérieure de la Rame soit plus courte, à l'égard de la partie intérieure.

(329.) Supposons $K = 31$, $T = 3$, $t = 1$, $n = 15$, $mR = 60$, comme nous l'avons fait dans l'exemple du Canot armé avec des Avirons à couple (321.), & nous aurons $\frac{b}{a} = \frac{31.15}{3.60} + \ldots \frac{31.15}{3.60}\left(1 + \frac{3.60}{31.15}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{31}{12} + \frac{31}{12}\left(1 + \frac{12}{31}\right)^{\frac{1}{2}}$, ou, à peu près, $\frac{b}{a} = 5\frac{5}{8}$: de sorte que si nous faisons $a = 4$, comme dans le même exemple, nous aurons $b = 22\frac{1}{2}$. Substituant cette valeur dans l'équation $u = \frac{2\,KVtnb\,(a+b)}{Tm\,Rb^2 + a^2Ktn}$, & faisant $V = 1\frac{1}{6}$, on aura $u = \frac{62.1\frac{1}{6}.15.22\frac{1}{2}.26\frac{1}{2}}{3.60.(22\frac{1}{2})^2 + 16.31.15} = 10$ pieds $\frac{11}{13}$ par seconde, ce qui équivaut à 6 mille $\frac{2}{5}$ par heure; c'est 1 mille $\frac{1}{5}$ de plus que dans l'exemple cité.

(330.) Mais ceci est calculé sans avoir égard à l'autre *maximum* qui dépend de la valeur de K: pour les comprendre tous les deux dans la même formule, il est nécessaire d'éliminer une des deux inconnues K ou b, par le moyen des équations mêmes qui ont donné les plus grandes valeurs de ces quantités. De l'équation (327.), $(a + 2b)\,(Tm\,Rb^2 + a^2\,Ktn) = 2.\,Tm\,Rb^2\,(a+b)$, on tirera

tirera $K = \frac{TmRb^2}{atn(a+2b)}$. Substituant cette valeur dans l'équation $a^2 TnK^2 + 2 TmRb^2 K = TmRb^2 Q$, (320.), on aura $aTmRb^2 + 2 TmRb^2 (a + 2b) = Qatn (a + 2b)^2$, & après avoir fait les réductions, & avoir ordonné, on aura $b^3 + \frac{3}{4} ab^2 - \frac{Qtna^2}{TmR} b - \frac{Qtna^3}{4TmR} = 0$*:
$- \frac{Qatn}{TmR} b^2$

équation dont la racine positive exprimera la valeur la plus avantageuse de b, & donnera la valeur la plus avantageuse de $K = \frac{TmRb^2}{atn(a+2b)}$ qui a lieu avec elle.

(331.) Retournons donc au cas des Avirons à couple, & à la supposition de la continuité du travail des Rameurs; cas dans lequel nous avons fait $Q = 81$, $a = 4$, $T = 3$, $t = 1$, $n = 15$, $mR = 60$; substituant ces valeurs dans l'équation ci-dessus, elle deviendra $b^3 - 24 b^2 - 108 b - 108 = 0$, dont la racine positive est à peu près $b = 28$; quantité qui surpasse de 5 pieds $\frac{1}{2}$ celle qu'on a trouvée ci-dessus. La valeur de K est donc $= \frac{3.60.28.28}{4.15.60} = 39\frac{1}{5}$: & en substituant cette valeur dans l'équation $V = 3 \left(\frac{81 - K}{81}\right)$, elle donne $V = 1\frac{54}{100}$. Ces trois valeurs étant substituées dans l'équation $u = \frac{2KVtnb(a+b)}{TmRb^2 + a^2 Ktn}$, donnent $u = \frac{78\frac{2}{5}.1\frac{54}{100}.28.15.32}{3.60.28.28 + 16.39\frac{1}{6}.15} =$ 10 pieds $\frac{78}{100}$ par seconde; vîtesse équivalente à 6 milles $\frac{1}{2}$ par heure; c'est un peu plus que dans l'exemple précédent.

(332.) Mais tous les avantages que présentent ces résultats, portent sur la supposition que les parties intérieure & extérieure de la Rame se font mutuellement équilibre; & on voit clairement l'impossibilité d'obtenir cet équilibre, b étant $= 28$. On pourroit seulement produire cet effet en faisant tout le manche de fer, & l'unissant ensuite à la partie extérieure de la Rame, par des empâtures ou autrement : mais en prenant ce parti, chaque manche peseroit à peu près deux quintaux, & le Canot seroit alors surchargé de 30 quintaux, ce qui rendroit la résistance $mR = 64$, au lieu de 60 que nous avions auparavant: cette disposition, bien loin d'augmenter la marche, la diminueroit de $\frac{2}{3}$ de mille par heure, car elle se réduiroit seulement à 6 milles $\frac{1}{3}$. Or, on peut obtenir à peu près cette même vîtesse, en se servant d'une Rame ordinaire toute de bois, en faisant seulement $b = 9$, & on peut

* Cette équation a essentiellement une racine positive, puisque son dernier terme est négatif. (Voyez, pour la démonstration, la Troisieme Partie du *Cours de Mathématiques* de M. *Bezout*, *Article* 201.).

très-bien mettre cette longueur en équilibre avec la partie intérieure, en grossissant le manche suivant la maniere usitée par les Anglais; ainsi, on est dispensé de faire usage de ce contrepoids excessif. On doit donc conclure de-là que toute autre longueur plus grande que celle $b = 9$, seroit préjudiciable à cause qu'elle auroit besoin d'un contre-poids; & si l'on ne fait pas usage de ce contre-poids, le même inconvénient arrive, c'est-à-dire, que la marche est diminuée.

(333.) Pour s'assurer de ce que nous venons de dire, il est nécessaire de chercher les valeurs avantageuses de K & de $\frac{b}{a}$, non dans l'équation $u = \frac{2KVtnb(b+a)}{TmRb^2 + a^2Ktn}$, qui correspond au cas unique, dans lequel la Rame est équilibrée, mais dans l'équation générale

$$u = \frac{2Vtnb(a+b)\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}{TmRb^2 + a^2tn\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}$$; ou, en substituant la valeur de $V = \left(\frac{Q-K}{Q}\right)W$, dans celle $u = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$;

$$\frac{\frac{2Wtnb(a+b)}{Q}(Q-K)\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}{TmRb^2 + a^2tn\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}$$. Faisons maintenant, pour simplifier le calcul $\frac{GP - meb}{a} = A$, & supposant ensuite que K est une quantité variable, égalons à zéro la différencielle de l'équation, & nous aurons $K^2 + 2\left(\frac{TmRb^2}{a^2tn} - A\right)K = \frac{TmRb^2}{a^2tn}(Q - A) - A^2$: équation d'où l'on tirera la valeur la plus avantageuse de K, dont il convient de faire usage. Substituant cette valeur dans celle de u, & différenciant cette derniere en faisant varier b, on en déduira une équation qui donnera de même la valeur la plus avantageuse de b; ou bien, sans substituer la valeur la plus avantageuse de K, dans celle de u, on différenciera de nouveau cette derniere, en faisant varier b, & on égalera les deux différencielles (*Tome I*, 736.). De quelque maniere qu'on procede, on parviendra toujours à une équation très-composée, que nous pouvons nous dispenser de calculer, en considérant que si l'on augmente seulement d'un pied la valeur 9 qu'on a trouvée pour b; c'est-à-dire, si l'on suppose $b = 10$, il en résultera $\frac{GP - meb}{a} = A = 3$; substituant cette valeur de A dans l'équation $K^2 + 2\left(\frac{TmRb^2}{a^2tn} - A\right)K = \ldots\ldots$ $\frac{TmRb^2}{a^2tn}(Q - A) - A^2$, & faisant, comme ci-dessus, $Q = 81$, $mR = 60$, $T = 3$, $t = 1$, $a = 4$, & $n = 15$; on trouvera $K = 33$,

& $V = 3\left(\frac{81-33}{81}\right)$: quantités qui, étant substituées dans la valeur de $u = \frac{2Vtnb(a+b)\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}{TmRb^2 + a^2tn\left(K - \frac{GP}{a} + \frac{meb}{a}\right)}$, donnent $u = 8$ pieds $\frac{2}{3}$ par seconde; vîtesse équivalente à 5 milles $\frac{1}{2}$ par heure; c'est environ 1 mille de moins que dans le cas de $b = 9$, les parties de la Rame étant en équilibre. On ne peut donc mieux faire que de s'en tenir à cette disposition, qui est, sans contredit, la plus avantageuse; c'est-à-dire qu'on doit se borner à mettre en équilibre la partie extérieure de la Rame avec l'intérieure, par le bois seul dont elle est formée; & dans ce cas, on aura à peu près $b = \frac{9}{4}a$. Cependant si l'équation $b^3 + \frac{1}{4}ab^2 - \frac{Qatn}{TmR}b^2 - \frac{Qa^2tn}{TmR}b - \frac{Qa^3tn}{VTmR} = 0$, donnoit une moindre valeur pour b, il faudroit s'arrêter à celle-ci, & équilibrer la Rame, en diminuant alors la grosseur du manche. Au reste, la valeur de K sera (320.) $= -\frac{TmRb^2}{a^2tn} + \frac{TmRb^2}{a^2tn}\left(1 + \frac{a^2tnQ}{TmRb^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, celle de V (319.) $= W\left(\frac{Q-K}{Q}\right)$; & enfin (318.) celle de $u = \frac{2KVtnb(a+b)}{TmRb^2 + a^2Ktn}$.

(334.) Dans une Galere de 40 Rames, on a $mR = 640$, la longueur du manche $= 12$ pieds; mais cependant la distance de l'apostis au centre des forces des Rameurs, est seulement $= 9$ pieds, parce que les cinq Rameurs qui sont attachés à chaque Rame occupent environ 7 pieds $\frac{1}{4}$ du manche. On a de plus $T = 4$, $t = 1$, $Q = 405$, qui est le produit de 81 par 5, & $W = 3$, comme ci-dessus. D'après toutes ces données, l'équation qui donne la valeur de b, devient $b^3 - 50b^2 - 513b - 1156 = 0$; d'où l'on tire $b = 60$ pieds, environ : mais cette longueur étant plus grande que $\frac{9}{4}a = \frac{9}{4}.12$ pieds $=$ 27 pieds, il faut s'en tenir à cette derniere, & faire la distance b de l'apostis au centre des pales $= 27$ pieds. La valeur de b étant ainsi déterminée, l'équation qui donne la valeur de K, se changera en $K = -64.9 + 64.9\left(1 + \frac{9.5}{64}\right)^{\frac{1}{2}} = 180$; ce qui donnera $V = 3\left(\frac{405-180}{405}\right) = 1\frac{2}{3}$; d'où il résulte enfin $u = \frac{360.1\frac{2}{3}.40.27.36}{4.640.27.27 + 81.180.40} =$ 9 pieds $\frac{1}{4}$ par seconde; c'est le nombre de pieds que fera la Galere dans chaque seconde; vîtesse équivalente à 5 milles $\frac{7}{10}$ par heure.

(335.) Il ne nous reste plus maintenant, pour terminer ce *Chapitre*, que de faire voir, comme nous l'avons promis (304.), que l'inertie de la Rame mise en mouvement peut être négligée dans le calcul.

Pour cela, ſuppoſons que π exprime le poids de la partie extérieure de la Rame, & g la diſtance de ſon centre de gravité à l'apoſtis; nous pourrons repréſenter ſon inertie par $\frac{g^2\pi V}{fa}$; & pareillement $\frac{h^2\Pi V}{Fa}$ ſera celle de la partie intérieure, Π exprimant ſon poids, & h la diſtance de ſon centre de gravité à l'apoſtis. Ces deux forces doivent être ſurmontées par le Rameur, auſſi bien que celles qu'on a déjà conſidérées. Il faut donc en tenir compte, & pour cela les introduire dans l'équation de l'*Art.* 309. Suppoſant donc $\left(\frac{g^2\pi}{fa}+\frac{h^2\Pi}{Fa}\right)V=P$, cette équation ſera $2akVu=\frac{TmRau^2}{tn}-\frac{a^2ku}{b^2}(2bV-au)+P$, qui ſe réduit à $u=\frac{kVtnb(b+a)}{TmRb^2+a^2ktn}\left(1+\left(1-\frac{P(TmRb^2+a^2ktn)}{k^2V^2tna(b+a)^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$, ou $u=\ldots$ $\frac{kVtnb(b+a)}{TmRb^2+a^2ktn}\left(2-\frac{P(TmRb^2+a^2ktn)}{2k^2V^2tna(b+a)^2}\right)$. Mais $\frac{2kVtnb(b+a)}{TmRb^2+a^2ktn}$ eſt la valeur de u que nous avons trouvée ci-deſſus; nommant donc celle-ci w, on aura $u=w-\frac{Pb}{kVa(b+a)w}$; &, par conſéquent, la différence de u à w, ou $w-u=\frac{Pb}{kVa(b-a)w}=\frac{b\left(\frac{g^2\pi}{f}+\frac{h^2\Pi}{F}\right)}{ka^2(b+a)w}$; mais $\frac{g^2\pi}{f}+\frac{h^2\Pi}{F}$ eſt à peu près $=\frac{1}{5}a^2k$: donc on aura $w-u=\frac{b}{5(b+a)w}$, ou, en faiſant $b=\frac{9}{4}a$, $w-u=\frac{9a}{20aw}=\frac{9}{20w}$; de ſorte que lorſque $w=9$, on aura $w-u=\frac{1}{20}$ de pied; quantité négligeable *.

---

* On a traduit littéralement tout cet *Article*, quoique le calcul en paroiſſe fort peu exact, l'Auteur parvient à l'équation $u=\ldots$ $\frac{kVtnb(b+a)}{TmRb^2+a^2ktn}\left(1-\left(1-\frac{P(TmRb^2+a^2ktn)}{k^2V^2tna(b+a)^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$; & d'abord, pour ſimplifier l'expreſſion, il extrait la racine de la partie radicale, & ſe contente des deux premiers termes de la ſérie que donne cette extraction; & en cela, il a raiſon: car le ſecond terme du radical eſt évidemment plus petit que le premier. Si on en vouloit une démonſtration, on remarqueroit, avec l'Auteur, que $\frac{2kVtnb(b+a)}{TmRb^2+a^2ktn}$ eſt la valeur de u trouvée dans l'*Art.* 311; ainſi, en exprimant par w cette valeur, on aura $\frac{1}{w}=\frac{TmRb^2+a^2ktn}{2kVtnb(b+a)}$. Multipliant de part & d'autre par $\frac{2bP}{akV(b+a)}$, on aura $\frac{2bP}{akV(b+a)w}=\frac{P(TmRb^2+a^2ktn)}{k^2V^2tnb(b+a)^2}$; mais comme l'obſerve l'Auteur, P eſt à peu près $=\frac{1}{5}akV$, ſubſtituant cette valeur dans le premier membre, & faiſant $b=\frac{9}{4}a$, il deviendra $=\frac{18}{65}\cdot\frac{1}{w}$; quantité qui eſt évidemment une fraction tant que w ſera plus grand que $\frac{18}{65}$. Ainſi, le ſecond terme du radical ſera fractionnaire, & la ſérie qui exprimera la valeur de ce radical ne peut manquer d'être convergente, tant que l'Embarcation aura une vîteſſe de plus des $\frac{18}{65}$ d'un pied par ſeconde: ce ſera le plus grand nombre des cas, & ſur-tout celui dont il eſt ici queſtion.

La valeur de u devient donc, après l'extraction de la racine, $=\ldots$ $\frac{kVtnb(b+a)}{TmRb^2+a^2ktn}\left(2-\frac{P(TmRb^2+a^2ktn)}{2k^2V^2tna(b+a)^2}\right)=\ldots$



LIVRE QUATRIEME.

Des Actions & des Mouvements du Navire.

CHAPITRE I.

De la Marche, ou du Mouvement progressif, du Vaisseau, par l'impulsion du vent sur les voiles, & du Rumb de vent que cette impulsion l'oblige de suivre.

(336.) Nous distinguerons trois sortes de Mouvements progressifs dans le Vaisseau : l'un dirigé suivant la quille, que nous appellerons *Mouvement direct* ; l'autre suivant la perpendiculaire à la quille, que nous appellerons *Mouvement latéral* ; & le troisieme, qui est composé des deux précédents, & qui, par conséquent, exprime le véritable Rumb que suit le Vaisseau, que nous appellerons *Mouvement oblique*. La considération de ces trois Mouvements nous fournira les connoissances suffisantes pour déterminer la marche, & le Rumb de vent que suit le Vaisseau ; mais cependant il est nécessaire d'en considérer un autre, peut être le plus essentiel de tous ; c'est celui que les Marins appellent l'*Elancement vers l'origine du vent* * ; c'est-à-dire, le Mouvement par lequel le Navire *gagne au vent*, ou par lequel il se dirige directement vers l'origine du vent. Car quoique ce mouvement soit le résultat des

---

$\frac{2kVmb(b+a)}{TmRb^2+a^2kn}\left(1-\frac{1}{4}\times\frac{P(TmRb^2+a^2kn)}{k^2V^2mn(b+a)^2}\right) = w\left(1-\frac{bP}{2a^2k(b+a)w}\right) = w-\frac{bP}{2a^2Vk(b+a)}$. Donc $w-u=\frac{bP}{2a^2k(b+a)}=\frac{b\left(\frac{g^2\pi}{f}+\frac{h^2\Pi}{F}\right)}{2a^2k(b+a)}=\frac{b}{10(b+a)}$, en faisant $\frac{g^2\pi}{f}+\frac{h^2\Pi}{F}=\frac{1}{5}a^2k$. Supposant enfin $b=\frac{9}{4}a$, on aura $w-u=\frac{9a}{10.13a}=\frac{9}{130}=\frac{1}{15}$ de pieds environ ; quantité qui ne dépend point de la valeur de w, comme le dit l'Auteur, mais de la valeur de $\frac{g^2\pi}{f}+\frac{h^2\Pi}{F}$, & de la relation entre b & a.

* En Espagnol, *Salida á Barlovento*.

autres, il ne dépend pas ſeulement du plus grand, ou du moindre Mouvement direct, mais de la combinaiſon de celui-ci avec le Mouvement latéral. Tous ces Mouvements proviennent de l'action que le vent communique au Vaiſſeau, en agiſſant ſur les voiles, ſur le corps du Vaiſſeau, ſur les agrès, & ſur les autres choſes ſur leſquelles il produit une impulſion. Ils proviennent auſſi du choc des lames, & de la force des courants; mais nous nous propoſons ſeulement, dans ce *Chapitre*, de déterminer ceux qui réſultent de l'action du vent ſur les voiles. Preſque tous les Auteurs qui ont traité cette matiere, à l'exception de quelques-uns, tels que MM. *Parent*, & *Jacques Bernoulli*, ont fondé leurs raiſonnements non-ſeulement ſur le faux principe des réſiſtances des fluides, mais encore ſur la ſuppoſition que la vîteſſe du vent eſt infinie à l'égard de celle que prend le Vaiſſeau. Ils ſe ſont arrêtés naturellement à cette idée, parce qu'elle facilite le calcul; mais cette ſuppoſition eſt ſi fort éloignée de la vérité, qu'on verra, dans les *Chapitres* ſuivants, avec grand étonnement, ſans doute, que le Navire peut prendre, ayant ſa voilure bien diſpoſée, & même qu'il prend, en effet, une vîteſſe preſque égale à celle du vent qui le pouſſe. C'eſt une vérité que l'expérience confirme, & qu'on démontrera en faiſant voir dans quelle erreur on a été juſqu'ici, particuliérement ſur la vîteſſe du vent, qu'il étoit néceſſaire de ſuppoſer énorme, pour accorder l'expérience avec les réſultats du calcul.

(337.) La force que fait le vent ſur les voiles, ſuivant la direction de la quille, après avoir mis le Vaiſſeau en mouvement, & lui avoir donné, ſuivant cette direction, toute la vîteſſe poſſible, eſt en équilibre avec la réſiſtance directe que l'eau oppoſe à la proue. La même choſe arrive pour la vîteſſe latérale, ce qui nous donne deux équations, qui ſont celles qui doivent nous fournir les connoiſſances qui ſont l'objet de nos recherches. La premiere de ces forces, celle du vent ſur les voiles, a été trouvée (272 & 280.) $= \frac{1}{2g} m V A^2 G \sin \alpha . \sin (\beta - \delta)$ *; mais il faut obſerver que cette force n'a lieu qu'en tant que le Vaiſſeau, ou ſes voiles, n'ont aucun mouvement: auſſi-tôt qu'elles ſe meuvent, cette force diminue, parce que la vîteſſe relative avec laquelle le vent choque la voile, diminue pareillement de toute celle que

* Cette expreſſion eſt celle de l'*Art.* 272, en mettant A^2 pour la ſurface de toutes les voiles, & en faiſant $G = \frac{\sin \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{Arc \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}$, comme il eſt preſcrit à l'*Article* 280.

prend le Vaiſſeau dans cette direction. Suppoſons que QN repréſente la quille du Navire, Q la poupe, & N la proue, HI la vergue, KE la direction du vent, EF la direction oblique que prend le Vaiſſeau. Du point F ſoit abaiſſé la perpendiculaire FN; & ſi EF repréſente la vîteſſe oblique du Vaiſſeau, EN repréſentera ſa vîteſſe directe, & FN ſa vîteſſe latérale: de ſorte que les trois lignes EF, EN, & FN, feront entr'elles comme ces trois vîteſſes. Soit tiré de plus les droites GNT, KI, perpendiculaires à la voile, & ſi KE repréſente la vîteſſe V abſolue du vent, $KI = V \sin \alpha$ repréſentera celle avec laquelle il tombe perpendiculairement ſur la vergue, celle-ci étant ſuppoſée ſans mouvement. Si l'on tire maintenant FG parallélement à la vergue, TG exprimera la vîteſſe que prend la vergue, ſuivant une direction qui lui eſt perpendiculaire. Donc la vîteſſe relative avec laquelle le vent frappe perpendiculairement la vergue, ſera $= KI - TG = V \sin \alpha - TG$; & c'eſt de cette expreſſion que nous devons faire uſage, au lieu de $V \sin \alpha$ ſeul. PLANC. IX. Fig.

(338.) Pour trouver cette vîteſſe, ſoit A^2 la ſurface de toutes les voiles.

V la vîteſſe du vent.

u la vîteſſe directe du Vaiſſeau.

v ſa vîteſſe latérale.

w ſa vîteſſe oblique.

W la vîteſſe avec laquelle le Vaiſſeau gagne dans le vent.

α l'angle que la direction du vent forme avec la vergue.

β l'angle que forme la vergue avec la quille.

γ l'angle que forme la direction du vent avec la quille.

Cela poſé, β exprimant l'angle NET, & EN étant $= u$, on aura $NT = u \sin \beta$; & par la ſimilitude des triangles NET, FNG, on aura auſſi $NG = v \cos \beta$, à cauſe que $FN = v$; donc $NT + NG = TG = u \sin \beta + v \cos \beta$; donc la vîteſſe avec laquelle le vent frappe perpendiculairement la vergue, ſera $= V \sin \alpha - u \sin \beta - v \cos \beta$, & la force que fait la voile dans le ſens de la quille (337.), $= \frac{1}{20} m A^2 G \sin(\beta - \delta)(V \sin \alpha - u \sin \beta - v \cos \beta)$. Cette force eſt à celle qu'elle exerce latéralement (272.), comme $\sin(\beta - \delta)$ eſt à $\cos(\beta - \delta)$: donc la force latérale avec laquelle les voiles agiſſent, ſera $= \frac{1}{20} m A^2 G \cos(\beta - \delta)(V \sin \alpha - u \sin \beta - v \cos \beta)$.

(339.) Les forces, ou réſiſtances, qu'éprouve le Vaiſſeau, tant par la proue, ou directement, que par le côté, ou perpendiculairement, ont été déterminées ci-devant (*Liv. II*, *Chap. V*); mais, pour ſuivre le calcul dans toute ſa généralité, nous ſuppoſerons la

PLANC. IX. premiere de ces résistances $= mru$, & la seconde $= mRv$, r & R exprimant les quantités qu'on a trouvées dans le *Chapitre* cité. Ainsi, nous aurons, d'après cela, ces deux équations, ...
$mru = \frac{1}{20} mA^2G \sin(\beta - \delta)(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)$, & . . .
$mRv = \frac{1}{20} mA^2G \cos(\beta - \delta)(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)$. La premiere donne $v = \frac{GA^2 \sin(\beta-\delta)(V \sin\alpha - u \sin\beta) - 20ru}{GA^2 \sin(\beta-\delta) \cos\beta}$, & la seconde donne aussi $v = \frac{GA^2 \cos(\beta-\delta)(V \sin\alpha - u \sin\beta)}{GA^2 \cos(\beta-\delta) \cos\beta + 20R}$. Donc on aura . . . .
$\frac{GA^2 \sin(\beta-\delta)(V \sin\alpha - u \sin\beta) - 20ru}{GA^2 \sin(\beta-\delta) \cos\beta} = \frac{GA^2 \cos(\beta-\delta)(V \sin\alpha - u \sin\beta)}{GA^2 \cos(\beta-\delta) \cos\beta + 20R}$; d'où l'on tire $u = \frac{GA^2 RV \sin\alpha . \sin(\beta-\delta)}{GA^2 R \sin(\beta-\delta) \sin\beta + r \cos(\beta-\delta) \cos\beta + 20Rr} =$ . . . .
$\frac{GA^2 RV \sin\alpha . \sin(\beta-\delta)}{GA^2(R-r) \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + r(GA^2 \cos\delta + 20R)}$; c'est l'expression de la vîtesse directe que doit prendre le Vaisseau. Si nous substituons sa valeur dans l'une ou l'autre des valeurs de v, nous aurons $v =$ . . . .
$\frac{GArV \sin\alpha . \cos(\beta-\delta)}{GA^2(R-r) \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + r(GA^2 \cos\delta + 20R)}$; c'est l'expression de la vîtesse latérale que doit prendre pareillement le Vaisseau.

(340.) Nous aurons donc, d'après cela, $\frac{v}{u} = \frac{r \cos(\beta-\delta)}{R \sin(\beta-\delta)} =$ . . .
$\frac{r}{R \, tang(\beta-\delta)}$: mais, comme ce rapport $\frac{v}{u}$, ou $\frac{FN}{EN}$ exprime la tangente de l'angle FEN, que les Marins appellent *l'angle de la Dérive*, si nous appellons cet angle θ, on aura $tang\,\theta = \frac{r}{R \, tang(\beta-\delta)}$.

(341.) Faisant attention que les vîtesses u & v sont entre elles, comme $R \sin(\beta-\delta)$ est à $r \cos(\beta-\delta)$, si l'on prend ces expressions pour les valeurs de ces vîtesses, on aura $(R^2 \sin(\beta-\delta)^2 + r^2 \cos(\beta-\delta)^2)^{\frac{1}{2}}$ pour l'expression de la vîtesse oblique w, & la vraie vîtesse w se trouvera, par cette analogie, $R \sin(\beta-\delta)$ est à . . . .
$(R^2 \sin(\beta-\delta)^2 + r^2 \cos(\beta-\delta)^2)^{\frac{1}{2}}$, comme $\frac{A^2GRV \sin\alpha . \sin(\beta-\delta)}{GA^2(R-r) \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + r(GA^2 \cos\delta + 20R)}$, est à $w = \frac{GA^2V \sin\alpha \, (R^2 \sin(\beta-\delta)^2 + r^2 \cos(\beta-\delta)^2)^{\frac{1}{2}}}{GA^2(R-r) \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + r(GA^2 \cos\delta + 20R)}$.

(342.) Il ne nous reste plus maintenant qu'à trouver la vîtesse W avec laquelle le Vaisseau gagne dans le vent, ou avec laquelle il s'approche de l'origine du vent. Pour y parvenir, supposons que la direction du vent soit représentée par KE, que EN représente la vîtesse directe, & NF la vîtesse latérale; en élevant, perpendiculairement à la direction KE, la droite EX, que les Marins appellent
FIG. 47. *la perpendiculaire du vent*, & tirant NX parallélement à la même direction, & FG perpendiculaire à cette derniere, alors XG représentera

tera la vitesse avec laquelle le Navire s'éleve dans le vent *. Pour trouver NX; nous avons le triangle rectangle NEX, dans lequel l'angle N est $= \gamma$, à cause qu'il est égal à l'angle NEK, & l'hypotenuse $EN = \frac{GA^2 RV \sin \alpha . \sin (\beta - \delta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}$, qui est la vitesse directe: donc $NX = \frac{GA^2 RV \cos \gamma \sin \alpha \sin (\beta - \delta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}$. En procédant de la même maniere, dans le triangle NFG semblable au précédent, & dans lequel on a la vitesse latérale $NF = \frac{GA^2 rV \sin \alpha . \cos (\beta - \delta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}$; on aura $NG = \ldots\ldots$ $\frac{GA^2 rV \sin \gamma \sin \alpha . \cos (\beta - \delta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}$, donc $XG = NX - NG$ $= W = \frac{GA^2 V \sin \alpha (R \cos \gamma . \sin (\beta - \delta) - r \sin \gamma . \cos (\beta - \delta))}{GA^2 (R - r) \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}$.

(343.) On peut simplifier les expressions de toutes ces vitesses, & faciliter les calculs, si on élimine l'angle α, en substituant la valeur de son sinus exprimée en sinus & cosinus des angles γ & β; car, attendu que $\gamma = \alpha + \beta$, (271.), on aura $\sin \alpha = \sin \gamma . \cos \beta - \cos \gamma . \sin \beta$. Ainsi ces valeurs deviendront ......

$$u = \frac{GA^2 RV \sin (\beta - \delta) (\sin \gamma . \cos \beta - \cos \gamma \sin \beta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}.$$

$$v = \frac{GA^2 rV \cos (\beta - \delta) (\sin \gamma . \cos \beta - \cos \gamma . \sin \beta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}.$$

$$w = \frac{GA^2 V (R^2 \sin (\beta - \delta)^2 + r^2 \cos (\beta - \delta))^{\frac{1}{2}} (\sin \gamma . \cos \beta - \cos \gamma . \sin \beta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}.$$

$$W = \frac{GA^2 V (R \cos \gamma . \sin (\beta - \delta) - r \sin \gamma . \cos (\beta - \delta)) (\sin \gamma . \cos \beta - \cos \gamma . \sin \beta)}{GA^2 (R - r) \sin \beta \sin (\beta - \delta) + r (GA^2 \cos \delta + 20 R)}.$$

(344.) Pour que ces expressions puissent nous servir, tant pour les cas où l'on navigue vent largue, que pour ceux où l'on navigue à la bouline, on doit observer que puisque le terme qui contient $\cos \gamma$ est négatif, dans le cas de la bouline, comme on l'a exprimé dans les formules, il sera positif, dans le cas du vent largue: par conséquent, en changeant seulement le signe du terme où se trouve ce cosinus, elles exprimeront les vitesses pour ce cas **. Mais il est essentiel d'observer que pour éviter toute con-

* Car si le Vaisseau ne gagnoit pas au vent, il suivroit la direction EX de la perpendiculaire du vent: donc la vitesse avec laquelle il s'éloigne de EX, en gagnant vers l'origine du vent, sera celle avec laquelle il s'éleve dans le vent. Or, en vertu de la vitesse directe EN, & de la vitesse latérale FN, il parvient au point F dans le même temps qu'il auroit employé à parcourir séparément les espaces EN, NF, en vertu de ces deux vitesses respectives. Donc la distance du point F à la perpendiculaire du vent, c'est-à-dire, XG, est l'expression de la vitesse avec laquelle le Vaisseau s'éleve dans le vent.

** Car dans le cas de la bouline on a $\gamma < 90^\circ$, & $\cos \gamma$ est positif; ainsi le terme où se trouve ce cosinus étant soustrait de celui qui le précede, ce terme devient négatif;

fusion, nous renfermerons dans le cas de la bouline, tous les cas quels qu'ils soient, où l'angle γ est aigu, ou moindre que 90°, en le mesurant vers la proue; & dans le cas du vent largue, tous ceux où il est plus grand que 90°; de sorte que lorsque $\gamma = 90$, on aura $cos\ \gamma = 0$; & lorsque $\gamma = 180°$, ce qui est le cas dans lequel on navigue vent arriere, alors $cos\ \gamma = 1$.

(345.) La premiere connoissance que nous fournissent ces formules, est que ces quatre vîtesses seroient en raison directe de la vîtesse V du vent, en supposant la même quantité de voiles, & leur disposition aussi la même, si la vîtesse V, en variant, ne faisoit pas varier en même temps $G = \frac{sin\ \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}{Arc\ \frac{1}{2}(\Pi - \pi)}$, (280.), ainsi que $\delta = \frac{1}{2}(\Pi + \pi) - \alpha$, (270.). La quantité V augmentant, Π augmente (269.), & π diminue, par conséquent G diminue en même temps*: & comme Π augmente dans une plus grande raison que π ne diminue, il s'ensuit que δ augmente: donc en vertu de ces deux raisons, la valeur de u doit être moindre qu'elle ne seroit sans ces altérations; & par conséquent elle ne peut augmenter dans la même raison que V. On doit entendre la même chose de la vîtesse oblique w, & de la vîtesse W avec laquelle le Vaisseau gagne au vent; mais la vîtesse latérale v augmente, au contraire, dans une plus grande raison.

(346.) Pareillement, les valeurs de G & de δ variant par la différente courbure de la voile, & cette courbure variant suivant la tension de la voile, & la qualité de la toile dont elle est formée (265), il s'ensuit que plus la toile sera d'un tissu fort & serré; c'est-à-dire, moins elle sera disposée à prendre une grande courbure, & plus la voile sera tendue, plus les vîtesses directe, oblique, & pour gagner au vent, seront grandes, & plus, au contraire, la vîtesse latérale sera petite.

(347.) Comme la quantité R multiplie tout le numérateur dans la vîtesse directe, & seulement une partie du dénominateur; & que la quantité r se trouve seulement dans le dénominateur; il s'ensuit que plus le rapport $\frac{R}{r}$ sera grand, plus cette vîtesse sera petite. Dans l'expression de la vîtesse avec laquelle le Vaisseau gagne au vent, le numérateur diminue, & le dénominateur augmente à mesure que r augmente; donc cette vîtesse sera d'autant plus petite que r sera

---

mais dans le cas du vent largue γ est > 90°, ainsi $cos\ \gamma$ est négatif, & le terme où il se trouve sera positif par l'effet de la soustraction.

* Car Π augmentant & π diminuant, $\Pi - \pi$ devient plus grand; & comme les arcs croissent dans une plus grande raison que leurs sinus, le dénominateur de la valeur de G devient plus grand à l'égard du numérateur; ainsi G diminue de valeur.

plus grande: de ſorte que ſi r devenoit $= \frac{R \, cos \gamma \, . \, fin \, (\beta - \delta)}{fin \gamma \, . \, cos \, (\beta - \delta)} = \frac{R \, tang \, (\beta - \delta)}{tang \, \gamma}$, cette vîteſſe ſeroit nulle, & le Vaiſſeau ne pourroit aucunement gagner au vent; ou, ce qui revient au même, pour que le Vaiſſeau puiſſe gagner au vent, il faut qu'on ait $tang \, (\beta - \delta) > \frac{r}{R} \, tang \, \gamma$.

(348.) Comme la quantité A^2, qui exprime la ſurface de toutes les voiles, multiplie tous les termes des numérateurs, tandis qu'elle ne multiplie pas tous ceux des dénominateurs; il s'enſuit que plus on déferlera de voile, plus en général les quatre vîteſſes ci-deſſus deviendront grandes. La vîteſſe directe & l'oblique augmentent au point de devenir égales, & même plus grandes que celle du vent; & ſi cela n'arrive pas dans un Vaiſſeau, on le voit arriver dans d'autres Embarcations. Pour cela, il faut que le coëfficient $G A^2 R \, fin \, \alpha . fin \, (\beta - \delta)$ du numérateur ſoit égal, ou plus grand que le dénominateur $G A^2 (R - r) \, fin \, \beta . fin (\beta - \delta) + r (G A^2 \, cos \, \delta + 20 R)$. Faiſons, pour rendre la réduction plus facile, $\alpha = 90°$, afin (270.) qu'ayant $\delta = \frac{1}{2}(\Pi + \pi) - \alpha$, on ait (274.) $\delta = 0$: alors on verra que, pour que la vîteſſe directe ſoit égale, ou plus grande que celle du vent, il ſuffira ſeulement que $G A^2 R \, fin \, \beta$ ſoit $=$, ou $> G A^2 R \, fin \beta^2 + G A^2 r \, cos \, \beta^2 + 20 \, Rr$; ou que A^2 ſoit $=$, ou $> \frac{20 \, Rr}{GR \, (fin \, \beta - fin \, \beta^2) - Gr \, cos \, \beta^2}$. Cette expreſſion manifeſte déjà clairement qu'on ne peut pas faire $fin \, \beta = 1$, parce que cette expreſſion deviendroit $\frac{20 Rr}{0} = \infty$, & par conſéquent, il faudroit que A^2 fût $= \infty$, pour que l'Embarcation eût ſeulement une vîteſſe égale à celle du vent; ce qui eſt infiniment éloigné de pouvoir s'obtenir dans la pratique, & même eſt abſolument chimérique. Suppoſons donc $fin \, \beta = \frac{1}{2}$, laquelle valeur n'eſt pas beaucoup éloignée d'être la plus avantageuſe; & dans cette ſuppoſition, pour que la vîteſſe du Bâtiment ſoit égale, ou plus grande que celle du vent, il faudra avoir $A^2 =$, ou $> \frac{80 \, Rr}{G \, (R - 3r)}$; ou, en faiſant $\pi = 60°$, & par conſéquent (274.), $G = \frac{fin \frac{1}{2} \, (180° - 2\pi)}{Arc \frac{1}{2} \, (180° - 2\pi)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{3,14} = \frac{3}{3,14}$, il faudra que A^2 ſoit $=$, ou $> \frac{251, 2 . Rr}{3 (R - 3r)}$. Suppoſons maintenant $R = 3316$, & $r = 294$, comme on l'a trouvé, *Art.* 187, pour le Vaiſſeau de 60 canons; & nous trouverons $\frac{251, 2 . Rr}{3 (R - 3r)} = 31484$: mais (280.) ce Vaiſſeau ne peut déployer que 24400 pieds de voilure; donc, dans cette diſpoſition, ſa vîteſſe ne peut jamais parvenir à égaler celle du vent. Il ſeroit donc néceſſaire, pour qu'il acquît cette vîteſſe, ou d'augmenter la voilure juſqu'au point que ſa ſur-

face fût $= 31484$ pieds, ou de diminuer la valeur de $\frac{251,2 \cdot Rr}{3(R-3r)}$, en diminuant celle de la résistance r de la proue. Le premier de ces moyens est extrêmement dangereux, comme on le fera voir dans les *Chapitres* suivants. Le second, quoiqu'il ne convienne pas aux Vaisseaux qui doivent éprouver, par la proue, le choc de coups de mer très-violents, comme on le verra plus loin, peut être appliqué avec succès dans d'autres Bâtiments, tels que les Galeres, les Chebecs, & autres Embarcations de cette espece. Pour nous en assurer, faisons $24400 = \frac{251,2 \cdot 3316\, r}{3(3316-3r)}$, & nous trouverons $r = 240$, à fort peu près : c'est la valeur que devroit avoir r, au lieu de 294, pour que le Vaisseau pût marcher aussi vite que le vent ; & attendu que les résistances sont comme les sinus des angles d'incidence, & ces sinus comme les longueurs du Vaisseau, tout le reste demeurant constant, il s'ensuit qu'en augmentant la longueur du Vaisseau dans la raison de 240 à 294, il pourra prendre une vitesse égale à celle du vent; & en lui donnant une longueur égale à 4 fois $\frac{1}{2}$ sa largeur, il en pourra prendre une qui surpasse celle du vent. Comme personne n'ignore qu'une Galere a une longueur de plus de sept fois sa largeur, & qu'en outre, sa proue est beaucoup plus fine à proportion, il s'ensuit qu'une Galere, ayant ses voiles bien orientées, marche plus vite que le vent. Pour ne laisser aucun doute sur ce point, nous n'avons qu'à faire, dans la formule $\frac{251,2 \cdot Rr}{3(R-3r)}$, $r = 15$ & $R = 300$, qui sont les valeurs des résistances dans une Galere, & nous trouverons, à fort peu près, $\frac{251,2 \cdot Rr}{3(R-3r)} = 1477$; mais, dans une Galere, A^2 est tout au moins de 3000 : donc elle va beaucoup plus vite que le vent. Dans un grand Chebec, $r = 60$, & $R = 700$; ce qui donne $\frac{251,2 \cdot Rr}{3(R-3r)} = 6763$; mais $A^2 = 9000$: donc ce Bâtiment va aussi beaucoup plus vite que le vent. Au reste, il faut bien observer que tout ce que nous venons de dire ne peut avoir lieu qu'autant que les vents sont doux & modérés, & qu'ils permettent à ces Embarcations de porter toute leur voilure; car aussi-tôt qu'on est obligé de serrer des voiles, A^2 diminue, & l'équation ci-dessus ne peut plus avoir lieu. Il y a, dans les Vaisseaux, une autre circonstance qui s'oppose à ce qu'ils puissent jouir de cet avantage, c'est de ne pouvoir faire $\sin \beta = \frac{1}{2}$, ou $\beta = 30°$: car on a vu (275.) que, dans un Vaisseau, lorsque l'angle β est le moins ouvert, il est encore de $35°$, & qu'il n'est pas possible de le faire plus petit. Dans les Galeres, les Chebecs, & en général dans tous les Bâtiments qui portent des voiles

latines, cet angle peut être beaucoup moindre que 30°, & en cela les voiles latines ont de l'avantage sur les voiles quarrées.

(349.) Les valeurs des angles γ & β, qu'on doit employer, présentent encore beaucoup de variétés & d'avantages; mais l'étendue de cet objet nous oblige à en réserver l'examen pour un autre *Chapitre*: nous nous bornerons, dans celui-ci, à comparer les formules à la pratique habituelle de la Marine, & nous en ferons voir la parfaite conformité.

(350.) En naviguant vent en poupe, on a $\gamma = 180°$; & comme (177.), $\beta = \frac{10}{23}(\gamma + 27°)$, & $\gamma = \alpha + \beta$, nous aurons $\beta = 90°$, & $\alpha = 90°$; ce qui (270.) donne $\delta = \frac{1}{2}(180°) - \alpha = 0$. Ces valeurs étant substituées dans l'expression de la vîtesse directe, elle deviendra $u = \frac{GA^2V}{GA^2 + 20r}$; c'est la vîtesse que prendra l'Embarcation en allant vent arriere. Supposons maintenant que le Vaisseau de 60 canons, navigue par un vent modéré, avec la misaine $= 2610$, le grand hunier $= 3640$, le grand perroquet $= 1500$, deux bonnettes de hune $= 2200$, & deux bonnettes basses $= 3000$, la somme des surfaces de ces voiles sera $= 12950 = A^2$. Substituant cette valeur avec celle de $r = 294$, & faisant $G = 1$, à cause qu'on suppose le vent modéré (280.), on aura la vîtesse u du Vaisseau $= \frac{12950\,V}{12950 + 5880} = \frac{12950\,V}{18830}$, ou, à peu près, $u = \frac{69}{100}V$. Si la vîtesse du vent étoit telle qu'il parcourût 10 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit $6\frac{9}{10}$ dans le même temps; vîtesse qui est équivalente à 4 milles $\frac{4}{7}$ par heure: & si le vent parcouroit 15 pieds par seconde le Vaisseau en parcourroit $10\frac{3}{10}$ dans le même temps; ce qui équivaut à 6 milles $\frac{6}{7}$ par heure. Le vent augmentant davantage de vîtesse, il est alors nécessaire de diminuer la valeur de G: supposons-la $= \frac{7}{8}$, on aura $u = \frac{\frac{7}{8}.12950\,V}{\frac{7}{8}.12950 + 5880} = \frac{11331\,V}{17211}$, ou, à peu près, $u = \frac{66}{100}V$; valeur qui est moindre que la précédente seulement de $\frac{3}{100}V$. Si donc, avec la même quantité de voiles, le vent parcouroit 20 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit $13\frac{1}{5}$ dans le même temps; ce qui équivaut à 7 milles $\frac{9}{10}$ par heure. Enfin, si l'on pouvoit porter la même voilure, le vent ayant une vîtesse de 25 pieds par seconde, le Vaisseau parcourroit 16 pieds $\frac{1}{2}$ dans le même temps; vîtesse équivalente à 9 milles $\frac{9}{10}$ par heure: mais c'est ce que l'on ne voit pas dans la pratique, & fournit une preuve évidente que lorsque le vent a une vîtesse de 25 pieds par seconde, il n'est pas possible que le

Vaiſſeau porte toutes ſes voiles. En conſervant ſeulement la miſaine & le grand hunier, la quantité A^2 ſe réduit à 6250; & par conſéquent u devient $= \frac{\frac{7}{8}\cdot 6250\, V}{\frac{7}{8}\cdot 6250 + 5880} = \frac{5469}{11349} V$, ou à peu près $u = \frac{48}{100} V$. Si donc le vent parcouroit 25 pieds par ſeconde, le Vaiſſeau en parcourroit 12, ce qui eſt équivalent à 7 milles $\frac{1}{5}$ par heure; & ſi le vent parcouroit 30 pieds par ſeconde, le Vaiſſeau en parcourroit 14 $\frac{2}{5}$, ce qui revient à 8 milles $\frac{64}{100}$ par heure. Prenant les trois ris dans le grand hunier, la ſurface de cette voile ſe réduit à 2280, & l'on a $A^2 = 4890$, par conſéquent u ſera $= \frac{\frac{7}{8}\cdot 4890\, V}{\frac{7}{8}\cdot 4890 + 5880} = \frac{4279}{10159} V$, ou à peu près $u = \frac{42}{100} V$. Si on ſuppoſe maintenant la vîteſſe du vent de 30 pieds par ſeconde, le Vaiſſeau en parcourra 12 $\frac{3}{5}$ dans le même temps; ce qui eſt équivalent à 7 milles $\frac{56}{100}$ par heure: & ſi la vîteſſe du vent devenoit de 35 pieds, celle du Vaiſſeau ſeroit de 14 $\frac{7}{10}$; ce qui répond à 8 milles $\frac{82}{100}$ par heure. Enfin, le grand hunier étant ſerré, & la miſaine demeurant ſeule, on aura $A^2 = 2610$; par conſéquent $u = \frac{\frac{7}{8}\cdot 2610\, V}{\frac{7}{8}\cdot 2610 + 5880} = \frac{2284}{8164} V$, ou à peu près $u = \frac{28}{100} V$: ſi donc le vent parcouroit 40 pieds par ſeconde, le Navire en parcourroit 11 $\frac{1}{5}$ dans le même temps; ce qui répond à 6 milles $\frac{72}{100}$ par heure: ſi le vent parcouroit 50 pieds par ſeconde, le Navire en parcourroit 14 dans le même temps; ce qui répond à 8 milles $\frac{2}{5}$ par heure: enfin, ſi le vent parcouroit 60 pieds par ſeconde, le Vaiſſeau en parcourroit 16 $\frac{4}{5}$; ce qui répond à 10 milles $\frac{8}{100}$ par heure: mais c'eſt ce qu'on ne verra que très-rarement; d'où l'on doit conclure qu'un vent dont la vîteſſe eſt de 60 pieds par ſeconde eſt un vent très-violent.

(351.) Dans la navigation vent largue, il y a différents cas eſſentiels à conſidérer; examinons d'abord celui dont il a été parlé à l'*Art.* 278, cas dans lequel ayant $\gamma = 134°$, on a $\beta = 70°$, & $\alpha = 64°$. Avec un petit vent on a l'angle $\delta = 1° 37'$, & avec un vent fort, le même angle devient $= 4° 40' \frac{1}{2}$: dans le premier cas, $G = \frac{2}{7}$, & dans le ſecond $G = \frac{28}{100}$. Suppoſons maintenant que le Vaiſſeau navigue avec la grande voile $= 3520$, la miſaine $= 2610$, le grand hunier $= 3640$, le petit hunier $= 2860$, l'artimon $= 1300$, le perroquet de fougue $= 1720$, le grand perroquet $= 1500$, le petit perroquet $= 1130$, & le foc $= 1060$, la ſomme des ſurfaces de toutes ces voiles eſt $= 19340$: & en retranchant de cette ſomme la quantité 1660 pour tenir compte de

la partie de la misaine que couvre la grande voile, de celle que le grand hunier couvre du petit hunier, & le perroquet de fougue du grand hunier, après la soustraction il restera 17680 pour la valeur de A^2. Comme cet appareil répond au cas d'un petit vent, la valeur de δ correspondante, est $= 1^\circ\ 37'$, & celle de $G = \frac{4}{5}$: substituant donc ces valeurs dans la formule, avec celles de $r = 294$, & de $R = 3316$, on aura . . . .

$$u = \frac{\frac{4}{5} . 17680 . 3316 . V \sin(68^\circ 23') \sin 64^\circ}{\frac{4}{5} . 17680 . 3316 \sin 70^\circ . \sin(68^\circ 23') + \frac{4}{5} . 17680 . 294 . \cos 70^\circ . \cos(68^\circ 23') + 20 . 3310 . 294}$$

$= \frac{3919}{6100} V$; ou à peu près $u = \frac{64}{100} V$. Si le vent avoit une vîtesse de 10 pieds par seconde, le Vaisseau en prendroit une de 6 pieds $\frac{2}{5}$ dans le même temps; ce qui équivaut à 3 milles $\frac{84}{100}$ par heure; & s'il avoit une vîtesse de 15 pieds, le Vaisseau en prendroit une de 9 pieds $\frac{3}{5}$, ce qui répond à 5 milles $\frac{76}{100}$ par heure. Le vent augmentant de vîtesse, nous devons faire $\delta = 4^\circ\ 40'$, & $G = \frac{78}{100}$; en conséquence, u sera

$$= \frac{\frac{78}{100} . 17680 . 3316 . V \sin(65^\circ 20') \sin 64^\circ}{\frac{78}{100} . 17680 . 3316 . \sin 70^\circ . \sin(65^\circ 20') + \frac{78}{100} . 17680 . 294 \cos 70^\circ . \cos(65^\circ 20') + 20 . 3316 . 294}$$

$= \frac{3735}{5913} V$, ou, à peu près, $u = \frac{63\frac{1}{6}}{100} V$; quantité qui est seulement moindre que la précédente de $\frac{1}{120} V$: ainsi on peut négliger cette différence, comme étant petite. Si donc le vent parcouroit 20 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit 12 $\frac{64}{100}$ dans le même temps; ce qui répond à 7 milles $\frac{38}{100}$ par heure; & si la vîtesse du vent étoit de 25 pieds par seconde, le Navire parcourroit 15 pieds $\frac{4}{5}$ dans le même temps; ce qui répond à 9 milles $\frac{48}{100}$ par heure. Le vent augmentant davantage, il est nécessaire de serrer les deux perroquets & le foc, dont les surfaces réunies montent à 3690 pieds quarrés; ainsi il restera $A^2 = 13990$, & l'on aura $u =$ . . . .

$$\frac{\frac{78}{100} . 13990 . 3316 . V \sin(65^\circ 20') \sin 64^\circ}{\frac{78}{100} . 13990 . 3316 . \sin 70^\circ . \sin(65^\circ 20') + \frac{78}{100} . 13990 . 294 . \cos 70^\circ . \sin(65^\circ 20') + 20 . 3316 . 294}$$

ou, à peu près, $u = \frac{57}{100} V$. Si donc le vent parcouroit 25 pieds par seconde, le Navire en parcourroit 14 $\frac{1}{4}$; ce qui donne 8 milles $\frac{55}{100}$ par heure; & si le vent parcouroit 30 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit 17 $\frac{1}{10}$; ce qui répond à 10 milles $\frac{26}{100}$ par heure. Le perroquet de fougue étant serré, & prenant les trois ris dans les huniers, A^2 devient $= 9950$, & $u =$ . . . .

$$\frac{\frac{78}{100} . 9950 . 3316 . V \sin(65^\circ 20') \sin 64^\circ}{\frac{78}{100} . 9950 . 3316 . \sin 70^\circ . \sin(65^\circ 20') + \frac{78}{100} . 9950 . 294 . \cos 70^\circ . \cos(65^\circ 20') + 20 . 3316 . 294}$$

ou, à fort peu près, $= \frac{50}{100} V$. Si donc le vent parcouroit 35 pieds

par seconde, le Navire en parcourroit 17 $\frac{1}{2}$; ce qui répond à 10 milles $\frac{1}{2}$ par heure; & s'il pouvoit porter la même quantité de voiles, le vent ayant une vîtesse de 40 pieds par seconde, le Vaisseau en prendroit une de 20 pieds; ce qui revient à 12 milles par heure. Portant seulement les deux basses voiles, on aura $A^2 = 5200$, ayant déduit 930 de la somme de leurs surfaces pour la quantité dont la grande voile couvre la misaine, & la vitesse u sera $=$

$$\frac{\frac{75}{100} . 5200 . 3316 . V \sin (65^\circ\ 20') \sin 64^\circ}{\frac{75}{100} . 5200 . 3316 . \sin 70^\circ . \sin (65^\circ\ 20') + \frac{75}{100} . 5200 . 294 . \cos 70^\circ . \cos (65^\circ . 20') + 20 . 3316 . 294},$$

$= \frac{35}{100} V$, à fort peu près. Si donc le vent parcouroit 40 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit 14; ce qui équivaut à 8 milles $\frac{2}{5}$ par heure; & si le vent parcouroit 50 pieds, le Vaisseau en parcourroit 17 $\frac{1}{2}$; ce qui répond à 10 milles $\frac{1}{2}$ par heure.

(352.) Dans la navigation à la bouline, on a (275.), $\gamma = 65^\circ$, $\alpha = 25^\circ$, & $\beta = 40^\circ$: avec un petit vent on a de plus $\delta = 8^\circ\ 10'\frac{1}{4}$, & avec un vent fort, $\delta = 20^\circ\ 3'\frac{3}{4}$: dans le premier cas, $G = \frac{\sin \frac{1}{2} (53^\circ\ 19'\frac{3}{4})}{Arc \frac{1}{2} (53^\circ\ 19'\frac{3}{4})} = \frac{96}{100}$; & dans le second, $G = \frac{\sin \frac{1}{2} (87^\circ\ 52'\frac{1}{2})}{Arc \frac{1}{2} (87^\circ\ 52'\frac{1}{2})} = \frac{90}{100}$. Supposant que le Vaisseau navigue avec la grande voile $= 3520$, la misaine $= 2610$, le grand hunier $= 3640$, le petit hunier $= 2860$, l'artimon $= 1300$, le perroquet de fougue $= 1720$, le grand perroquet $= 1500$, le petit perroquet $= 1130$, le foc $= 1060$, le faux foc $= 410$, la grande voile d'étai, la voile d'étai de hune, & la contre voile d'étai $= 2110$, les voiles d'étai d'artimon, du perroquet de fougue & du grand perroquet $= 1200$; la somme des surfaces de toutes ces voiles sera $= 23050 = A^2$. Cette valeur de A^2 étant substituée dans la formule avec celle de $G = \frac{96}{100}$, & de $\delta = 8^\circ\ 20'$, à cause qu'on suppose le vent modéré, & y substituant aussi les autres valeurs qu'on a déjà trouvées, on aura $u = \ldots\ldots$

$$\frac{\frac{96}{100} . 23050 . 3316 . V \sin (31^\circ\ 40') \sin 25^\circ .}{\frac{96}{100} . 23050 . 3316 . \sin 40^\circ . \sin (31^\circ\ 40') + \frac{96}{100} . 23050 . 294 \cos 40^\circ . \cos (31^\circ\ 40') + 20 . 3316 . 294}$$

$= \frac{1628}{4850} V$, ou $u = \frac{355}{1000} V$, à fort peu près. Il suit de là que, si le vent parcouroit 10 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit 3 $\frac{55}{100}$ dans le même temps; ce qui revient à 2 milles $\frac{1}{10}$ par heure: & si le vent parcouroit 15 pieds, le Vaisseau en parcourroit 5 $\frac{1}{3}$; ce qui répond à 3 milles $\frac{1}{10}$ par heure.

Le vent venant à augmenter, le Vaisseau ne peut plus porter toute sa voilure; il est alors nécessaire de serrer les petites voiles, de diminuer également la quantité G, & d'augmenter δ. Supposons $G = \frac{93}{100}$, $\delta = 15^\circ$, & qu'on retranche les perroquets, les voiles d'étai

d'étai d'artimon, de perroquet de fougue, la contre-voile d'étai & la voile d'étai de grand perroquet, & qu'on prenne, de plus, un ris dans les huniers; la quantité A^2 deviendra, par ces suppositions, $= 17765$, & u sera $=$

$$\frac{\frac{91}{100} \cdot 17765 \cdot 3316 V \sin 25^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\frac{91}{100} \cdot 17765 \cdot 3316 \sin 40^\circ \cdot \sin 25^\circ + \frac{91}{100} \cdot 17765 \cdot 294 \cos 40^\circ \cdot \cos 25^\circ + 20 \cdot 3316 \cdot 294}$$

$= \frac{9785}{37753} V = \frac{26}{100} V$, à très-peu près. Si le vent parcouroit 20 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit $5 \frac{1}{5}$; ce qui équivaut à 3 milles $\frac{12}{100}$ par heure: & si le vent parcouroit 25 pieds, le Vaisseau en parcourroit $6 \frac{1}{2}$; ce qui équivaut à 3 milles $\frac{9}{10}$ par heure.

Le vent augmentant davantage, on fera $G = \frac{9}{10}$, $\delta = 21^\circ$; & le Vaisseau ne portant plus que les deux basses voiles, les huniers avec les trois ris pris, l'artimon, & le faux foc; on aura $A^2 = 11900$; & $u =$

$$\frac{\frac{9}{10} \cdot 11900 \cdot 3316 \cdot V \sin 19^\circ \cdot \sin 25^\circ}{\frac{9}{10} \cdot 11900 \cdot 3316 \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 19^\circ + \frac{9}{10} \cdot 11900 \cdot 294 \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 19^\circ + 20 \cdot 3316 \cdot 294}$$

$= \frac{489}{2874} V$, ou, à près, $u = \frac{17}{100} V$. Si donc le vent parcouroit 35 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit $5 \frac{95}{100}$; ce qui équivaut à 3 milles $\frac{17}{100}$ par heure; & si le vent en parcouroit 40, le Vaisseau en parcourroit $6 \frac{4}{5}$, qui répondent à 4 milles $\frac{1}{100}$ par heure. Restant sous les deux basses voiles, on a $A^2 = 6130$ (280.); ce qui donne $u = \frac{103}{1000} V$: donc si le vent parcouroit, comme ci-dessus, 40 pieds par seconde, le Vaisseau en parcouroit $4 \frac{12}{100}$, qui équivalent à 2 milles $\frac{1}{2}$ par heure (a).

(a) Les vitesses réelles du vent ne peuvent être fort éloignées de celles que nous assignons: ce qui étoit cependant nécessaire pour soutenir l'ancien systême des résistances. M. *Mariotte* (*Traité du Mouvement des Eaux*, *Part.* 1, *Disc.* 3) assure avoir mesuré la vitesse du vent, & dit: que le vent qui parcourt 24 pieds par seconde, est déjà suffisamment violent; de sorte que ce n'est pas sans peine qu'on marche contre sa direction. M. *Clare*, de la Société Royale de Londres (*The Motion of Fluids*, *page* 261), dit la même chose, même en parlant du pied Anglais M. *Derham*, de la même Société, qui a fait aussi diverses expériences sur ce sujet, dit (*Philos. Transac. N°.* 313) qu'un vent qui parcourt 66 pieds Anglais par seconde, est une tempête violente; & s'il en parcourt davantage, c'est un ouragan. Pour vérifier ces assertions, j'ai fait moi-même, accompagné de quelques Officiers, différentes expériences à *Cadix*, en jettant en l'air des plumes très-légeres, & les abandonnant au vent; & j'ai observé, dans beaucoup d'occasions, la même chose que M. *Mariotte*. J'ai constamment trouvé que le vent, qui parcourt 20 pieds Anglais par seconde, est un vent déjà assez fort, & qu'avec un tel vent les Navires, allant à la bouline, peuvent à peine porter leurs huniers entiérement hauts. J'en voyois cependant, dans le même temps, entrer & sortir de la Baie; mais ils étoient alors à l'abri de la mer, sans cela, ils auroient été forcés de diminuer leurs huniers, en prenant des ris. Les Barques qui passent *del Puerto* à *Cadix*, ne se hasardent pas à sortir lorsque le vent souffle avec cette vitesse; c'est un fait que j'ai toujours observé. Cette vitesse de 20 pieds Anglais par seconde, est donc trop forte pour ces Embarcations; & la vitesse qu'elles prennent dans leur navigation, doit être produite par des

(353.) Nous pouvons nous dispenser pour le présent de chercher la vitesse latérale v, & même la vitesse oblique w, à cause que

vents plus modérés. Suivant ce que j'ai observé journellement dans cette Ville, la vitesse ordinaire des brises d'été est de 10 à 15 pieds Anglais par seconde.

M. *Bouguer*, dans le *Liv. III*, *Sect. II*, *Chap. I*, de son *Traité du Navire*, cherche la relation entre les vitesses du vent, & celles que prend le Vaisseau, d'après la supposition que les résistances des fluides suivent la loi reçue jusqu'à présent des Géométres; & il trouve que dans le cas où l'on va vent arriere, ou vent largue, $u = \frac{100}{336} V$; c'est-à-dire, que la vitesse du Vaisseau n'est pas même le tiers de celle du vent; & cela en supposant même le Vaisseau des meilleurs voiliers Le calcul ne donne cependant encore ce résultat qu'en supposant la densité de l'eau seulement 576 fois plus grande que celle de l'air: car en la supposant 1100 fois plus grande, il en résulte $u = \frac{100}{419} V$; c'est-à-dire, que la vitesse que peut prendre le Navire n'est pas même le quart de celle du vent. Si nous supposons donc le rapport des densités de l'air & de l'eau, tel que nous l'avons employé dans notre calcul, afin de le comparer avec celui de M. *Bouguer*, il en résulte, à fort peu près, $u = \frac{1}{4} V$; vitesse équivalente à $\frac{3}{20} V$ milles par heure *. Supposons maintenant que ce Vaisseau, étant aussi bon voilier qu'il est possible, fasse 10 milles par heure avec un vent largue, ce qui est une marche fort ordinaire, parce que des Vaisseaux de cette espece en font jusqu'à 12, & même davantage; & nous aurons $\frac{3}{20} V = 10$: ce qui donne $V = \frac{200}{3} = 66,6$, de sorte que, pour que le Vaisseau fasse 10 milles par heure, il faut que le vent parcoure 66,6 pieds par seconde; c'est-à-dire, qu'il faut un ouragan, comme l'assure M. *Derham*; conséquence opposée à toutes les expériences, & même dans ce cas il est bon d'observer que le Vaisseau est supposé ne porter rien moins que 15474 pieds Français quarrés de voilure, lesquels répondent à 17506 pieds Anglais: or, il est absolument impossible qu'il pût porter cette quantité de voiles avec un vent aussi violent.

Outre les expériences dont je viens de parler, j'en ai encore fait d'autres, dans la vue d'en comparer les résultats avec la marche des Bâtiments Tandis qu'on mesuroit à terre la vitesse du vent, laquelle se trouvoit de 10 pieds $\frac{1}{2}$ à 11 pieds par seconde, un Canot avec ses deux voiles, & naviguant vent largue, employa 30 minutes à aller depuis la jettée de *Cadix*, jusqu'à se mettre par le travers du Château de *Sainte Catherine del Puerto*. Cette distance prise sur un plan exact de la Baie, est de 16600 pieds Anglais: ce qui donne 9 pieds $\frac{2}{9}$ pour la quantité dont le Canot avançoit par seconde: c'est-à-dire, que la vitesse du Canot étoit à celle du vent, à peu près, comme 21 est à 25, ou comme 21 est à 23: rapport bien éloigné de celui qui résulte de l'ancien systême: mais qui est très-conforme à la théorie que nous suivons maintenant On peut au reste répéter cette même expérience tous les jours. De *Cadix al Puerto*, il y a 5 milles, & les Barques font journellement ce trajet en 3 & 5 quarts d'heure, avec un vent qui parcourt 10 à 15 pieds par seconde. La vitesse que prennent ces Barques répond donc à 6 pieds $\frac{2}{3}$, ou 11 pieds $\frac{1}{9}$ par seconde, & est les $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{20}{27}$ de celle du vent; rapport qui est de même bien éloigné de celui que donne l'ancien systême. La formule qui détermine la vitesse du Navire d'après ce systême, se trouve dans l'*Article* 13 des *Œuvres Posthumes* de *Jacques Bernoulli*. Ce Géométre est le premier qui ait observé que la vitesse du vent n'est pas infinie à l'égard de celle du Vaisseau: observation vraiment importante, & que beaucoup d'autres Géometres après lui n'ont pas admise, malgré son utilité. Comme cet Auteur suppose que le vent frappe toujours la voile perpendiculairement; nous pouvons donner ici la formule générale par les principes que nous avons déjà établis.

Nous avons trouvé (338.) que la vitesse perpendiculaire du vent est $= V \sin a -$

* On évalue ici le mille à 6000 pieds Anglais; mais suivant les mesures prises à l'équateur & au cercle polaire, il est un peu plus grand.

le calcul, pour l'une & l'autre, differe très-peu de celui que nous avons fait pour la vitesse directe. Pour avoir l'une & l'autre de ces

---

$u \sin\beta - v \cos\beta$: or, selon l'ancienne théorie, la force perpendiculaire à la voile est comme son aire A^2, multipliée par le quarré de la vitesse, c'est-à-dire, par $(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)^2$, & par la densité de l'air, qui (258.) est $= \frac{m}{1030}$: cette force sera donc comme $\frac{mA^2}{1030}(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)^2$; & la force dans la direction directe comme $\frac{mA^2 \sin\beta}{1030}(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)^2$. Mais si a^2 désigne la surface plane qui, étant mue perpendiculairement, éprouveroit la même résistance que la proue, la force ou résistance de cette surface, ou de la proue, sera, selon le meme systême, $= ma^2u^2$: donc, dans la plus grande marche du Vaisseau, c'est-à-dire, lorsque sa vitesse est parvenue à l'uniformité, on aura $\frac{mA^2 \sin\beta}{1030}(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)^2 = ma^2u^2$. Par la même raison, si a^2 exprime la surface plane qui, mue perpendiculairement, éprouveroit autant de résistance que le côté du Vaisseau, on aura $\frac{mA^2 \cos\beta}{1030}(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)^2 = m\mathrm{a}^2v^2$: de la premiere équation on tire $V \sin\alpha - u \sin\beta - \frac{(1030)^{\frac{1}{2}} au}{A \sin\beta^{\frac{1}{2}}} = v \cos\beta$; cette valeur étant substituée dans la seconde, la réduit à $\frac{a^2u^2 \cos\beta}{\sin\beta} = \mathrm{a}^2v^2 = \frac{\mathrm{a}^2}{\cos\beta^2}\left(V \sin\alpha - u \sin\beta - \frac{(1030)^{\frac{1}{2}} au}{A \sin\beta^{\frac{1}{2}}}\right)^2$, ce qui donne $u = \frac{A\mathrm{a} V \sin\alpha . \sin\beta^{\frac{1}{2}}}{A(\mathrm{a} \sin\beta^{\frac{3}{2}} + a \cos\beta^{\frac{3}{2}}) + (1030)^{\frac{1}{2}} a\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{a}v \sin\beta^{\frac{1}{2}}}{a \cos\beta^{\frac{1}{2}}}$: & par conséquent $v = \frac{Aa V \sin\alpha . \cos\beta^{\frac{1}{2}}}{A(\mathrm{a} \sin\beta^{\frac{3}{2}} + a \cos\beta^{\frac{3}{2}}) + (1030)^{\frac{1}{2}} a\mathrm{a}}$: & la vitesse oblique $w =$ $\frac{AV \sin\alpha (\mathrm{a}^2 \sin\beta + a^2 \cos\beta)^{\frac{1}{2}}}{A(\mathrm{a} \sin\beta^{\frac{3}{2}} + a \cos\beta^{\frac{3}{2}}) + (1030)^{\frac{1}{2}} \mathrm{a} a}$.

L'aire du maitre couple du Vaisseau de 60 canons qui nous a servi d'exemple; c'est-à-dire, l'aire de la partie qui est submergée dans le fluide, est à peu près de 620 pieds quarrés; & supposant que ce Vaisseau soit un voilier de l'espece moyenne, nous devons prendre a^2 entre un septieme & un huitieme de 620, ou faire $a^2 = 81$, ce qui donne $a = 9$. La résistance du côté du Navire étant à peu de chose près onze fois plus grande que celle de la proue, on aura $\mathrm{a}^2 = 900$, & $\mathrm{a} = 30$. En outre, la racine de 1030, est, sans erreur sensible, $= 32$: donc, en substituant ces valeurs, on aura, pour le Vaisseau de 60 canons, $u = \frac{30 AV \sin\alpha . \sin\beta^{\frac{1}{2}}}{A(30 \sin\beta^{\frac{3}{2}} + 9 \cos\beta^{\frac{3}{2}}) + 8640}$. Dans le cas où l'on navigue vent en poupe, on a $\sin\alpha = 1$, $\sin\beta = 1$, & $\cos\beta = 0$: donc u deviendra $= \ldots\ldots \frac{30 AV}{30 A + 8640} = \frac{AV}{A + 288}$. Si nous faisons maintenant (350.), $A^2 = 12950$, ce qui est la quantité de voile correspondante à un petit vent, & supposant $G = 1$, ou la voile plane, comme on le peut faire dans cette circonstance, on aura, à peu près, $A = 114$; ce qui donne $u = \frac{114 V}{402}$, ou, à peu près, $u = \frac{28}{100} V$; d'où l'on voit que la vitesse du Vaisseau ne sera que très-peu plus de la quatrieme partie de celle du vent. Si le vent parcouroit 10 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit $2 \frac{4}{5}$, ce qui est équivalent à 1 mille $\frac{47}{100}$ par heure; & s'il parcouroit 15 pieds, le Vaisseau en parcourroit $4 \frac{1}{5}$, ce qui répond à 2 milles $\frac{12}{100}$ par heure. Le vent venant à augmenter, G diminue, & nous pouvons supposer $u = \frac{1}{4} V$; mais on sçait, par des expériences répétées, qu'un Vaisseau portant toutes ses voiles, fait 6 à 7 milles par heure, ce qui est une vitesse de 10 à 13 pieds par seconde:

deux vîtesses, il suffit de trouver la valeur de l'angle θ de la dérive, au moyen de l'équation $tang\,\theta = \frac{r}{R\,tang\,(\beta - \theta)}$, qu'on a donnée à l'*Art.* 340. Lorsqu'on navigue vent arriere, cet angle est zéro; & vent largue, il peut être négligé, lorsque l'angle β est grand. Le Vaisseau naviguant à la bouline, on a $\beta = 40^\circ$, & avec un petit vent, $\delta = 8^\circ\ 20'$: donc, dans le Vaisseau de 60 canons, on aura $tang\,\theta = \frac{294}{3316\ tang\,(31^\circ\ 40')}$ $= 0{,}1442$, ou $\theta = 8^\circ\ 12'\frac{1}{4}$. Avec un vent fort, $\delta = 21^\circ$; donc on aura $tang\,\theta = \frac{294}{3316\ tang\,19^\circ} = 0{,}25758$, ou $\theta = 14^\circ\ 27'\frac{1}{3}$: bien entendu que nous faisons ici abstraction des coups de mer, dont l'effet est d'augmenter beaucoup ces angles, particuliérement le dernier, parce que c'est par un vent fort que la mer devient grosse; &, dans ces circonstances, l'angle θ a coutume d'augmenter jusqu'à 50 ou 60 degrés. C'est cet effet, que la pratique manifeste journellement, qui a porté un Géometre à censurer sans motif, & à regarder comme mauvaise la disposition qu'un Navigateur avoit donnée à la voilure de son Navire *.

(354.) D'un autre côté, les Marins n'ayant pas une connoissance parfaite des causes qui peuvent faire varier l'angle de la dérive, se sont imaginés que les voiles hautes sont plus propres que les basses, pour tenir le Vaisseau au vent; car on observe effectivement qu'il en arrive ainsi : mais on vient de voir clairement dans l'*Article* précédent que les basses voiles étant les seules qu'un vent violent per-

---

donc on devroit avoir $12 = \frac{1}{4} V$; & par conséquent $V = 48$ pieds: ainsi la vîtesse que devroit avoir le vent pour donner une semblable vitesse au Vaisseau, devroit être de 48 pieds par seconde; ce qui contredit toutes les expériences. Le Vaisseau demeurant seulement sous la misaine, on a $A^2 = 2610$, & $A = 51$: ce qui donne $u = \frac{51\,V}{51 + 288} = \frac{51}{339} V$; mais avec cette voile le Vaisseau fait communément 9 milles par heure, on a donc $u = 15 = \frac{51}{339} V$: donc $V = 100$, à peu près; vitesse d'un ouragan terrible, qui, certainement, ne permettroit pas de porter la misaine. Le Vaisseau naviguant à la bouline avec toutes ses voiles, on a $A^2 = 23050$, $\alpha = 25^\circ$, & $\beta = 40^\circ$; ainsi l'on aura $u = \frac{131}{1000} V$; de sorte que la vitesse du vent étant même de 20 pieds par seconde, le Vaisseau ne feroit qu'un peu plus d'un mille & demi par heure.

* C'est sans doute de M. *Pitot* que l'Auteur veut parler; car il prétend, *page* 64 de sa *Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux*, que le Capitaine *Cowley* n'avoit pas bien disposé ses voiles dans la circonstance qu'il cité, à cause qu'il y avoit 22° 30' de *dérive*. Les réflexions de cet Académicien ne nous paroissent absolument pas fondées. Nous croyons même qu'il y avoit alors 33° 45' de dérive, & que M. *Pitot* à pris l'expression du traducteur, *Nord-quart-à-l'Ouest* pour le *Nord-Nord-Ouest*; mais il est à présumer que c'est le *Nord quart Nord-Ouest*, que les Anglais appellent le *North by West*: car on trouve cette faute dans presque toutes les traductions des Voyageurs Anglais, qui ont été faites par des hommes qui n'entendoient pas la Marine. Au reste, nous n'avons pas l'original Anglais pour vérifier ce passage.

mette de porter, l'effet obſervé vient ſeulement de la plus grande violence du vent, ou de la plus grande courbure que les voiles ont dans cette circonſtance, & non de leur ſituation particuliere en hauteur. On peut ajouter à cela, que les baſſes voiles, comme plus larges, ſont plus ſuſceptibles que les hautes de prendre une grande courbure (267.), d'où s'enſuit, par conſéquent, une plus grande valeur de δ.

(355.) La vîteſſe avec laquelle le Vaiſſeau gagne au vent, eſt (342.), $W = \frac{GA^2 V \sin \alpha \, (R \cos \gamma . \sin (\beta - \delta) - r \sin \gamma . \cos (\beta - \delta))}{GA^2 R \sin \beta . \sin (\beta - \delta) + GA^2 r \cos \beta . \cos (\beta - \delta) + 20 Rr}$; & de cette même équation, nous avons déduit (347.) que, pour que le Vaiſſeau puiſſe gagner au vent, il eſt néceſſaire d'avoir $\text{tang}\,(\beta - \delta) > \frac{r}{R}\, \text{tang}\,\gamma$ Mais on a (275 & 352.), $\gamma = 65^\circ$: donc, pour qu'on puiſſe gagner au vent, dans la pratique ordinaire des Marins, il eſt néceſſaire d'avoir $\text{tang}\,(\beta - \delta) > 0{,}18712$, ou $\beta - \delta > 10^\circ\, 19'$. Lorſque le vent eſt violent, on a $\delta = 21^\circ$, & faiſant $\beta = 40^\circ$, il vient $\beta - \delta = 19^\circ$: donc, même avec un vent fort, le Vaiſſeau devroit gagner au vent, ſuivant la pratique des Marins; & cela auroit lieu, en effet, ſi ce n'étoient les coups de mer, qui l'obligent à perdre beaucoup plus qu'il ne gagne. En ſubſtituant dans la valeur de W les valeurs trouvées (352.), nous aurions bien la vîteſſe avec laquelle il s'éleve au vent; mais nous pouvons déduire cette vîteſſe beaucoup plus facilement, en faiſant attention que les formules donnent $u : W ::$ $R \sin (\beta - \delta) : R \cos \gamma . \sin (\beta - \delta) - r \sin \gamma . \cos (\beta - \delta)$; ainſi, l'on aura $W = \frac{u (R \cos \gamma . \sin (\beta - \delta) - r \sin \gamma . \cos (\beta - \delta))}{R \sin (\beta - \delta).} = u \left(\cos \gamma - \frac{r \sin \gamma}{R\, \text{tang} (\beta - \delta)} \right)$. Faiſant donc, pour le Vaiſſeau de 60 canons, $\gamma = 65^\circ$; $\beta = 40^\circ$; $r = 294$; & $R = 33162$, on aura $W = u \left(0{,}4226 - \frac{0{,}0834}{\text{tang} (40^\circ - \delta)} \right)$. Dans le cas d'un petit vent, le Vaiſſeau portant toutes ſes voiles, nous avons trouvé (352.), $u = \frac{335}{1000} V$, & $\delta = 8^\circ\, 20$: donc on aura $W = \frac{325}{1000} V \left(0{,}4226 - \frac{0{,}0834}{\text{tang} (31^\circ\, 40')} \right) = \frac{95279}{1000000} V$, ou, à peu près, $u = \frac{96}{1000} V$. Si donc le vent parcouroit 10 pieds par ſeconde, le Vaiſſeau s'éleveroit dans le vent avec uue vîteſſe de $\frac{96}{100}$ de pied; ce qui revient à $\frac{176}{1000}$ d'un mille par heure : de ſorte que, pendant 5 heures, le Vaiſſeau s'éleveroit dans le vent de 2 milles $\frac{88}{100}$: & ſi le vent parcouroit 15 pieds par ſeconde, le Vaiſſeau s'éleveroit dans le vent, pendant les mêmes 5 heures, de 4 milles $\frac{38}{100}$. Dans le cas où nous avons ſuppoſé la voilure réduite à 17765 pieds quarrés, & où nous avons ſuppoſé de plus (352.), $\delta = 15^\circ$, on aura $W = u \left(0{,}4226 - \frac{0{,}0834}{\text{tang}\, 25^\circ} \right)$; ou parce qu'on a trouvé, pour ce cas, $u = \frac{25}{100} V$, on aura $W =$

$\frac{26}{100}V(0,4226-0,1789)=\frac{63362}{1000000}V$. Si donc le vent parcouroit 20 pieds par seconde, le Vaisseau gagneroit au vent avec une vîtesse de 1 pied $\frac{167}{1000}$; ce qui répond à $\frac{76}{100}$ de mille par heure ; de sorte que, dans 5 heures, il gagneroit au vent de 3 milles $\frac{4}{5}$. Si la vîtesse du vent étoit de 25 pieds, le Vaisseau gagneroit au vent 4 milles $\frac{3}{4}$ dans le même temps de 5 heures. Enfin, dans le dernier cas où il resteroit seulement 11900 pieds de voilure, δ étant $=21°$, on a trouvé $u=\frac{17}{100}V$: donc on aura $W=\frac{17}{100}V\left(0,4226-\frac{0,0834}{\tang 19°}\right)=\frac{30668}{1000000}V$. Dans ce cas, si la vîtesse du vent étoit de 35 pieds par seconde, le Vaisseau s'éleveroit au vent avec une vîtesse de 1 pied $\frac{37}{1000}$, ce qui répond à $\frac{644}{1000}$ de mille par heure ; de sorte que, dans 5 heures, il gagneroit au vent 3 milles $\frac{22}{100}$: & si le vent parcouroit 40 pieds, le Vaisseau s'éleveroit au vent, dans le même temps, de 3 milles $\frac{68}{100}$; bien entendu que, dans tout ceci, on fait abstraction des coups de mer qui, dans ces derniers cas, produisent un effet très-considérable : on n'a pas non plus égard à l'impulsion, ou à la force avec laquelle le vent agit sur le corps du Vaisseau, sur sa mâture & ses agrès, action qui ne laisse pas de produire une perte de vîtesse assez sensible *.

(356.) Nous avons dit dans l'*Art.* 347, que plus le rapport $\frac{R}{r}$ est grand, plus la vîtesse directe u est grande : mais, malgré la légitimité de cette conséquence, elle doit cependant être limitée au cas où il s'agit de la comparaison de différents Vaisseaux, dans lesquels ce rapport varie beaucoup : mais il n'en est pas de même lorsque ce rapport varie seulement par la quantité plus ou moins grande dont le Vaisseau s'enfonce dans l'eau. Pour se convaincre de cette vérité, il suffit de faire attention que, lorsque le Vaisseau est moins submergé, le rapport $\frac{R}{r}$ est plus grand que lorsqu'il l'est davantage ; car, dans le Vaisseau de 60 canons, supposé calé de 6 pouces de moins, nous avons trouvé (185.), $\frac{R}{r}=\frac{3198}{282}$, au lieu de $\frac{3316}{294}$, que nous avons employé ci-devant. Cependant, si l'on substitue cette derniere valeur, dans le cas où le Vaisseau navigue à la bouline avec toutes ses voiles, on trouvera seulement $\frac{1}{100}$ d'augmentation dans la valeur de u; ce qui répond à $\frac{3}{1000}$ de mille par heure ; quantité absolument insensible dans la pratique, & de laquelle même on doit perdre beaucoup, par la plus grande inclinaison que prendra le Vaisseau ; ce qui lui fait submerger sous le vent des parties plus renflées, &

* C'est ce que les Marins Espagnols appellent la *Ventola*. Je ne sçache pas que les François aient un mot pour exprimer cette action.

d'une plus grande capacité, d'où il doit résulter une plus grande valeur pour r.

(357.) Si l'on réduit en série la valeur de la vitesse directe u, on aura $u = \frac{V \sin \alpha}{\sin \beta}\left(1 - \frac{r(A^2 \cos \beta . \cos(\beta - \delta) + 20 R)}{A^2 R \sin \beta \sin(\beta - \delta)} + \frac{r^2 (A^2 \cos \beta . \cos(\beta - \delta) + 20 R)^2}{(A^2 R \sin \beta . \sin \beta(-\delta))^2} - \&c.\right)$*
D'où l'on voit que cette vitesse augmente non seulement par la diminution du rapport $\frac{r}{R}$, mais aussi, par la diminution des quantités r & R, lors même qu'elles diminuent l'une & l'autre dans la même raison, & cela doit être effectivement, puisque la valeur $\frac{20 r R}{A^2 R \sin \beta \sin(\beta - \delta)} = \frac{20 r}{A^2 \sin \beta . \sin(\beta - \delta)}$ diminue toujours.

(358.) Les quantités qui composent cette série, peuvent nous servir aussi pour examiner & fixer les rapports dans lesquels devroient être les principales dimensions du Vaisseau, comme la longueur, la largeur & le creux, pour qu'il pût prendre la plus grande marche qu'il est possible, en supposant la capacité de sa carene constante, ou, ce qui est la même chose, en supposant que l'une des dimensions diminuant, l'autre augmente dans la même raison. Pour cela, soit e la longueur, m la largeur, & p le creux du Vaisseau; faisant attention que la résistance qu'éprouvent les petits quadrilateres dans lesquels on a divisé la surface de la carene, est (176.) comme leur largeur multipliée par leur hauteur, par la racine quarrée de la profondeur à laquelle ils sont submergés, & par le sinus de l'angle d'incidence, cette résistance sera comme $m . p . p^{\frac{1}{2}} . \frac{m}{\sqrt{e^2+m^2}}$** $= \frac{m^2 . p^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{e^2+m^2}}$ pour la proue; & comme $e . p . p^{\frac{1}{2}} . \frac{e}{\sqrt{e^2+m^2}} = \frac{e^2 p^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{e^2+m^2}}$ pour le côté. Ainsi, nous aurons $\frac{r m^2 p^{\frac{3}{2}}}{h \sqrt{e^2+m^2}}$, pour l'expression de la nouvelle résistance de la proue, lorsque les dimensions du Navire ont éprouvé le changement dont il s'agit; r exprimant la résistance avant le changement, & h étant l'expression de ce qu'étoit la quantité $\frac{m^2 p^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{e^2+m^2}}$, aussi avant ce changement, c'est-à-dire, lorsqu'elle étoit formée sur les dimensions primitives. On aura pareillement $\frac{R e^2 p^{\frac{3}{2}}}{H \sqrt{e^2+m^2}}$ pour l'expres-

---

* C'est l'expression de l'*Article* 339 que l'Auteur réduit en série; mais il suppose tacitement $G = 1$, c'est-à-dire, que le vent est modéré, ou que les voiles sont planes.

** Voyez *Tome I*, *Article* 632, & combinez cet *Article* avec la doctrine du *Chapitre V*, *Livre I*, *Tome II*, *Article* 65, & suivants; vous verrez que l'expression du sinus d'incidence est telle que l'Auteur la donne ici, en substituant en place des différencielles, les quantités finies auxquelles elles sont proportionnelles, & qui en sont les intégrales: ainsi, cette expression ne peut manquer d'être proportionnelle à la résistance.

ſion de la nouvelle réſiſtance latérale. Ces quantités ſubſtituées en place de r & R dans le ſecond terme de la ſérie, c'eſt-à-dire, dans

$$\frac{r.(A^2 cos\beta \, cos(\beta-\delta)+20R)}{A_2 R \, sin\,\beta . sin(\beta-\delta)}$$, ce terme deviendra $$\frac{\frac{rm^2}{h}\left(A^2 cos\beta . cos(\beta-\delta)+\frac{20^q e^2 p^{\frac{3}{2}}}{H\sqrt{e^2+m^2}}\right)}{\frac{A^2Re^2}{H} sin\,\beta . sin(\beta-\delta)}.$$

Suppoſant, avec les Marins, que les dimenſions de la voilure ſuivent la raiſon des largeurs des Navires, il faut ſubſtituer dans cette expreſſion $\frac{m^2A^2}{M^2}$ pour A^2 ſeul, M exprimant la largeur du Vaiſſeau avant d'en avoir changé les dimenſions, c'eſt-à-dire, lorſqu'il eſt dans ſes proportions primitives, & elle ſe changera en $\frac{r}{h\,sin\,\beta . sin(\beta-\delta)}\left(\frac{Hm^2 cos\beta . cos(\beta-\delta)}{Re^2}+\frac{20\,p^{\frac{3}{2}}M^2}{A^2\sqrt{e^2+m^2}}\right)$; quantité qui doit être un *minimum* pour que le Vaiſſeau acquiere la plus grande marche poſſible *. Or, ce *minimum* s'obtient, comme on le voit, en jettant les yeux ſur l'expreſſion, en augmentant à l'infini la longueur e, & en diminuant le creux p. Donc, à meſure qu'on allonge un Vaiſſeau, & qu'à proportion on lui donne moins de creux, il devient de plus en plus bon voilier. On obtient pareillement le même *minimum*, en augmentant la longueur e, & en diminuant la largeur m; car l'expreſſion même $\frac{p^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{e^2+m^2}}$ diminue encore, à cauſe que e eſt plus grand que m: donc le Vaiſſeau deviendra meilleur voilier en augmentant ſa longueur & en diminuant ſa largeur. Enfin, ſuppoſant la longueur e conſtante, & faiſant varier la largeur m, & le creux p, on voit que dans le cas où $cos\,\beta = 0$, c'eſt-à-dire, lorſque le Vaiſſeau marchera vent arriere, plus ſa largeur ſera grande, & ſon creux petit, plus il acquerra la qualité d'être bon voilier (a) ; mais, au contraire,

* Car plus le ſecond terme de la ſérie ſera petit, plus la valeur de la viteſſe u qu'elle repréſente ſera grande, attendu que ce terme eſt négatif.

(a) L'expreſſion correſpondante à celle-ci, qu'on déduit de l'ancien ſyſtême des réſiſtances, ſuivant la formule de la *Note* de l'*Article* 352, *page* 229, réduite en ſérie, eſt $\frac{a}{h\,sin\,\beta^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{Hm^2 cos\,\beta^{\frac{1}{2}}}{ae^2}+\frac{(1030)^{\frac{1}{2}}mMp}{A\sqrt{e^2+m^2}}\right)$; d'où l'on voit que $cos\,\beta$ étant $= 0$, il ne reſte que le ſecond terme, dont le numérateur mMp demeure conſtant, tandis que la largeur m & le creux p varient; & s'il y a quelque variation dans ce terme, elle ne peut venir que de la variation de m dans le dénominateur, laquelle eſt preſque inſenſible dans la pratique, à cauſe de la grande valeur de e à l'égard de m. Il n'en eſt pas de même dans notre ſyſtême des réſiſtances, on a déjà vu que le numérateur du ſecond terme eſt $= 20\,r^{\frac{3}{2}}M^2$, lequel diminue avec $p^{\frac{1}{2}}$; diminution qui devient très-ſenſible dans la pratique, comme on l'obſerve réellement.

lorſque

lorsque le Vaisseau navigue à la bouline, en cherchant la moindre valeur qu'on puisse donner à m, on trouve qu'elle doit être seulement de deux pieds, ou à peu près; quantité extrêmement petite: ainsi, pour les vents très-largues, il est bon que le Navire ait plus de largeur & moins de creux; & pour les vents très-près, c'est tout le contraire. Au reste, il résulte de cette solution, qu'il est plus convenable pour la marche, de s'arrêter à de petites largeurs, & à de petites profondeurs, en augmentant les longueurs le plus qu'il est possible: car dans le cas même où l'on navigue vent arriere, l'altération qui peut résulter de l'augmentation de m dans la quantité $\sqrt{c^2 + m^2}$, est fort petite; mais outre que dans cette construction, le Vaisseau seroit très-sujet à s'arquer, ce qui est très-préjudiciable, il y auroit encore beaucoup plus d'inconvénients pour les roulis & les tangages, comme on le verra par la suite.

(359.) Il y a encore d'autres variations dans la marche des Vaisseaux, que les Marins ont fort bien observées, mais sans être parvenus à en connoître la cause; on peut même ajouter que les Géometres ne l'ont pas indiquée jusqu'à présent. Les résistances r & R, dans les Vaisseaux semblables, sont (188.) comme les racines quarrées des cinquiemes puissances des largeurs; c'est-à-dire, comme $M^{\frac{5}{2}}$ est à $m^{\frac{5}{2}}$, en exprimant ces largeurs par M & m: mais les voilures sont comme M^2 est à m^2: donc si l'on substitue ces valeurs, en place de leurs équivalentes, dans le second terme de la série, ce terme deviendra, pour le premier Navire, $= \frac{M^{\frac{5}{2}}(M^2 \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20 M^{\frac{1}{2}})}{M^2 . M^{\frac{5}{2}} \sin\beta . \sin(\beta-\delta)} = \frac{\cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20 M^{\frac{1}{2}}}{\sin\beta . \sin(\beta-\delta)}$; & pour le second, $= \frac{\cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20 m^{\frac{1}{2}}}{\sin\beta . \sin(\beta-\delta)}$; d'où l'on voit que ce terme est plus petit dans le petit Vaisseau; & conséquemment que celui-ci doit mieux marcher.

Rappellons-nous maintenant que, dans toute la théorie de ce *Chapitre*, nous n'avons point eu égard à la résistance qui provient de la dénivellation du fluide, à cause que cette résistance devient négligeable, lorsque les vents ne sont pas forts, & que les Vaisseaux sont grands. Cette résistance est en général pour les Vaisseaux dont les carenes sont semblables, seulement comme les simples largeurs M & m: ainsi, en substituant ces valeurs pour r & R dans le second terme de la série, ainsi que M^2 pour A^2, ce terme deviendra, pour le premier Vaisseau, $= \frac{M(M^2 \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20M)}{M^3 \sin\beta . \sin(\beta-\delta)} = \frac{M \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20}{M \sin\beta . \sin(\beta-\delta)}$; & pour le second, $= \frac{m \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20}{m \sin\beta . \sin(\beta+\delta)}$; d'où l'on voit que ce terme est plus

grand dans le Vaisseau le plus petit; & conséquemment que ce Vaisseau doit aller moins bien à cet égard. Il résulte de ces deux raisons combinées entr'elles, qu'avec de petits vents, les petits Bâtiments, tels que les Frégates & autres, doivent mieux marcher, & que les grands ont l'avantage de la marche lorsque les vents sont violents.

Jusqu'ici nous avons traité cette théorie, en supposant toujours le Navire de niveau, c'est-à-dire, sans qu'il éprouve de tangage, ou de rotation sur un axe. C'est dans cette supposition que nous avons calculé les résistances dont nous nous sommes servis; mais aussi-tôt que le Vaisseau a du tangage, il est clair que ces résistances changent de valeur, & ne sont plus les mêmes: par conséquent les vitesses que nous avons assignées, & qui dépendent de ces résistances, ne peuvent plus avoir lieu; elles diminueront d'autant plus que les balancements du tangage seront plus considérables: car alors la proue présente plus de surface à l'action du fluide, & le choc se fait en général, sous des sinus d'incidence plus grands; deux circonstances qui augmentent la résistance. On verra dans son lieu que, pour les proues aiguës, ces tangages peuvent être une, deux & trois fois plus grands que pour d'autres un peu plus pleines; & par conséquent, quoique ces proues éprouvent une moindre résistance dans le cas où le Vaisseau est tranquille, ou qu'il ne tangue pas, il n'en sera pas de même dans le cas de l'agitation. Dans ce dernier cas, au contraire, la résistance devient beaucoup de fois plus grande, parce que l'eau frappe des surfaces beaucoup plus grandes, & sous des angles presque droits: donc, dans le cas de l'agitation, le Vaisseau qui auroit une proue plus pleine, peut mieux marcher que celui qui auroit une proue aiguë, selon qu'on supposera cette agitation plus ou moins grande. C'est d'après cette considération que nous ne pouvons admettre, pour la Navigation, la proue de moindre résistance, que les Géométres ont prétendu jusqu'ici qu'on devoit employer; car, dans le cas de l'agitation, cette proue étant extrêmement aiguë, perd la qualité d'éprouver moins de résistance.



CHAPITRE II.

Des Angles que les Voiles & le Vent doivent former avec la quille, pour que le Vaisseau acquiere la plus grande Vitesse possible.

ASSURÉS déjà de l'exactitude de nos formules, & de leur parfaite conformité avec les faits qu'on observe dans la pratique, il est nécessaire d'en continuer l'analyse, afin d'en tirer tout l'avantage possible ; car il est des vérités qu'une bonne théorie peut seule nous enseigner, & que les Marins ne pourroient jamais découvrir, même dans une infinité de siecles d'observations.

Si dans la valeur de $u = \frac{GA^2RV \sin\alpha . \sin(\beta - \delta)}{GA^2(R-r)\sin\beta . \sin(\beta-\delta) + r(GA^2 \cos\delta + 20R)}$, nous faisons $\sin(\beta - \delta) = 0$; c'est-à-dire, si nous orientons la voile de maniere que son action soit perpendiculaire à la quille, on aura $u = 0$. Pareillement, si nous faisons, dans la même formule, $\sin\alpha = 0$, c'est-à-dire, si nous supposons la voile orientée de maniere que son plan coïncide avec la direction du vent, il en résultera aussi $u = 0$; mais dans toutes les situations intermédiaires qu'on peut donner à la voile, il est certain que u aura une valeur ; par conséquent, depuis la valeur zéro, qui résulte de la supposition de $\sin(\beta - \delta) = 0$, la vitesse ira en augmentant, à mesure que $\sin(\beta - \delta)$ augmentera, & cela jusqu'à un certain point, qui sera le *maximum* ; passé ce terme, $\sin(\beta - \delta)$ continuant d'augmenter, u diminuera. Or, nous sçavons qu'on obtient ce *maximum*, en égalant à zéro la différencielle de l'équation. Faisant donc $Q = GA^2(R-r)$, $F = r(GA^2 \cos\delta + 20R)$, $\sin\alpha = \sin\gamma . \cos\beta - \sin\beta . \cos\gamma$, & $\sin(\beta - \delta) = \sin\beta . \cos\delta - \cos\beta . \sin\delta$, l'équation deviendra $u = \frac{GA^2RV(\sin\gamma . \cos\beta - \cos\gamma . \sin\beta)(\sin\beta . \cos\delta - \cos\beta . \sin\delta)}{Q \sin\beta(\sin\beta . \cos\delta - \cos\beta . \sin\delta) + F}$: & en supposant δ constant, nous aurons, pour le cas de la plus grande marche, ou de la plus grande valeur de u, $(Q \sin\beta(\sin\beta . \cos\delta - \sin\delta . \cos\beta + F)(\sin(\gamma + \delta)\cos\beta^2 - \sin(\gamma+\delta)\sin\beta^2 - 2\cos(\gamma+\delta)\sin\beta . \cos\beta) = \sin\alpha . \sin(\beta - \delta)(2Q\cos\delta . \sin\beta . \cos\beta - Q\sin\delta . \cos\beta^2 + Q\sin\delta . \sin\beta^2)$ [A], ou, en réduisant, $Q\sin\gamma(\sin\delta^2 - 2\sin\delta . \cos\delta . \tang\beta + \tang\beta^2 - 2\sin\delta . \cos\delta . \tang\beta^3 + \cos\delta^2 . \tang\beta^4) = \ldots\ldots \frac{F}{\cos\beta^2}(\sin(\gamma + \delta) - \sin(\gamma + \delta)\tang\beta^2 - 2\cos(\gamma + \delta)\tang\beta)$ [B], ou, ce qui est la même chose, $Q\sin\gamma(\sin\delta^2 - 2\sin\delta . \cos\delta . \tang\beta +$

$\cos\delta^2.\tang\beta^2) = F\,\sin(\gamma+\delta) - \sin(\gamma+\delta)\tang\beta^2 - 2\cos(\gamma+\delta)\tang\beta)$, [C]: équation qui donne $\tang\beta =$ . . . . $\dfrac{Q\sin\gamma.\sin\delta.\cos\delta \pm F\cos(\gamma+\delta) + \sqrt{F^2 + QF\sin\gamma.\sin(\gamma-\delta)}}{Q\sin\gamma.\cos\delta^2 + F\sin(\gamma+\delta)}$, [D] * (*a*); c'est

---

* Le calcul qui conduit à cette valeur de $\tang\beta$ n'a presque aucune autre difficulté que son extrême longueur: ainsi nous nous contenterons d'indiquer l'ordre qu'il faut suivre pour y parvenir. Les commençants ne trouveront pas, sans doute, cette attention de notre part tout à-fait inutile.

Pour trouver l'équation A, on égalera à zéro la différencielle de la valeur de u, suivant les regles ordinaires *de maximis & minimis*, en regardant les angles γ & δ comme donnés & constants; mais pour procéder avec ordre, il faut 1°. diviser par la quantité constante GA^2RV. 2°. Faire les opérations indiquées. 3°. Substituer $\sin(\gamma+\delta)$ en place de $\sin\gamma.\cos\delta + \cos\gamma.\sin\delta$. 4°. Différencier, & substituer dans la différencielle $-\cos(\gamma+\delta)$ en place de $\sin\gamma.\sin\delta - \cos\gamma.\cos\delta$. 5°. Réduire les deux parties au même dénominateur, & supprimer le dénominateur commun. 6°. Enfin, mettre pour $\sin\beta.\cos\delta - \cos\beta.\sin\delta$ sa valeur $\sin(\beta-\delta)$, & pour $\sin\gamma.\cos\beta - \cos\gamma.\sin\beta$ sa valeur $\sin\alpha$.

On obtient l'équation B en réduisant l'équation A. Pour cela il faut 1°. Mettre pour $\sin\alpha$ & $\sin(\beta-\delta)$ leurs valeurs, & l'on aura $\sin\alpha.\sin(\beta-\delta) = \sin(\gamma+\delta)\sin\beta.\cos\beta - \cos\gamma.\cos\delta.\sin\beta^2 - \sin\gamma.\sin\delta.\cos\beta^2$. 2°. Faire les opérations indiquées, transposer tous les termes qui ne seront point affectés de F, & faire la réduction des quantités semblables, autant qu'il sera possible. 3°. Pour achever la réduction, on développera les expressions $\sin(\gamma+\delta)$ & $\cos(\gamma+\delta)$. 4°. On divisera les deux membres par $\cos\beta^4$, & l'on substituera $\tang\beta$ & ses puissances, en place de $\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$ & ses puissances, & l'on aura . . . .
$Q\sin\gamma(\sin\delta^2 - 2\sin\delta.\cos\delta.\tang\beta + \cos\delta^2.\tang\beta^2 + \sin\delta^2.\tang\beta^2 - 2\sin\delta.\cos\delta.\tang\beta^3 + \cos\delta^2.\tang\beta^4)$
$= \dfrac{F}{\cos\beta^2}(\sin(\gamma+\delta) - \sin(\gamma-\delta)\tang\beta^2 - 2\cos(\gamma+\delta)\tang\beta)$; expression qui devient l'équation B en mettant $\tang\beta^2$ en place de $(\cos\delta^2 + \sin\delta^2)\tang\beta^2$, puisque $\cos\delta^2 + \sin\delta^2 = 1$; mais on laissera cette équation sous cette forme, afin d'avoir plus facilement l'équation C.

En multipliant le premier membre de l'équation B par $\cos\beta^2$ exprimé en $\tang\beta$, on aura l'équation C. Or, $\cos\beta^2 = \dfrac{1}{1+\tang\beta^2}$; car on a $\sin\beta^2 = 1 - \cos\beta^2$, & pareillement $\sin\beta^2 = \tang\beta^2.\cos\beta^2$: donc $1 - \cos\beta^2 = \tang\beta^2.\cos\beta^2$, d'où l'on tire $\cos\beta^2 = \dfrac{1}{1+\tang\beta^2}$. Multipliant donc le premier membre par cette quantité, & supprimant le diviseur $\cos\beta^2$ du second, on aura l'équation même de l'Auteur; car le premier membre devient . . . .
$\dfrac{Q\sin\gamma(\sin\delta^2 - 2\sin\delta.\cos\delta.\tang\beta + \cos\delta^2.\tang\beta^2 + \sin\delta^2.\tang\beta^2 - 2\sin\delta.\cos\delta.\tang\beta^3 + \cos\delta^2\tang\beta^4)}{1+\tang\beta^2}$
$= Q\sin\gamma(\sin\delta^2 - 2\sin\delta.\cos\delta.\tang\beta + \cos\delta^2.\tang\beta^2$.

On parvient aisément à l'équation D, en resolvant l'équation du second degré, suivant les regles ordinaires de l'algebre. Observant de réduire au même dénominateur les parties qui doivent être sous le radical, & de faire la réduction. Dans cette derniere opération, on remarquera que $FF\sin(\gamma+\delta)^2 + FF\cos(\gamma+\delta)^2 = FF$, que $\sin\gamma^2.\cos\delta^3 + \sin\gamma^2.\cos\delta.\sin\delta^2 = \sin\gamma^2.\cos\delta(\cos\delta^2 + \sin\delta^2) = \sin\gamma^2.\cos\delta$. &c. &c. On remarquera en passant qu'on a mis le double signe $\pm$ au terme $F\cos(\gamma+\delta)$ quoiqu'il soit précédé naturellement du signe $-$; attendu que lorsqu'on navigue vent largue, γ est $> 90°$, & alors $\cos(\gamma+\delta)$, est une quantité négative; or, cette quantité étant soustraite, elle devient positive; mais dans le cas de la bouline on a $\gamma < 90°$, alors $\cos(\gamma+\delta)$ est positif, ainsi le terme $F\cos(\gamma+\delta)$ est négatif. On voit aussi que l'Auteur auroit bien pu mettre toujours le signe $-$: mais alors dans les substitutions numériques on auroit été obligé de se rappeller que $\cos(\gamma+\delta)$ est négatif dans le cas du vent largue.

(*a*) M. *John Muller*, dans le *Tome VIII* de ses Ouvrages, intitulé, *Appendix, or Supplément to the Treatise of Artillery, page* 87, cherche les angles les plus avanta-

la valeur de la tangente de l'angle que doit former la voile avec la quille pour que le Vaisseau acquiere la plus grande vîtesse qu'il est possible, en supposant les angles γ & δ donnés, & constants : le signe positif est pour le cas où l'on a $\gamma > 90°$, ou pour lorsqu'on navigue vent largue, & le signe négatif pour le cas où l'on a $\gamma < 90$, ou pour lorsqu'on navigue à la bouline.

(361.) La premiere connoissance que nous donne cette formule est, que la valeur de β n'est pas constante, comme les Géométres l'ont cru jusqu'ici, mais qu'elle dépend des quantités $Q = \ldots GA^2(R - r)$, $F = r(GA^2 \cos\delta + 20R)$, & δ : c'est-à-dire, du rapport entre les résistances de la proue & du côté, de la quantité A^2 des voiles & de leur courbure : de sorte que, plus $\frac{r}{R}$ sera petit, plus l'angle β sera petit. Cet angle devient encore d'autant moins grand à proportion que δ devient plus petit, & que la quantité A^2 est plus grande. Si, par exemple, la résistance de la proue étoit infiniment petite, à l'égard de la résistance latérale, on auroit $F = 0$, & $\tang \beta = \frac{\sin\delta}{\cos\delta} = \tang \delta$, ou $\beta = \delta$: c'est-à-dire, que la direction de la force de la voile doit être, en ce cas, perpendiculaire à la quille *. Au contraire, lorsque $r = R$, ou que la résistance de la proue est égale à celle du côté, on aura $Q = 0$, & $\tang \beta = \frac{1 - \cos(\gamma + \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} = \ldots \operatorname{cosec}(\gamma + \delta) - \operatorname{cotang.}(\gamma + \delta) = \tang\left(\frac{\gamma + \delta}{2}\right)$ **, ou $\beta = \frac{\gamma + \delta}{2}$.

geux que doivent former le Vaisseau, le vent & les voiles, pour obtenir la plus grande marche. Sa conclusion est très-différente de celle que *Jean Bernoulli* donne dans ses Ouvrages (*Tome II*, *pag.* 32), quoique tous deux soient partis du même principe erroné sur les résistances. Cette différence vient de ce que *Jean Bernoulli* a supposé constant, comme nous l'avons fait ici, l'angle que forme le Navire avec le vent, & a supposé variable l'angle du Navire avec la voile, comme cela doit être, puisque l'angle du rumb de vent est donné. Au contraire, M. *Muller* suppose l'angle du Navire avec le vent variable, & fait constant celui du Navire avec la voile. Par cette raison, la différencielle qu'on doit égaler à zéro n'est pas $s\sqrt{1 - x^2} - xy$, comme le dit M. *Muller*, mais $x^2(2s^2 - y^2)^2 = 9y^2 s^2(1 - x^2)$, ou $y^4 - y^2(1 + \frac{1}{3}x^2) + \frac{4}{9}x^2 = 0$: équation qui est la même que celle donnée par *Jean Bernoulli*. Si l'on suppose avec M. *Muller* que l'angle formé par la voile avec le Navire, ou avec la quille, est constant, il n'y a pas de doute que le vent qui tombe perpendiculairement sur la voile sera le plus avantageux, puisque c'est celui qui agit avec plus de force sur elle ; aussi ce résultat est-il celui que doit trouver, & que trouve en effet, M. *Muller*.

* Cela est évident ; car, pour que la résistance de la proue soit nulle relativement à la résistance latérale, il faut que la vitesse directe soit nulle à l'égard de la vîtesse latérale, ou que la voile agisse perpendiculairement à la quille (360.).

** On peut trouver ces expressions de différentes manieres, nous allons en donner une purement analytique, $\frac{1 - \cos(\gamma + \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} = \frac{1}{\sin(\gamma + \delta)} - \frac{\cos(\gamma + \delta)}{\sin(+\delta)}$; mais $\frac{1}{\sin(\gamma + \delta)} = \ldots \operatorname{cosec}(\gamma + \delta)$, & $\frac{\cos(\gamma + \delta)}{\sin(\gamma + \delta)} = \operatorname{cotang}(\gamma + \delta)$. Donc, &c.

Pareillement, si $A^2 = 0$, on a $Q = 0$, & par conséquent $\beta = \frac{\gamma+\delta}{2}$: & si A^2 étoit $= \infty$, comme, dans ce cas, Q est beaucoup de fois plus grand que F, on peut négliger, dans la formule, toutes les quantités où F se trouve sans Q, & elle deviendra $tang\ \beta = tang\ \delta + \left(\frac{F\ sin\ (\gamma+\delta)}{Q\ sin\ \gamma . cos\ \delta^4}\right)^{\frac{1}{2}}$, ou, parce que dans ce même cas on doit avoir $\delta = 0$, $tang\ \beta = \sqrt{\frac{F}{Q}}$. D'où l'on voit que c'est seulement lorsque γ sera extrêmement petit, ou que $\gamma = 2\sqrt{\frac{F}{Q}}$, que β peut avoir la même valeur dans les deux cas. Dans tout autre cas, β sera d'autant plus petit que la quantité A^2 sera plus grande.

(362.) Naviguant vent en poupe, on a $sin\ \gamma = 0$, & $\delta = 0$; donc on aura $tang\ \beta = \infty$, ou $\beta = 90°$; c'est-à-dire, qu'on doit orienter la voile de maniere qu'elle forme des angles droits avec la quille; c'est aussi ce que pratiquent les Marins, & par conséquent la plus grande vitesse est la même que celle qu'on obtient dans la pratique ordinaire.

(363.) Ce n'est plus la même chose lorsqu'on navigue vent largue. Examinons le cas de l'*Art.* 351, dans lequel nous avons supposé $\gamma = 134°$, & dans lequel, avec un petit vent, on a $\delta = 1° 37'$, $G = \frac{4}{5}$, $A^2 = 17680$, $r = 294$, & $R = 3316$. L'usage des Marins, dans ces circonstances, est de faire $\beta = 70°$. D'après ces données, la valeur de Q est $= 42743168$, & celle de $F = 23654753$, & par conséquent, $tang\ \beta = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\frac{42743168\ sin\ \gamma . sin\ \delta . cos\ \delta + 23654753\ cos\ (\gamma+\delta) + \sqrt{(23654753)^2 + (42743168)(23654753)\ sin\ \gamma . sin\ (\gamma-\delta)}}{42743168\ sin\ \gamma\ cos\ \delta^2 + 23654753\ sin\ (\gamma+\delta)}$$

$= \frac{867098 + 16905477 + 33117589}{30722390 + 16545436} = \frac{56605905}{47267826}$; ou $\beta = 50°\ 11'$: cet angle est moindre de $19°\ 49'$ que celui qu'emploient les Marins dans leur pratique ordinaire. Si nous substituons maintenant cette valeur de β & celle de α qui en résulte, laquelle est $= 83°\ 49'$, en place de $\beta = 70°$, & de $\alpha = 64°$ que nous avons employées (351.) pour trouver la valeur de u, nous aurons $u = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\frac{\frac{4}{5} . 17680 . 3316 . \sqrt{sin\ (48°\ 34')\ sin\ (83°\ 49')}}{\frac{4}{5} . 17680 . 3316 . sin\ (48°\ 34')\ sin\ (50°\ 11') + \frac{4}{5} . 17680 . 294 . cos\ (48°\ 34')\ cos\ (50°\ 11') + 20 . 3316 . 294}$$

Quant à la seconde valeur, on peut également la déduire du premier membre. Le numérateur $1 - cos\ (\gamma+\delta) = sin . verse\ (\gamma+\delta)$; ainsi, le premier membre $= \frac{sin\ verse\ (\gamma+\delta)}{sin\ (\gamma+\delta)}$. Or, les plus légeres connoissances de la Trigonométrie font voir que $sin\ (\gamma+\delta) : sin . verse\ (\gamma+\delta) :: 1 : tang\ \left(\frac{\gamma+\delta}{2}\right)$. Donc $\frac{sin . verse\ (\gamma+\delta)}{sin\ (\gamma+\delta)} = \frac{1 - cos\ (\gamma+\delta)}{sin\ (\gamma+\delta)} = tang\ \left(\frac{\gamma+\delta}{2}\right)$. On auroit pu également le déduire de la seconde expression.

$= \frac{3495872}{4925895} V$, ou, à peu près, $u = \frac{71}{100} V$. D'où l'on voit qu'en se servant de ces angles avantageux, la vitesse du Vaisseau seroit $= \frac{71}{100} V$, au lieu de $\frac{64}{100} V$, comme on l'a trouvé (351.), en se servant des angles qu'emploient les Marins; c'est-à-dire que la vîtesse du Vaisseau seroit de $\frac{7}{100} V$ plus grande qu'elle ne l'est aujourd'hui. Ainsi, si le vent parcouroit 15 pieds par seconde, le vaisseau feroit $\frac{9}{20}$ de mille de plus par heure; ce qui, joint aux 5 milles $\frac{76}{100}$ qu'il faisoit dans la premiere disposition, donnera 6 milles $\frac{24}{100}$ pour le chemin qu'il fera dans une heure. Si le vent parcouroit 25 pieds par seconde, le Vaisseau feroit $\frac{3}{4}$ de mille de plus par heure; ce qui, joint aux 9 milles $\frac{48}{100}$ qu'il faisoit déjà, donnera 10 milles $\frac{23}{100}$. Dans le cas où le vent est fort, on a $\delta = 4^\circ\, 40'$, & $G = \frac{78}{100}$: donc, en supposant que le Vaisseau navigue seulement avec ses deux basses voiles, on aura (351.), $A^2 = 5200$; ce qui donne $Q = \frac{78}{100} . 5200 (3316 - 294) = 12257232$, $F = 294 (\frac{78}{100} . 5200 . \cos (4^\circ\, 40') + 20 . 3316) = 20681130$, & $\tang \beta = \ldots\ldots$

$$\frac{12257232 . \sin\gamma \sin^2\delta . \cos\delta + 20681130 (\cos(\gamma+\delta) + \sqrt{.0001\ [illegible]\ 8\ 130 + 12257232 \sin\gamma . \sin(\gamma-\delta)})}{12257232 \sin\gamma . \cos\delta^2 + 20681130 \sin(\gamma+\delta)}$$

$= \frac{724971 + 13108305 + 234'2361}{8787882 + 15996270} = \frac{37235637}{24784152}$. Donc $\beta = 56^\circ\, 21'$; cet angle, comme on le voit, est seulement de $6^\circ\, 10'$ plus grand que celui que nous avons trouvé auparavant : de sorte que le Vaisseau naviguant avec toutes ses voiles, ou naviguant seulement avec les deux basses voiles, dans le cas de $\gamma = 134^\circ$, il n'en résulte, dans l'angle β, que la petite différence de $6^\circ\, 10'$. Si nous mettons cette nouvelle valeur de β, & celle qui résulte pour α, qui est $= 77^\circ\, 39'$, celle de $G = \frac{78}{100}$, celle de $A^2 = 5200$, & celle de $\delta = 4^\circ\, 40'$, dans la formule qui exprime la valeur de u, on aura $u = \ldots\ldots$

$$\frac{\frac{78}{100} . 5200 . 3316\, V \sin(77^\circ\, 39') \sin(51^\circ\, 41')}{\frac{78}{100} . 5200 . 3316 \sin(56^\circ\, 21') \sin(51^\circ\, 41') + \frac{78}{100} . 5200 . 294 . \cos(56^\circ\, 21') \cos(51^\circ\, 41') + 20 . 3316 . 294}$$

$= \frac{10308383}{28692121} V$, ou, à très-peu près, $u = \frac{36}{100} V$; c'est seulement $\frac{1}{100} V$ de plus que la vîtesse que nous avons trouvée, *Art.* 351 : de sorte que, lors même que le vent parcourroit 50 pieds par seconde, on ne gagneroit que $\frac{3}{10}$ de mille par heure; ce qui, avec les 10 milles $\frac{1}{4}$ que fait le Vaisseau, lorsqu'il est disposé suivant l'usage des Marins, fait en tout 10 milles $\frac{4}{7}$ pour la marche du Vaisseau avec l'angle le plus avantageux.

(364.) Quoique, lorsqu'on navigue à la bouline, la valeur de l'angle β soit limitée dans les Vaisseaux, & qu'il soit difficile de le

faire varier beaucoup ; il y a cependant des moyens de le diminuer en partie, si cela est nécessaire : & dans les autres Embarcations il y a aussi quelques corrections à faire ; c'est pourquoi nous allons chercher l'angle β qui produit la plus grande vîtesse, en supposant l'angle $\gamma = 65^\circ$, & nous nous servirons, dans cette recherche, des exemples donnés à l'*Art.* 352. Nous avons trouvé dans cet *Article*, qu'avec un petit vent, en négligeant les fractions, on a $\delta = 8^\circ\, 20'$, $G = \frac{96}{100}$, & $A^2 = 23050$; ce qui donne $Q = \frac{96}{100}.23050.(3316 - 294) = 66870816$, $F = 294\left(\frac{96}{100}.\, 23050 \cos(8^\circ\, 20') + 20.3316\right) = 25937987$, & par conséquent $\tan\beta =$ . . . .

$$\frac{66870816 \sin\gamma.\sin\delta.\cos\delta - 25937987 \cos(\gamma-\delta) + \sqrt{25937987(25937987 + 66870816 \sin\gamma \sin(\gamma-\delta))}}{66870816 \sin\gamma.\cos\delta^2 + 25937987 \sin(\gamma-\delta)}$$

$= \frac{9028113 - 7439096 + 44563459}{59191247 + 24848320} = \frac{46152475}{84039567}$; ou $\beta = 28^\circ\, 47'$: c'est l'angle que doit former la vergue avec la quille, pour que le Vaisseau acquiere la plus grande marche possible, γ étant $= 65^\circ$, & $A^2 = 23050$. A la vérité, il n'est pas possible, dans les Vaisseaux, de donner à la vergue cette obliquité par rapport à la quille, à moins qu'on ne change l'état actuel de leurs agrès & de leur voilure ; mais dans les Bâtiments qui portent des voiles latines, il est très-facile de le former. Si nous substituons donc cette nouvelle valeur de β, & celle qui en résulte pour α, qui est $= 36^\circ\, 13'$, & faisant de plus $G = \frac{96}{100}$, $A^2 = 23050$, & $\delta = 8^\circ\, 20'$, dans la formule qui exprime la valeur de u, (352.), on aura $u =$

$$\frac{\frac{96}{100}.23050.3316.V \sin(36^\circ\, 13') \sin(20^\circ\, 7')}{\frac{96}{100}.23050.3316 \sin(28^\circ\, 47') \sin(20^\circ\, 7') + \frac{96}{100}.23050.294.\cos(28^\circ\, 47') \cos(20^\circ\, 7') + 20.3316.294}$$

$= \frac{14910784\, V}{12151977 + 5353993 + 19498080}$; ou, à fort peu près, $u = \frac{403}{1000} V$; c'est $\frac{68}{1000} V$ de plus que ce qu'on a trouvé, *Art.* 352, en faisant l'angle $\beta = 40^\circ$, suivant la pratique des Marins : de sorte que si le vent parcouroit 15 pieds par seconde, le Vaisseau feroit $\frac{612}{1000}$ de mille de plus par heure avec l'angle $\beta = 28^\circ\, 47'$; ce qui, avec les 2 milles $\frac{2}{10}$ qu'il faisoit avec le premier angle, donne 2 milles $\frac{86}{100}$ pour le chemin qu'il feroit par heure avec le second.

Avec un vent fort, on a (352.), $\delta = 21^\circ\, 4'$, & $G = \frac{9}{10}$: donc, en supposant que le Vaisseau porte seulement ses deux basses voiles, on aura (280.), $A^2 = 6130$, ce qui donne $Q = \frac{9}{10}.6130(3316 - 294) = 16672375$, $F = 294\left(\frac{9}{10}.6130 \cos(21^\circ\, 4') + 20.3316\right) = 21011668$, & par conséquent, $\tan\beta =$ . . . .

$$\frac{16672375 \sin\gamma \sin\delta.\cos\delta - 21011668 \cos(\gamma+\delta) + \sqrt{21011668(21011668 + 16672375 \sin\gamma.\sin(\gamma-\delta))}}{16672375 \sin\gamma.\cos\delta^2 + 21011668 \sin(\gamma-\delta)}$$

$= \frac{5068435 - 1441309 + 25724943}{13157942 + 20962169} = \frac{29352069}{34120111}$, ou, à peu près, $\beta = 40^\circ\, 42'$;

angle

gle qui eſt de $12^\circ\ 55'$ plus grand que celui qu'on a trouvé ci-deſſus, lorſque le Vaiſſeau porte toutes ſes voiles, & qui eſt, à peu près, le même que celui dont ſe ſervent les Marins. Si nous ſubſtituons dans la valeur de u cette nouvelle valeur de β, & celle qui en réſulte pour α, qui eſt $= 24^\circ\ 18'$, & faiſant de plus $G = \frac{9}{10}$, $A^2 = 6130$, & $\delta = 21^\circ\ 4'$, on aura $u = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\frac{\frac{9}{10}.6130.3316.V\,\text{ſin}\,(24^\circ\ 18')\,\text{ſin}\,(19^\circ\ 38')}{\frac{9}{10}.6130.3316.\text{ſin}\,(40^\circ 42')\,\text{ſin}\,(19^\circ 38') + \frac{9}{10}.6130.294.\text{coſ}\,(40^\circ 42')\,\text{coſ}\,(19^\circ 38') + 20.3316.294}$$

$= \frac{2529537\,V}{4008383 + 1158201 + 19498080}$, ou, à peu près, $u = \frac{103}{1000} V$. Ce réſultat eſt le même que celui qu'on a trouvé, *Art.* 352, d'après l'uſage des Marins; & cela devoit arriver, attendu que l'angle β que donne la théorie, eſt preſque le même angle que celui qu'ils emploient dans les Vaiſſeaux.

(365.) Ayant donc réſolu le problême où il s'agit de déterminer les angles β les plus avantageux qu'il convient d'employer, il nous faut maintenant déterminer l'ouverture qu'il convient de donner aux angles γ, pour procurer au Vaiſſeau le plus de viteſſe qu'il eſt poſſible, & ce ſera le *maximum maximorum.* L'objet de cette recherche pourra paroître étrange à pluſieurs Lecteurs; car, quoiqu'on ait toujours cru que le vent largue eſt, de tous les vents, celui qui donne le plus d'avantages pour la marche, on ne fondoit cependant cette opinion que ſur ce qu'avec le vent largue on porte plus de voiles, ou qu'elles préſentent plus de ſurface au vent, & ne ſe couvrent point les unes & les autres, comme il arrive lorſqu'on navigue vent arriere. En effet nous avons déjà vu (350.), que dans ce cas A^2 eſt ſeulement $= 12950$, tandis que, vent largue (351.), cette même quantité eſt $= 17680$, & qu'elle devient même $= 23050$, ſi le vent devient plus largue (352.). Mais on étoit loin d'imaginer que même avec la même voile, ou la même quantité de voiles dehors, le vent largue pût donner une plus grande marche, comme en effet cela arrive. Nous pouvons cependant nous convaincre de cette vérité, ſans aller plus loin, en appliquant ſeulement la valeur de la viteſſe u, au cas où l'on fait la valeur de α conſtante, ou que $\text{ſin}\,\alpha = 1$, car ayant par-là $\delta = 0$, nous aurons $u = \frac{GA^2RV\,\text{ſin}\,\beta}{GA^2R\,\text{ſin}\,\beta^2 + GA^2r\,\text{coſ}\,\beta^2 + 20Rr}$: d'où l'on voit que la vîteſſe du Vaiſſeau naviguant d'un vent largue, ſera à ſa vîteſſe d'un vent arriere, comme $\frac{\text{ſin}\,\beta}{GA^2R\,\text{ſin}\,\beta^2 + GA^2r\,\text{coſ}\,\beta^2 + 20rR}$ eſt à $\frac{1}{GA^2R + 20\,Rr}$: ou comme $\frac{(GA^2R + 20\,Rr)\,\text{ſin}\,\beta}{GA^2R\,\text{ſin}\,\beta^2 + GA^2r\,\text{coſ}\,\beta^2 + 20\,Rr}$ eſt à l'u-

nité; ou bien en faisant $GA^2 = 12000$, $R = 3300$, & $r = 300$, comme $\frac{(12.33 + 2.33.3) fin \beta}{12.33 fin \beta^2 + 12.3 fin \beta^2 + 2.33.3}$ est à l'unité, c'est-à-dire, en réduisant, comme $\frac{33 fin \beta}{20 fin \beta^2 + 13}$ est à l'unité: de sorte que toutes les fois que $\frac{33 fin \beta}{20 fin \beta^2 + 13}$ sera plus grand que l'unité, le Vaisseau marchera davantage vent largue que vent arriere; & cela avec la même surface de voile exprimée par GA^2. Or, en faisant $fin\ \beta = \frac{4}{5}$, on a $\frac{33 fin \beta}{20 fin \beta^2 + 13} = \frac{26\frac{2}{5}}{25\frac{4}{5}}$: donc, l'angle α étant $= 90°$, $fin\ \beta = \frac{4}{5}$, & $GA^2 = 12000$, le Vaisseau marchera avec plus de vîtesse vent largue que vent arriere.

(366.) Nous sçavons donc qu'il y a une certaine disposition du vent, par laquelle le Vaisseau marchera le plus qu'il est possible. Pour trouver quel est ce vent, il faut différencier la valeur de $u = \frac{GA^2RV fin(\beta - \delta)(fin \gamma . cof \beta - cof \gamma . fin \beta)}{GA^2R fin \beta . fin(\beta - \delta) + GA^2 r cof \beta . (cof \beta - \delta) + 20 Rr}$, en supposant β constant, & seulement γ variable, & égaler ensuite la différencielle à zéro. On aura par ce calcul $cof \gamma . cof \beta + fin \gamma . fin \beta = 0$, ou $cof(\gamma - \beta) = cof \alpha = 0$, & $fin\ \alpha = 1$; ce qui manifeste déjà que le vent le plus favorable à la marche est celui qui tombe perpendiculairement sur la vergue, comme nous l'avons supposé dans l'*Article* précédent; & par conséquent, on a, dans ce cas, $\delta = 0$. De la même équation $cof \gamma . cof \beta + fin \gamma . fin \beta = 0$, il résulte aussi $1 = -tang\ \gamma . tang\ \beta$, ou $tang\ \beta = -\frac{cof \gamma}{fin \gamma}$; & la valeur de $tang\ \beta$ étant substituée dans l'équation qui donne la valeur la plus avantageuse de β (360.), & faisant $\delta = 0$, on aura $-\frac{cof \gamma}{fin \gamma} = \frac{-F cof \gamma + \sqrt{F^2 + QF fin \gamma^2}}{Q fin \gamma + F fin \gamma}$; ou $-Q cof \gamma = \sqrt{F^2 + QF fin \gamma^2}$: d'où l'on tire, en quarrant, $Q^2 cof \gamma^2 = F^2 + FQ\ fin \gamma^2 = F^2 cof \gamma^2 + (F^2 + QF) fin \gamma^2$, ou $(Q^2 - F^2) cof \gamma^2 = (F^2 + QF) fin \gamma^2$; ce qui donne $tang\ \gamma^2 = \frac{Q - F}{F}$: c'est la valeur du quarré de la tangente du véritable angle γ que doit former le vent avec la quille, pour que le Vaisseau ait la plus grande marche qu'il est possible; & si au lieu de Q & de F nous substituons leurs valeurs (360.), on aura $tang\ \gamma^2 = \frac{GA^2(R - r)}{(GA^2 + 20 R) r} - 1$.

(367.) Cette valeur n'est donc pas constante, elle dépend, comme on voit, des quantités r, R, A^2 & G; ainsi elle varie, non-seulement dans les différents Navires, ou Embarcations, mais encore dans le même Navire lorsqu'on change sa voilure, ou lorsque la force du vent varie; de sorte que moins la résistance

r de la proue ſera grande à l'égard de la réſiſtance latérale R; plus l'angle le plus avantageux ſera ouvert. Cet angle augmentera encore à meſure que les quantités A^2 ou G deviendront plus grandes; c'eſt-à-dire, à meſure que le Navire portera plus de voile, ou que le vent ſera moins fort: ainſi, pour ſçavoir quand le vent arriere ſera le plus avantageux, on ſuppoſera $tang\ \gamma = o = \frac{GA^2(R-r)}{(GA^2+20R)r} - 1$, & l'on aura, pour ce cas, $GA^2(R-r) = (GA^2+20R)r$, ce qui donne $GA^2 = \frac{20Rr}{R-2r}$: de ſorte que lorſqu'on aura $GA^2 = \frac{20Rr}{R-2r}$, ce ſera le vent arriere qui fera marcher le Vaiſſeau avec le plus de vîteſſe qu'il eſt poſſible; & à meſure qu'on augmentera la voilure, ce ſera un autre vent, faiſant un angle de plus en plus ouvert avec la quille, qui lui procurera la plus grande marche.

Dans le Vaiſſeau de 60 canons, qui nous ſert d'exemple, on a $R = 3316$, & $r = 294$, &, par conſéquent, on aura $\frac{20Rr}{R-2r} = \frac{19498080}{2728} = 7147$: & en faiſant (351.), $G = \frac{4}{5}$, on aura $A^2 = 8934$, c'eſt la voilure qu'il doit porter pour que le vent arriere ſoit le plus avantageux. Auſſi-tôt que ce Vaiſſeau en porte davantage, ce ſera un autre vent faiſant un angle plus ouvert. Pour trouver le cas dans lequel cet angle doit être le plus ouvert qu'il eſt poſſible, nous ſuppoſerons $A^2 = 17680$, (351.), qui eſt toute la voilure que le Vaiſſeau porte d'un vent largue; ſubſtituant cette valeur dans l'équation $tang\ \gamma^2 = \frac{GA^2(R-r)}{(GA^2+20R)r} - 1$, & faiſant $G = \frac{4}{5}$, $R = 3316$, & $r = 294$, on aura $tang\ \gamma^2 = \frac{\frac{4}{5}.17680(3022)}{\frac{4}{5}.17680.294+19498080} - 1$; ce qui donne à très-peu près $\gamma = 138^\circ\ 4'$; de ſorte que le vent doit faire avec la quille un angle ouvert, par la poupe, de $41^\circ\ 56'$, pour que le Vaiſſeau marche avec le plus de vîteſſe qu'il eſt poſſible, en portant toutes ſes voiles, ou A^2 étant $= 17680$. Nous venons de voir que le Vaiſſeau portant ſeulement 8934 pieds quarrés de voilure, c'eſt le vent arriere qui eſt le plus avantageux, ou que $\gamma = 180^\circ$: il s'enſuit donc que tous les angles intermédiaires entre 180° & $138^\circ\ 4'$ correſpondent aux voilures intermédiaires entre 8934 & 17680. Avec des voilures moindres que 8934, c'eſt également le vent arriere qui eſt le plus avantageux; car dans ce cas $tang\ \gamma$ devient imaginaire, attendu que dans l'équation $tang\ \gamma^2 = \frac{GA^2(R-r)}{(GA^2+20R)r} - 1$, la quantité $\frac{GA^2(R-r)}{(GA^2+20R)r}$ eſt ≤ 1.

(368.) Ayant l'angle γ le plus avantageux, nous pouvons trouver la plus grande vîtesse parmi les plus grandes, ou le *maximum maximorum* de la vîtesse; nous y parviendrons en substituant dans la valeur de u les valeurs correspondantes de α & de β. Nous avons déjà dit (366.) que $\sin\alpha = 1$; & nous avons trouvé, dans le même *Article*, que $tang\,\beta = -\frac{1}{tang\,\gamma}$, ou $tang\,\beta^2 = \ldots \frac{1}{tang\,\gamma^2} = \frac{F}{Q-F}$: donc $\frac{\sin\beta^2}{\cos\beta^2} = \frac{F}{Q-F}$; ce qui donne $\sin\beta = \sqrt{\frac{F}{Q}}$ *, & $\cos\beta = \left(\frac{Q-F}{Q}\right)^{\frac{1}{2}}$. Le *maximum maximorum* sera donc, d'après cela,

$$u = \frac{GA^2RV.\sqrt{\frac{F}{Q}}}{GA^2R.\frac{F}{Q} + GA^2r.\frac{Q-F}{Q} + 20\,Rr} = \frac{GA^2RV.\sqrt{QF}}{GA^2RF + GA^2r\,(Q-F) + 20\,QRr}.$$

Si l'on fait maintenant, dans le Vaisseau de 60 canons, $G = \frac{4}{7}$, $A^2 = 17680$, $R = 3316$, $r = 294$, $Q = GA^2(R-r)$, & $F = GA^2r + 20\,Rr$, le *maximum maximorum* des vîtesses u sera $= \frac{34891360}{47411745}V$; ce qui donne à peu près $u = \frac{74}{100}V$; vîtesse qui est plus grande de $\frac{10}{100}$ que celle que nous avions trouvée à l'*Art.* 351, avec presque le même vent, & cela pour avoir fait, dans cet *Article*, suivant la pratique des Marins, $\beta = 70°$, & $\alpha = 64°$, tandis qu'ici nous avons fait $\beta = 48°\ 4'$, & $\alpha = 90°$. Si donc le vent parcouroit 15 pieds par seconde, le Vaisseau en parcourroit $11\frac{1}{10}$ dans le même temps, ce qui répond à 6 milles $\frac{66}{100}$ par heure, ou $\frac{9}{10}$ de mille de plus que nous n'avons trouvé, *Article* 351.

Mais ce n'est pas dans les Vaisseaux que cette différence se fait plus remarquer, elle devient plus sensible à mesure que le rapport $\frac{R}{r}$ devient plus grand. Dans un Chebec, on a, (348.), $A^2 = 9000$, $R = 700$, $r = 60$, & en faisant $G = \frac{4}{7}$, on trouve $\beta = 26°\ 41'$, $\gamma = 116°\ 41'$, & le *maximum maximorum* des vîtesses $u = \frac{16865496}{10319998}V$, ou à fort peu près $u = \frac{163}{100}V$: c'est-à-dire, que la vîtesse du Chebec est une fois & environ deux tiers celle du vent. Si le vent parcouroit 15 pieds par seconde, le Chebec en parcourroit $24\frac{45}{100}$ dans le même temps; vîtesse équivalente à 14 milles $\frac{62}{100}$ par heure. Si, au contraire, on fait $\beta = 60°$, & $\alpha = 56°\ 41'$, comme le font ordinairement les Marins, il en résulte $u = \frac{99}{100}V$; laquelle vîtesse équivaut à 8 milles $\frac{1}{4}$ par

* On trouve cette valeur en substituant pour $\cos\beta^2$ sa valeur $1 - \sin\beta^2$, & en dégageant $\sin\beta^2$. La valeur de $\cos\beta$, ainsi que la seconde expression du *maximum maximorum* des vîtesses, est fautive dans l'original.

heure, le vent parcourant 15 pieds par seconde ; c'eſt $6\frac{2}{7}$ de moins que ci-deſſus. Cette différence eſt tellement conſidérable, qu'elle mérite la plus grande attention de tout bon Navigateur : il eſt vrai que l'angle $\beta = 26^\circ\, 41'$ qu'il faut former, eſt bien aigu ; mais avec la voile latine il n'y a aucune difficulté pour parvenir à le former, & quand il y s'en préſenteroit quelqu'une on ne devroit pas moins faire tout ce qui eſt poſſible de faire pour en approcher autant que faire ſe peut.

(369.) L'examen de la vîteſſe latérale $v = \dots\dots\dots\dots \dfrac{GA^2rV\, cof\,(\beta-\delta)\,(fin\,\gamma.\, cof\,\beta - cof\,\gamma.\, fin\,\beta)}{GA^2R\, fin\,(\beta-\delta)\, fin\,\beta + GA^2r\, cof\,(\beta-\delta).\, cof\,\beta + 20\, Rr}$, conſidérée relativement à l'altération qu'elle peut recevoir de la variation de l'angle β, ne nous retiendra pas ſi long-temps, car on voit, par la formule, que plus ce angle ſera petit, plus cette vîteſſe ſera grande. En effet, $fin\,\gamma.cof\,\beta.cof\,(\beta-\delta)$ augmente dans le numérateur par la diminution de β, tandis que $cof\,\gamma.fin\,\beta.cof\,(\beta-\delta)$ diminue davantage dans les angles aigus, qui ſont ceux qui nous importent ici, & que le dénominateur diminue en même temps. De-là, il ſuit qu'avec les angles les plus avantageux, il y aura plus de dérive qu'avec ceux dont on a coutume de faire uſage dans la Marine ; mais cette différence n'eſt pas tellement conſidérable qu'elle mérite qu'on faſſe aucune altération aux angles trouvés, en leur donnant plus d'ouverture. Pour s'en convaincre, il ſuffira de chercher, dans les deux cas, la valeur de $tang\,\theta = \dfrac{r}{R\,tang\,(\beta-\delta)}$ (353.). Subſtituant donc, dans cette formule, l'angle avantageux $\beta = 28^\circ\, 47'$, (364.), avec $\delta = 8^\circ\, 20'$, on aura $tang\,\theta = \dots\dots \dfrac{294}{3316\, tang\,(20^\circ\, 27')}$, ou $\theta = 13^\circ\, 22\frac{1}{2}$; mais ce même angle a été trouvé (353.), $= 8^\circ\, 12\frac{1}{2}$, en ſe conformant à l'uſage des Marins : donc la différence n'eſt que de $5^\circ\, 10'$; quantité négligeable, ſur-tout lorſqu'il ne s'agit pas de gagner au vent.

(370.) La vîteſſe oblique exige encore moins que nous nous y arrêtions ; il y a trop peu de différence entre elle & la vîteſſe directe, pour nous obliger à nous étendre davantage ſur ce point, & à en faire l'objet d'une conſidération particuliere.

(371.) Enfin, il ne nous reſte plus qu'à conſidérer la vîteſſe avec laquelle le Vaiſſeau gagne au vent, & à examiner quels ſont les avantages qu'on peut tirer, ſur ce point, de la diſpoſition des voiles. La formule de cette vîteſſe eſt (343.) $W = \dots\dots\dots\dots \dfrac{GA^2V(R\, cof\,\gamma.\, fin\,(\beta-\delta) - r\, fin\,\gamma.\, cof\,(\beta-\delta))(fin\,\gamma.\, cof\,\beta - cof\,\gamma.\, fin\,\beta)}{GA^2R\, fin\,\beta.\, fin\,(\beta-\delta) + GA^2r\, cof\,\beta.\, cof\,(\beta-\delta) + 20\, Rr}$. Prenant ſa différencielle, en ſuppoſant β variable, & γ conſtant, afin de trou-

ver la valeur de β la plus avantageuse, il en résulte . . . . . .
$$(R\,cos\,\gamma.cos(\beta-\delta)+r\,sin\,\gamma.sin(\beta-\delta))(sin\,\gamma.cos\,\beta-cos\,\gamma.sin\,\beta)(Q\,sin\,\beta.sin(\beta-\delta)+F)$$
$$-(sin\,\gamma.sin\,\beta+cos\,\gamma.cos\,\beta)(R\,cos\,\gamma.sin(\beta-\delta)-r\,sin\,\gamma.cos(\beta-\delta))(Q\,sin\,\beta.sin(\beta-\delta)+F)$$
$$-Q(cos\,\beta.sin(\beta-\delta)+sin\,\beta.cos(\beta-\delta))(R\,cos\,\gamma.sin(\beta-\delta)-r\,sin\,\gamma.cos(\beta-\delta))$$
$(sin\,\gamma.cos\,\beta-cos\,\gamma.sin\,\beta)=0$, en supposant, comme ci-devant, $GA^2(R-r)=Q$, & $GA^2r\,cos\,\delta+20\,Rr=F$. Cette équation, après la réduction, & après avoir ordonné, donne

$$\left.\begin{matrix} Q\left\{\begin{matrix} R\,tang\,\gamma \\ -r\,tang\,\gamma^2.tang\,\delta \\ r\,tang\,\gamma \\ r\,tang\,\gamma.tang\,\delta^2 \end{matrix}\right. \\ F\left\{\begin{matrix} R\,tang\,\gamma \\ R\,tang\,\delta \\ r\,tang\,\gamma \\ r\,tang\,\gamma^2.tang\,\delta^2 \end{matrix}\right. \end{matrix}\right\} tang\,\beta^2 \left.\begin{matrix} +Q\left\{\begin{matrix} -2R\,tang\,\gamma.tang\,\delta \\ -2r\,tang\,\gamma^2 \end{matrix}\right. \\ +F\left\{\begin{matrix} -Q\,tang\,\gamma.tang\,\delta \\ +2R \\ -2r\,tang\,\gamma \\ -2r\,tang\,\gamma.tang\,\delta \end{matrix}\right. \end{matrix}\right\} tang\,\beta \left.\begin{matrix} +Q\left\{\begin{matrix} R\,tang\,\gamma.tang\,\delta^2 \\ r\,tang\,\gamma^2.tang\,\delta \end{matrix}\right. \\ +F\left\{\begin{matrix} -R\,tang\,\gamma \\ -R\,tang\,\delta \\ -r\,tang\,\gamma \\ r\,tang\,\gamma^2.tang\,\delta \end{matrix}\right. \end{matrix}\right\} = 0\,^{*}.$$

Telle est l'équation qui donnera la valeur la plus avantageuse de l'angle β, en supposant donnée & constante celle de l'angle γ avec lequel on se propose de naviguer. Mais, sans nous arrêter à appliquer cette équation à différents exemples, on voit bien, à la seule inspection de la valeur de W, que l'avantage de gagner au vent ne dépend pas seulement de la valeur de β. Si l'on suppose $tang\,\gamma=\infty$, ou si l'on navigue sur la perpendiculaire du vent, il est bien certain qu'on ne gagne nullement au vent, & qu'au contraire on perd, attendu que la valeur de W devient négative. Cette vîtesse devient pareillement négative, si nous supposons $\gamma=0$ **; d'où l'on doit conclure qu'il y a aussi une valeur de γ qui donne la plus grande vîtesse W pour gagner au vent. Pour trouver cette valeur, nous retournerons à différencier la formule, mais en supposant β constant, & γ variable; ce qui donne $(cos\,\gamma.cos\,\beta+sin\,\gamma.sin\,\beta)(R\,cos\,\gamma.sin(\beta-\delta)-r\,sin\,\gamma.cos(\beta-\delta))$ $-(R\,sin\,\gamma.sin(\beta-\delta)+r\,cos\,\gamma.cos(\beta-\delta))(sin\,\gamma.cos\,\beta-cos\,\gamma.sin\,\beta)=0$; d'où l'on tirera, après avoir fait la réduction, & après avoir ordonné,
$$tang\,\beta^2+\frac{(R+r)(1-tang\,\gamma^2-2\,tang\,\gamma.tang\,\delta)}{2R\,tang\,\gamma+r\,tang\,\delta(1-tang\,\gamma^2)}\,tang\,\beta-\frac{R\,tang\,\delta(1-tang\,\gamma^2)+2r\,tang\,\gamma}{2R\,tang\,\gamma+r\,tang\,\delta(1-tang\,\gamma^2)}=0.$$

* Le calcul de cette différencielle, & les différentes opérations qui conduisent à cette équation, n'ont, comme à l'*Art.* 360, d'autre difficulté que leur extrême longueur. Celle-ci exige, à fort peu près, les mêmes attentions, & qu'on observe le même ordre : ainsi, on peut consulter la Note que nous avons donnée pour cet *Art.* 360.

** Car lorsque $tang\,\gamma=\infty$, on a $\gamma=90°$, & $cos\,\gamma=0$, $sin\,\gamma=1$: donc le numérateur de la valeur de W se réduit à $GA^2V(-r\,cos\,\beta.cos(\beta-\delta))$; quantité négative. Dans le second cas, lorsque $\gamma=0$, on a $sin\,\gamma=0$, & $cos\,\gamma=1$, & le numérateur de la valeur de W se réduit à $GA^2V(F\,sin(\beta-\delta))(-sin\,\beta)$; quantité qui est pareillement négative.

Si l'on subſtitue, dans cette équation, la valeur de β trouvée au moyen de l'équation précédente, & qu'on en tire la valeur de γ, on aura les deux angles avantageux β & γ avec lesquels on gagnera au vent le plus qu'il eſt poſſible. Nous omettons de faire ici la ſubſtitution, parce que l'équation eſt trop étendue, & que le calcul qu'elle exige eſt extrêmement long. Au reſte, comme cette ſubſtitution ne renferme aucune difficulté, tout le monde peut l'exécuter, les deux équations étant données.

(372.) Pour parvenir à la connoiſſance parfaite de ce que cette théorie nous enſeigne, nous devons l'appliquer au Vaiſſeau dans les deux cas extrêmes, ſçavoir, à celui où il y a peu de vent, & qu'il porte toutes ſes voiles, & à celui où il y a beaucoup de vent, & qu'il porte peu de voiles. Dans le premier cas, nous pouvons faire $\delta = 0$, & les deux équations ſe changeront en celles-ci, ... $tang\,\beta^2 + \frac{(R+r)(1-tang\,\gamma^2)}{2R\,tang\,\gamma}\,tang\,\beta - \frac{r}{R} = 0$, & . . . . $tang\,\beta^2 + \frac{2(FR - r(Q+F)\,tang\,\gamma^2)}{(Q+F)(R+r)\,tang\,\gamma}\,tang\,\beta - \frac{F\,tang\,\gamma}{Q+F} = 0$, ou en ſubſtituant (360) les valeurs de $Q = GA^2(R-r)$, de $F = r(GA^2 \cos\delta + 20R)$, & faiſant $G = 1$, $A^2 = 23050$, (352.), $R = 3316$, & $r = 294$, elles ſe changeront en $tang\,\beta^2 + \frac{3610(1-tang\,\gamma^2)}{2.3316\,tang\,\gamma}\,tang\,\beta - \frac{294}{3316} = 0$; & $tang\,\beta^2 + \frac{2.294(8937 - 2893\,tang\,\gamma^2)}{3610.2893\,tang\,\gamma}\,tang\,\beta - \frac{294.8937\,tang\,\gamma}{3316.2893} = 0$. Ces équations étant réſolues, donnent $\gamma = 56^\circ$, & β $30^\circ\,33'$; ce ſont les angles avantageux que doivent former les vents & les vergues avec la quille, pour que le Vaiſſeau gagne au vent le plus qu'il eſt poſſible, en ſuppoſant que le vent ſoit très-foible, & que le Vaiſſeau porte tout ſon appareil. Le premier de ces angles eſt moindre de 9° que celui dont les Marins ſe ſervent, & le ſecond eſt moindre de $9^\circ\,27'$. . . . .

(373.) Pour le ſecond cas extrême, nous ferons (352.), $\delta = 21^\circ$, ou $tang\,\delta = 0,383864$, $G = \frac{9}{10}$, & $A^2 = 6130$, & les deux équations ſe changeront dans les deux ſuivantes . . . . $tang\,\beta^2 + \frac{3610(1 - 0,767728\,tang\,\gamma - tang\,\gamma^2)}{112,856(1-tang\,\gamma^2) + 6632\,tang\,\gamma}\,tang\,\beta - \frac{1272,89(1-tang\,\gamma^2) + 588\,tang\,\gamma}{112,856(1-tang\,\gamma^2)+6632\,tang\,\gamma} = 0$, & $tang\,\beta^2 - \frac{2(32089\,tang\,\gamma^2 + 18784\,tang\,\gamma - 33690)}{99823\,tang\,\gamma + tang\,\gamma^2}\,tang\,\beta +$ . . . . . $\frac{2057\,tang\,\gamma^2 - 22740\,tang\,\gamma - 12932}{99823\,tang\,\gamma + tang\,\gamma^2} = 0$, leſquelles, étant réſolues, donnent $\gamma = 84^\circ$, & $\beta = 82^\circ\,14'$: ce ſont les angles avantageux, c'eſt-à-dire, ceux que le vent & les vergues doivent former avec la quille, pour que le Vaiſſeau gagne au vent le plus qu'il eſt poſſible, en

ſuppoſant qu'il ne porte que les deux baſſes voiles, & que le vent ſoit très-fort. Le premier de ces angles eſt plus grand de $19° 16'$ que celui qu'emploient les Marins; & le ſecond de $42° 14'$; c'eſt-à-dire qu'il eſt à peu près double de celui qu'on admet dans la pratique. Cet angle, tout avantageux qu'il eſt, ne doit cependant pas être mis en uſage, & cela pour les raiſons qu'on expoſera par la ſuite.

(374.) Les deux exemples précédents nous donnent la ſolution des deux cas extrêmes, dans leſquels il ſe trouve la plus grande différence dans les angles γ & β; mais les valeurs de ces angles ſe trouvent affectées de l'expreſſion de la force du vent, & de celle de la quantité de voiles. Pour trouver ce qui appartient à la ſeule altération de la voilure, nous pouvons réſoudre les deux équations, en ſuppoſant, comme dans le premier cas, que le vent eſt petit, ou que $\delta = 0$; mais en employant ſeulement la voilure du ſecond cas, c'eſt-à-dire, en faiſant $A^2 = 6130$. Dans ce troiſieme cas, G ſera de même $= 1$; par conſéquent les deux équations ſe reduiront à $tang\,\beta^2 + \frac{3610\,(1 - tang\,\gamma^2)}{2.3316\,tang\,\gamma}\,tang\,\beta - \frac{294}{3316} = 0$, & $tang\,\beta^2 + \frac{2.294\,(7245 - 1201\,tang\,\gamma^2)}{3316.1201\,tang\,\gamma}\,tang\,\beta - \frac{294.7245\,tang\,\gamma}{3316.1201} = 0$. Ces équations étant réſolues, donnent $\gamma = 66° 13'$, & $\beta = 47° 20'$: ce ſont les angles avantageux que doivent former le vent & les vergues avec la quille, pour gagner au vent le plus qu'il eſt poſſible, en ſuppoſant le vent très-foible, & que la ſurface des voiles eſt ſeulement de 6130 pieds quarrés.

(375.) La différence des angles les plus avantageux pour un Vaiſſeau qui porte toute ſa voilure, & pour le même Vaiſſeau qui n'en porte que peu, le vent étant ſuppoſé foible dans ces deux cas, eſt celle de $56°$ & $30° 33'$ à $66° 13'$, & $47° 20'$: c'eſt-à-dire, de $10° 13'$ dans l'angle du vent, & $16° 47'$ dans celui des vergues. Et dans le cas où le Vaiſſeau porte peu de voiles, la différence pour un vent foible & pour un vent fort eſt celle de $66° 13$ & $47° 20$ à $84° 44$, & $82° 14$: c'eſt-à-dire, de $18° 31'$ dans l'angle du vent, & de $34° 54'$ dans celui des vergues: d'où l'on voit que les angles doivent augmenter à meſure que le vent augmente, & que les voiles diminuent; c'eſt une conſéquence évidente de ce qu'on vient de voir dans les *Articles* 372 & 373, où l'on a réſolu les deux cas extrêmes.

(376.) Maintenant, pour faire voir avec clarté l'avantage que peuvent produire ces angles, nous allons chercher la viteſſe W, avec laquelle le Vaiſſeau gagne au vent, tant en employant ces mêmes angles, qu'en employant ceux dont ſe ſervent les Marins:

&

& pour plus de facilité, nous nous réduirons à confidérer le cas dans lequel le Vaiſſeau porte toute ſa voilure, & que le vent eſt foible, c'eſt-à-dire, celui ou $\delta = 0$, & $G = 1$: en conſéquence, la formule ſe réduit à $W = \frac{A^2 V \sin \alpha . (R \cos \gamma . \sin \beta - r \sin \gamma . \cos \beta)}{A^2 R \sin \beta^2 + A^2 r \cos \beta^2 + 20 Rr}$; ou, en ſubſtituant (352.), $A^2 = 23050$, $R = 3316$, & $r = 294$, elle ſe réduit à $W = \frac{23050 . V \sin \alpha (R \cos \gamma . \sin \beta - r \sin \gamma . \cos \beta)}{23050 . 3316 \sin \beta^2 + 23050 . 294 \cos \beta^2 + 19498080}$. Subſtituant donc dans cette derniere formule les angles avantageux trouvés, *Art.* 372, qui ſont $\gamma = 56^\circ$, & $\beta = 30^\circ 33'$, on aura $W = \frac{725649}{4427128} V$; ou, à très-peu près, $W = \frac{164}{1000} V$: & en faiſant, ſuivant l'uſage des Marins, $\gamma = 65^\circ$, & $\beta = 40^\circ$, la formule ſe réduit à $W = \frac{678467}{5505534} V$, qui donne, à très-peu près, $W = \frac{125}{1000} V$: de ſorte qu'en ſe ſervant des angles avantageux que donne la théorie, on peut gagner au vent preſque un tiers de plus qu'on ne fait en ſuivant la pratique ordinaire.

(377.) Ces conſidérations nous paroiſſent devoir être ſuffiſantes pour engager les Marins à chercher tous les moyens poſſibles de diminuer les angles qu'ils emploient, ſoit par le moyen des *Droſſes*, ſoit en lâchant tout-à-fait les premiers haubans de l'avant du côté ſous le vent : car, comme c'eſt ſeulement dans le cas d'un petit vent qu'on a beſoin de rendre ces angles auſſi aigus, cette circonſtance donne lieu de pouvoir aſſujettir de nouveau les haubans & les vergues lorſque le vent vient à augmenter, ſans que, pour cela, les vergues ceſſent de former les angles avantageux dont on auroit beſoin ; parce qu'ils ſe trouvent augmentés par l'augmentation du vent. Avec les voiles latines, les mêmes angles ſont encore plus aigus, attendu que, pour les Embarcations qui en ſont uſage, le rapport $\frac{R}{r}$ eſt plus grand : mais la diſpoſition de leurs vergues permet toujours de les former tels qu'il eſt néceſſaire.

(378.) On voit clairement que la valeur de β, qu'on a trouvée pour gagner au vent, n'eſt pas la même que celle qu'on a trouvée, *Art.* 360, pour faire prendre au Navire la plus grande vîteſſe directe ; & cela doit être ainſi, attendu que ces deux valeurs ont été conclues d'équations très-différentes. On ne doit pas, par cette raiſon, employer la premiere de ces valeurs, encore qu'on navigue à la bouline, ſi ce n'eſt dans le cas où il eſt queſtion de gagner au vent ; lorſqu'il s'agira ſeulement de la marche du Navire, ce ſera la ſeconde qu'il faudra mettre en pratique.

CHAPITRE III.

De l'Inclinaiſon que prend le Vaiſſeau, par la force que produit le Vent ſur les Voiles.

(379.) Nous avons déjà donné (*Liv. II*, *Chap. VI.*) l'expreſſion de la force, ou des moments avec leſquels le côté du Navire réſiſte à l'Inclinaiſon : c'eſt dans cette même force, ou réſiſtance, que conſiſte ce qu'on doit nommer légitimement la qualité de *porter la voile* (196, *Note.*), lorſque cette action provient de la force avec laquelle la voile agit. Nous avons auſſi donné (281.) les moments de la voile, & par les principes que nous avons expoſés, il doit y avoir équilibre dans l'Inclinaiſon, lorſque ces deux moments deviennent égaux ; de ſorte que, formant une équation de ces moments, on en tirera la valeur de l'Inclinaiſon. Si les moments du côté étoient infinis, par rapport à ceux de la voile, l'Inclinaiſon feroit nulle ; mais, comme la largeur du Vaiſſeau ne peut être très-grande, il eſt clair que les moments du côté doivent être limités, & que par conſéquent l'Inclinaiſon doit néceſſairement avoir lieu. On pourroit cependant la diminuer, en diminuant les moments de la voile, ou en abaiſſant beaucoup le centre de ſes forces (281.); mais cette diſpoſition a auſſi des inconvénients qu'il n'eſt pas poſſible d'éviter dans la pratique, particuliérement à la mer ; par conſéquent nous ne pouvons remédier abſolument aux inconvénients de l'Inclinaiſon, qui peuvent même avoir des ſuites funeſtes dans pluſieurs occaſions.

(380.) Les moments avec leſquels le côté du Vaiſſeau réſiſte à l'Inclinaiſon, ſont $= mKU \sin \Delta + \frac{1}{3}(mvkR + \frac{1}{2} mv \int chx^{\frac{3}{2}} y - \frac{1}{4} mv \int fgx^{\frac{7}{2}})$, (197 & 205.), en ſuppoſant que Δ exprime l'angle de l'Inclinaiſon, *m* la denſité de l'eau, *U* le volume de fluide que déplace le Vaiſſeau, & *v* la vîteſſe du Vaiſſeau, qui, dans ce cas, eſt la vîteſſe latérale.

(381.) Les moments avec leſquels la voile agit, ont été trouvés (281.), $= \frac{1}{20} nmVGA^2 \sin \alpha$, *n* exprimant la hauteur du centre des forces des voiles au-deſſus de l'axe de rotation. Mais ces moments agiſſent ſuivant la direction de l'action des voiles, & ſont pour le cas où, *V* exprimant la vîteſſe du vent, la voile eſt en repos, ou que le Vaiſſeau eſt ſans aucun mouvement. Il eſt donc néceſſaire de réduire ces moments aux moments latéraux, & au cas dans lequel le Vaiſſeau marche, & que toute la force du vent n'agit pas ſur la voile. La

vîtesse avec laquelle le vent agit perpendiculairement sur la voile, a été trouvée (338.), $= V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta$; c'est cette quantité que nous devons substituer, dans la formule, en place de $V \sin\alpha$ seul. Pareillement, la force directe avec laquelle la voile agit, est à la force latérale qui en résulte (338.), comme l'unité est à $\cos(\beta-\delta)$; donc, pour réduire la force directe à la force latérale, il ne faut que multiplier la premiere par $\cos(\beta-\delta)$: l'expression des moments latéraux avec lesquels la voile agit, sera donc $=$ . . . . $\frac{1}{20} nmGA^2 \cos(\beta-\delta)(V \sin\alpha - u \sin\beta - v \cos\beta)$.

(382.) Les quantités u & v expriment les vîtesses directes & latérales du Vaisseau. Or la premiere a été trouvée, (339.), $=$ . . $\frac{GA^2RV \sin\alpha \sin(\beta-\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr}$, & la seconde $=$ . . . $\frac{GA^2rV \sin\alpha . \cos(\beta-\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr}$: ces valeurs étant substituées dans la formule des moments latéraux, ces moments deviendront $=$ $\frac{1}{20} nmGA^2 \cos(\beta-\delta)\left(V \sin\alpha - \frac{GA^2V \sin\alpha(R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + r \cos\beta . \cos(\beta-\delta))}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr}\right)$ $= \frac{nmGA^2VRr \sin\alpha . \cos(\beta-\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr}$; expression qui (255.) se réduit à $\frac{\frac{2}{3} nmGA^2VRr \sin\alpha . \cos(\beta-\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr}$. Egalant maintenant ces moments à ceux qu'éprouve le côté du Vaisseau, & divisant les uns & les autres par m, nous aurons l'équation $KU \sin\Delta +$ . . . . . $\frac{2}{3}(ukR + \frac{1}{2} v \int chx^{\frac{1}{2}} y - \frac{1}{2} v \int\int gx^{\frac{3}{2}}) = \frac{\frac{2}{3} nGA^2VrR \sin\alpha . \cos(\beta-\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 2Rr}$; qui donne le sinus de l'inclinaison du Vaisseau, ou $\sin\Delta =$ . . . .

$$\frac{\frac{\frac{2}{3} nGA^2VRr \sin\alpha . \cos(\beta-\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr} - \frac{2}{3} v(kR + \frac{1}{2} \int chx^{\frac{1}{2}} y - \frac{1}{2} \int\int gx^{\frac{3}{2}})}{KU}$$

(383.) Cette formule peut beaucoup se simplifier par un autre moyen ; car les moments latéraux des voiles exprimés par . . . . . $\frac{nGA^2VRr \sin\alpha . \cos(\beta+\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr}$, ne sont autre chose que le produit de la vîtesse latérale $v = \frac{GA^2rV \sin\alpha . \cos(\beta-\delta)}{GA^2R \sin\beta . \sin(\beta-\delta) + GA^2 r \cos\beta . \cos(\beta-\delta) + 20Rr}$ multipliée par nR : ainsi, en substituant cette valeur dans celle de $\sin\Delta$, on aura $\sin\Delta = \frac{\frac{2}{3} v(nR - kR - \frac{1}{2} \int chx^{\frac{1}{2}} y + \frac{1}{2} \int\int gx^{\frac{3}{2}})}{KU}$; mais (340.), $v = \frac{ru}{R \tang(\beta-\delta)}$, on aura donc aussi $\sin\Delta = \frac{\frac{2}{3} ru(nR - kR - \frac{1}{2} \int chx^{\frac{1}{2}} y + \frac{1}{2} \int\int gx^{\frac{3}{2}})}{KUR \tang(\beta-\delta)}$; ou, si nous négligeons les trois derniers termes du numérateur, comme l'ont fait jusqu'à présent tous les Auteurs, on aura $\sin\Delta =$ . . . . . $\frac{\frac{2}{3} nru}{KU \tang(\beta-\delta)} = \frac{\frac{2}{3} nRv}{KU}$.

(384.) Cette formule nous fait voir, non seulement combien il est important que le centre d'effort des voiles soit peu élevé, ou que la quantité n soit petite, mais elle fait voir aussi de quelle importance il est que les voiles ne soient pas très-courbes, afin que δ n'augmente pas; car plus cette quantité augmentera, ou plus les voiles prendront de courbure, plus l'Inclinaison sera grande (*a*).

(385.) Pour le Vaisseau de 60 canons, qu'on suppose naviguer avec toute la voilure qu'il peut porter à la bouline, on a trouvé (282.), $n = 70\frac{1}{2}$; (187.), $r = 294$; (166.), $K = 9\frac{1}{4}$; (112.), $U = 68650$; & (352.), $tang\ (\beta - \delta) = tang\ (31^\circ\ 40') = 0,6188$: donc on aura

---

(*a*) M. *Bouguer*, dans son *Traité de la Mâture des Vaisseaux*, a cherché le moyen d'empêcher que les Vaisseaux prennent aucune Inclinaison, & cela en abaissant le centre d'effort des voiles, ou en diminuant la valeur de n; & il a donné le nom de *point Vélique* au point où l'on doit placer ce centre, pour qu'effectivement le Vaisseau ne prenne aucune Inclinaison. Notre formule donne beaucoup de facilité pour la détermination de ce point. Pour cela, il n'y a qu'à égaler à zéro le numérateur, c'est-à-dire, former cette équation $nR - kR - \frac{2}{3}\int chx^{\frac{3}{2}}y + \frac{1}{2}\iint gx^{\frac{3}{2}} = 0$: car on en tirera $n = \ldots\ldots k + \frac{1}{2}\left(\frac{\int chx^{\frac{3}{2}}y - \iint gx^{\frac{3}{2}}}{R}\right)$; c'est l'expression de la hauteur que doit avoir le centre d'effort des voiles, ou le point Vélique au-dessus du centre de gravité pour que le Vaisseau demeure parfaitement droit, soit que le vent soit violent, ou non, soit qu'il y ait beaucoup de voiles dehors, ou qu'il y en ait peu. Mais comme k marque l'élévation du centre de gravité au-dessus de la surface de l'eau, la quantité $\frac{\int chx^{\frac{3}{2}}y - \iint gx^{\frac{3}{2}}}{2R}$ sera la hauteur à laquelle le point Vélique doit être au-dessus de la superficie de l'eau. Dans le Vaisseau de 60 canons de notre exemple, on a (204.), $\frac{2}{3}\int chx^{\frac{3}{2}}y = 25398$; $\frac{1}{2}\iint gx^{\frac{3}{2}} = 40626$, (200.); & $R = 3316$; donc n sera $= \frac{25398 - 40626}{3316} = -4\frac{1764}{3316}$; c'est-à-dire, que le point Vélique seroit abaissé de 4 pieds $\frac{1}{2}$ au-dessous de la superficie de l'eau: ce qui prouve l'impossibilité d'exécuter ce projet.

Cette difficulté n'a point échappé à M. *Bouguer*, particuliérement dans les Inclinaisons latérales (*Sect. II*, *Chap. III*, §. 3), & pour y apporter remede, il propose de disposer les voiles dans une situation inclinée à l'horison, en éloignant du mât leur extrémité inférieure, avec des *bouts-dehors*. Pour ne pas trop nous retarder, nous ométerons d'exposer les difficultés & les risques sans nombre auxquels une pareille disposition feroit exposée. Nous en userons de même à l'égard de la proposition que fait le même Auteur, (*sect. I*, *Chap. IX*, §. 4) d'augmenter l'envergure jusqu'à lui donner deux fois, ou deux fois & demi la longueur qu'elle a dans l'état actuel des choses; car il n'y a aucun Marin qui n'apperçoive au premier coup d'œil tous les inconvénients de cette envergure excessive. M. *Bouguer* avoue lui-même que les basses-vergues seroient exposées aux coups de mer, & par cette raison il raccourcit celles qui, dans la disposition qu'il propose, devroient porter sur le bord même du Navire. Je crois qu'il auroit proposé la même chose pour les autres vergues, s'il eût sçu qu'il y a des Vaisseaux dont les extrémités des vergues, quoique de la longueur ordinaire, sont souvent noyées sous les eaux, quoiqu'elles soient placées deux fois, ou deux fois & demie, plus haut que cet Auteur n'auroit voulu les placer. Mais nous lui devons la justice de dire qu'il enjoint ensuite (*Sect. I*, *Chap. IX*, §. 4) de ne pas rendre les vergues plus grandes que ne le permet la possibilité de les orienter avec commodité; ce principe joint à d'autres considérations dont nous parlerons par la suite, & sur-tout l'impossibilité de conserver au Vaisseau la qualité de bien gouverner avec un tel appareil, est plus que suffisant pour conserver l'envergure qui est en usage aujourd'hui.

$\sin\Delta = \frac{\frac{2}{3}.70\frac{1}{2}.294.u}{9\frac{1}{8}.68650.0,6168} = \frac{331622}{9273321}u$. Si donc la vîtesse du vent étoit de 10 pieds par seconde, on auroit (352.), $u = \frac{335}{100}$, & $\sin\Delta = \frac{11109337}{92733210}$; d'où il suit que l'angle Δ de l'Inclinaison est à peu près $= 6^\circ\ 53'$. Si la vîtesse du vent étoit de 15 pieds par seconde, on auroit $u = \frac{21}{4}$, & $\sin\Delta = \frac{6964062}{37093284}$, ou l'angle Δ de l'Inclinaison $= 10^\circ\ 49'$, à fort peu près.

(386.) Les trois quantités que nous supprimons dans la formule, diminuent ces inclinaisons; mais, dans le Vaisseau de 60 canons, qui nous sert d'exemple, elles sont très-négligeables; car, en substituant leurs valeurs (205.), on trouvera $\sin\Delta =$ . . . .

$$\frac{\frac{2}{3}.294.u(70\frac{1}{2}.3316 - 4\frac{19}{24}.3316 - 25308 + 406269)}{9\frac{1}{8}.68650.3316.0,6168} = \frac{\frac{2}{3}.294.u(70\frac{1}{2}.3316 - 651)}{9\frac{1}{8}.68650.3316.0,6168}:$$

d'où l'on voit que la seconde quantité qui résulte des trois que nous avons omises, n'est que $\frac{1}{353}$ de la premiere; & par conséquent qu'elle ne peut diminuer les Inclinaisons précédentes, que de $\frac{1}{353}$; c'est-à-dire qu'elle ne peut diminuer la premiere que d'un peu plus d'une minute, & la seconde d'environ deux minutes; quantités qui, comme l'on voit, ne méritent aucune considération. Par conséquent, nous pouvons établir en général, pour ce Vaisseau, & autres semblables, $\sin\Delta = \frac{\frac{2}{3}nru}{KU\,tang(\beta - \delta)}$; formule qui se réduit, dans le Vaisseau de 60 canons, à $\sin\Delta = \frac{784\,nu}{2505725\,tang(\beta - \delta)}$. Dans d'autres Vaisseaux dont les couples seroient moins pleins dans leurs fonds, la différence des trois quantités négligées peut être négative, & contribuer par conséquent à augmenter l'Inclinaison, & cela d'autant plus, que les couples seront plus aigus, ou plus taillés.

(387.) Retournant donc aux exemples, & supposant toutes les petites voiles serrées, telles que les perroquets, & même qu'il y ait un ris pris dans les huniers, on a trouvé (372.), $G = \frac{92}{100}$, $\delta = 15^\circ$, & $u = \frac{9785}{37753}V$; & ayant de plus (282.), $n = 63$, on aura $\sin\Delta = \frac{784.63.9785\,V}{2505725.tang(25^\circ)37753} = 0,010958\,V$: de sorte que, si le vent parcouroit 20 pieds par seconde, comme nous l'avons supposé, *Art.* 352, on auroit $\sin\Delta = \frac{21917}{100000}$, ou, à fort peu près, l'angle de l'Inclinaison $= 12^\circ\ 40'$. Si le vent parcouroit 25 pieds par seconde, on auroit $\sin\Delta = \frac{273963}{1000000}$, ou, à peu près, l'angle Δ de l'Inclinaison $=$

$15^{\circ}\ 54'$. Cette inclinaison paroît excessive ; car par elle l'eau arriveroit un pied plus haut que les feuillets des sabords de la premiere batterie : ainsi, on doit conclure que la quantité de voiles qu'on a supposé que portoit le Vaisseau, est trop grande ; lorsque le vent parcourt 25 pieds par seconde (*a*).

(*a*) Les inclinaisons des Vaisseaux nous donnent lieu maintenant d'exposer une autre absurdité très-évidente qui résulte de l'ancien systême des résistances des fluides, qui a été adopté jusqu'ici, de même que des expériences faites par M. *Mariotte*, dont nous avons parlé dans le *Scolie* de la *Prop. XXVI*, *Liv. II*, *Tome I*, *Art.* 644 : mais pour qu'il ne demeure sur ce point aucun doute, & pour éloigner tout soupçon de partialité, nous ne nous servirons d'aucune des choses qui résultent de celui que nous avons nouvellement proposé.

Dans la Note que nous avons donnée (352.) pour le cas où le Vaisseau est supposé naviguer à la bouline, en portant toute sa voilure qui est de 23050 pieds quarrés, nous avons trouvé cette équation, $u = \frac{231}{1000} V$, qui est précisément celle qui résulte de l'ancienne théorie. Supposons donc que le Vaisseau, avec cet appareil, puisse faire 6 milles par heure ; cela est un peu difficile, mais il vaut mieux supposer ce qu'il y a de plus avantageux, pour qu'il n'y ait plus moyen de revenir sur la conséquence : on aura donc, dans ce cas, $u = 10 = \frac{131}{1000} V$, ce qui donnera $V = \frac{10000}{131}$, c'est-à-dire que la vitesse que la supposition qu'on a faite doit donner au vent est, à fort peu près, $= 76\frac{1}{3}$: vitesse effrayante ; mais nous la supposerons ainsi pour un instant, afin de donner plus d'avantage à l'ancien systême. Les Marins sçavent très-bien que dans une marche de cette espece à la bouline, le Vaisseau doit s'Incliner considérablement, peut-être jusqu'à avoir les feuillets des sabords de la premiere batterie à l'eau ; ou, ce qui est la même chose, le Navire sera peut-être Incliné sous un angle dont le sinus est $= \frac{1}{4}$; mais supposons que le sinus de l'angle d'Inclinaison soit seulement $= \frac{1}{6}$, ou que cet angle soit seulement à peu près de 9 dégrés $\frac{1}{2}$. Pour exprimer le moment qu'éprouve, dans ce cas, le côté du Vaisseau ; nous prendrons la formule $mKU \sin \Delta$, en négligeant toutes les autres quantités, afin que le tout devienne favorable à l'ancienne théorie : & ayant à peu près $m = 64$ livres, ou $\frac{64}{100}$ quintaux, le moment se réduit à $\frac{64}{100} \cdot 9\frac{1}{8} \cdot 68650 \cdot \frac{1}{6}$. Or ce moment doit être égal à celui qui résulte des voiles, lequel a pour expression le produit de la force qu'elles exercent, par la distance du centre de cette force, à l'axe de rotation du Vaisseau ; distance que nous avons trouvée $= 70\frac{1}{2}$. Si nous nommons donc F la force que produisent les voiles, on aura $F \cdot 70\frac{1}{2} = \frac{64}{100} \cdot 9\frac{1}{8} \cdot 68650 \cdot \frac{1}{6}$, d'où l'on tire $F = \frac{400916}{423}$; c'est-à-dire, que la force des voiles est équivalente au poids de 948 quintaux. M. *Mariotte*, comme nous l'avons dit dans le *Scolie* cité ci-dessus, (*Tome I*, *Art.* 644.) a trouvé, par ses expériences, que la force qui agit sur une surface d'un demi pied quarré de France, qui seroit exposée au courant d'une riviere dont la vitesse est d'un pied $\frac{1}{4}$ par seconde, est équivalente à un poids de 9 onces. Ainsi, en suivant l'ancien systême qui fait les résistances comme les quarrés des vitesses, l'effort que supportera la même surface exposée à un courant dont la vitesse est d'un pied par seconde, sera $= \frac{16 \cdot 9}{25}$; & si la surface est d'un pied quarré, l'effort qu'elle supportera sera de $\frac{4 \cdot 16 \cdot 9}{25}$ onces : ce qui s'accorde avec ce que nous dit M. *Bouguer* (*Traité du Navire*, *Liv. III*, *Sect. I*, *Chap. II* page 357), qui donne cette force de 23 onces. Réduisant tout en mesures Anglaises, nous aurons à peu près 18 onces, pour la force qu'éprouvera une surface d'un pied quarré, exposée au courant dont la vitesse est d'un pied par seconde. L'effort que soutient la même surface exposée au vent, celui-ci ayant la même vitesse que le courant, est de $\frac{18}{1000}$ onces, en supposant que la densité de l'eau douce est à celle de l'air comme 1000 est à l'unité ; mais le

(388.) Reprenant donc les exemples de l'*Art.* 352, & supposant que le Vaisseau demeure avec ses deux basses voiles, les huniers avec tous les ris pris, l'artimon & le faux foc, G étant $= \frac{9}{10}$, & $\delta = 21°$, d'où il a résulté $u = \frac{489}{2874} V$; à cause que (282.), $n = 55$, nous aurons $\sin \Delta = \frac{784 \cdot 55 \cdot 489 \cdot V}{2505725 \cdot 2874 \tan (19°)} =$, à très-peu près, $\frac{85 V}{10000}$: de sorte que si le vent parcouroit 25 pieds par seconde, on auroit $\sin \Delta = 0{,}2125$, c'est-à-dire que l'angle Δ de l'Inclinaison $= 12° 16'$; & si le vent parcouroit 30 pieds, on auroit $\sin \Delta = 0{,}2550$, ou l'angle Δ de l'Inclinaison $= 14° 46$; de façon qu'avec cette Inclinaison, l'eau arriveroit aux seuillets des s[illegible]ds de la premiere batterie. Enfin, supposant que le Vaisseau demeure seulement avec ses deux basses voiles, & supposant à G & à δ les mêmes valeurs, on a (352.), $u = \frac{103}{1000} V$, & (282.), $n = 43$, par conséquent $\sin \Delta$ sera $= \frac{784 \cdot 43 \cdot 103 \cdot V}{2505725 \cdot 1000 \cdot \tan (19°)}$, ou à peu près $= \frac{4}{1000} V$: de sorte que si le vent parcouroit 30 pieds par seconde, l'Inclinaison Δ seroit de $6° 54'$: s'il en parcouroit 40, Δ seroit $= 9° 13'$: s'il en parcouroit 50, Δ seroit $= 11° 33'$: enfin, s'il en parcouroit 60, Δ seroit $= 13° 54'$: d'où l'on voit qu'avec les deux basses voiles, le

---

vent choquant les voiles avec une vîtesse de 76 pieds $\frac{1}{3}$, il faut augmenter cette quantité $\frac{18}{1000}$ dans la raison du quarré de cette vîtesse; & l'on aura à peu près 105 onces pour la valeur de la force que soutiendra chaque pied quarré de voilure, & cela sans rien retrancher pour le mouvement du Vaisseau qui abat & qui diminue la vîtesse du vent: par conséquent les 23050 pieds quarrés supporteront un effort de 105 . 23050 onces. Cette évaluation est pour le cas dans lequel le vent frapperoit perpendiculairement la voile; ou dans lequel la direction de cette force lui seroit perpendiculaire: pour la réduire à une force latérale, nous devons la multiplier par $\sin \alpha . \sin \beta . \cos \beta$, ou à peu près par $\frac{208}{1000}$: dans le cas présent, la force latérale des voiles sera donc $= 503412$ onces; ou en divisant par 1600, nombre d'onces que contient un quintal, la même force sera à peu près de 315 quintaux; quantité bien éloignée des 948 que nous avons trouvés ci-dessus, celle-ci étant trois fois plus grande. On ne peut pas dire que cela dépende de l'Inclinaison que nous avons supposée au Vaisseau, qui est telle que son sinus $= \frac{1}{6}$, ou, ce qui revient au même, que cet angle est de 9 dégrés $\frac{1}{2}$, car cette Inclinaison est suffisamment petite respectivement à la violence du vent, & à la marche exorbitante du Vaisseau, que nous avons supposée de 6 milles à la bouline, portant tout son appareil, ou toute sa voilure déployée. Si l'on fait attention que pour obtenir une conformité parfaite, il seroit nécessaire de réduire l'Inclinaison à la troisieme partie de celle que nous avons supposée, c'est-à-dire, la réduire seulement à 3° 11', on verra que cela est absolument impossible. On ne peut pas non plus attribuer cette différence aux vîtesses supposées pour le vent & pour le Vaisseau, parce que, pour obtenir la conformité des résultats, il seroit nécessaire de les augmenter dans la raison de 4 à 7, c'est-à-dire, supposer la vitesse du vent de 133 pieds $\frac{1}{2}$ par seconde, & celle du Vaisseau de 18 pieds $\frac{1}{2}$; mais dans ce cas le Vaisseau devroit faire environ 11 milles par heure. De ce qu'on vient de dire, on doit conclure que cette différence vient du principe erroné qu'on a suivi sur la résistance des fluides, & des expériences absolument fautives de M. *Mariotte*, que nous affirme également M. *Bouguer*.

Vaiſſeau eſt capable de ſupporter l'action de vents très-violents, pourvu que les voiles ou les mâts puiſſent également la ſupporter. Au reſte, tous les réſultats de ces exemples peuvent varier ſuivant les différentes valeurs qu'on donnera à δ; mais nous pouvons nous convaincre que nous l'avons ſuppoſée un peu plus grande qu'elle n'eſt réellement, particuliérement dans les exemples de ces deux derniers *Articles*, à l'exception cependant du dernier, dans lequel on a ſuppoſé que le Vaiſſeau naviguoit avec les deux baſſes voiles ſeulement; d'où l'on voit que les vraies Inclinaiſons ſeront encore moindres que celles qu'on vient de trouver.

(389.) Par la formule $\sin \Delta = \frac{784\, nu}{2505725 \,\mathrm{tang}\,(\beta - \delta)}$ qu'on a donnée, *Art.* 386, on peut trouver la force du vent que peuvent ſupporter les mâts, les vergues, & les voiles, avec un appareil déterminé. Suppoſons qu'avec toutes les voiles on ait obſervé que la mâture puiſſe tenir contre l'action du vent juſqu'à ce que le Vaiſſeau ait pris une Inclinaiſon de 12 dégrés, & nous aurons $\sin 12^\circ = \frac{784\, nu}{2505725 \,\mathrm{tang}\,(\beta - \delta)}$, ou, parce que dans ce cas on a (282.) $n = 70\frac{1}{2}$, & $\mathrm{tang}\,(\beta - \delta) = \mathrm{tang}\,(31^\circ 40')$, & (352.), $u = \frac{335}{1000} V$; on aura donc $\sin 12^\circ = \frac{70\frac{1}{2} . 784 . 335\, V}{1000 . 2505725 \,\mathrm{tang}\,(31^\circ 40')}$, & $V = \ldots\ldots \frac{1000 . 2505725 . \sin 12^\circ . \mathrm{tang}\,(31^\circ 40')}{70\frac{1}{2} . 784 . 335}$, c'eſt-à-dire, à peu près, $V = 21$ pieds $\frac{85}{100}$; telle eſt la vîteſſe du vent que peut ſupporter le Vaiſſeau naviguant à la bouline, & portant toutes ſes voiles. On peut trouver, de la même maniere, la vîteſſe du vent qu'il peut ſupporter dans tous les autres cas.

(390.) Nous n'avons pas beſoin de chercher l'Inclinaiſon que prendra le Vaiſſeau en naviguant vent largue, parce que, dans ce cas, $\mathrm{tang}\,(\beta - \delta)$ devient plus grande, & par conſéquent l'Inclinaiſon devient moindre: mais il eſt un autre cas que nous devons d'autant moins paſſer ſous ſilence, qu'il fait ordinairement la terreur des Marins, qu'il a fait périr un grand nombre de Bâtiments, & que, faute d'une connoiſſance parfaite, il n'eſt pas même encore ſuffiſamment rédouté. Cet accident, que les Marins appellent *Coëffer*, ou *Maſquer* *, a lieu lorſqu'en naviguant par un vent violent, il arrive, ſoit par le défaut de ſoin du Timonier, ſoit parce que le vent, changeant tout à coup, vient à prendre les voiles en face; c'eſt-à-dire, que le vent vient à les frapper par

* On l'appelle auſſi *faire Chapelle*. Les Eſpagnols l'appellent *tomar por alua*, ou *tomar por la alua*.

la

la partie opposée de la proue, ou sous le vent. Dans ce cas, $\sin\alpha$ est négatif, ainsi que la quantité . . . . $\frac{\frac{8}{3}nGA^2VRr\sin\alpha.\cos(\beta-\epsilon)}{GA^2R.\sin\beta.\sin(\beta-\epsilon)+GA^2r\cos\beta.\cos(\beta-\epsilon)+20Rr}$, ce qui donne à l'équation, qui exprime la valeur du sinus de l'Inclinaison, la forme $-\sin\Delta=\frac{\frac{8}{3}nGA^2VRr\sin\alpha.\cos(\beta-\epsilon)}{KU(GA^2R\sin\beta\sin(\beta-\epsilon)+GA^2r\cos\beta.\cos(\beta-\epsilon)+20Rr)}+$. $\frac{2v}{3KU}(kR+\frac{1}{2}\int chx^{\frac{1}{2}}y-\frac{1}{2}\int\int gx^{\frac{3}{2}})$, le signe négatif de $\sin\Delta$ ne signifiant autre chose, comme on le sçait, si ce n'est que l'Inclinaison se fait du côté opposé. Les deux quantités qui composent le second membre, ont maintenant le même signe; ainsi la seconde doit s'ajouter à la premiere, tandis qu'auparavant elle devoit en être retranchée. Mais ce n'est pas encore ce qui mérite le plus d'attention; la premiere quantité qui paroît avoir la même valeur qu'auparavant, ne l'a cependant pas, parce que la valeur de α varie, à cause que le vent peut augmenter l'angle qu'il forme avec les voiles, selon le lans * que donne le Navire vers le vent, selon la quantité dont il abat, ou selon que le vent varie : de sorte qu'il peut arriver que $\sin\alpha$ devienne $=1$. Quoi qu'il en soit, la premiere quantité $\frac{\frac{8}{3}nru}{KU\tan(\beta-\epsilon)}$ à laquelle on a vu ci-dessus que se réduisoit la formule, sera à celle que nous cherchons, pour le cas où le Vaisseau est coëffé, comme $\sin 25°$, valeur de $\sin\alpha$ lorsqu'on navigue à la bouline, est à $\sin\alpha$ dans le cas du *coëffage*, c'est-à-dire, au sinus de l'angle que formera le vent avec les voiles dans le cas où le Vaisseau est coëffé : de sorte que si ce sinus étoit $=1$, nous aurions, pour ce cas, $-\sin\Delta=$ . . . $\frac{\frac{8}{3}nru}{KU\tan(\beta-\epsilon)\sin(25°)}$: d'où il suit que pour trouver ces Inclinaisons, il ne faut que diviser les précédentes par $\sin 25°$. Dans le cas où le Vaisseau porte ses deux basses voiles, nous avons trouvé (388.), $\sin\Delta=\frac{4}{1000}V$; par conséquent, si dans ce cas le Vaisseau venoit à coëffer, on auroit $-\sin\Delta=\frac{4V}{1000\sin(25°)}=$ . . . $\frac{95}{10000}V$, à très-peu près : de sorte que si le vent parcouroit 60 pieds par seconde, on auroit $-\Delta=34°\ 41'$; Inclinaison par laquelle l'eau arriveroit un pied plus haut que les seuillets des sabords de la seconde batterie. Dans cette circonstance le coffre du

* En Espagnol, *selon la Guiñada*, ce qui signifie la quantité dont le Navire se lance vers le vent, ou dont il vient au *lof*.

Vaiſſeau ſe rempliroit d'eau, & la mer paſſeroit par deſſus le bord. Si, pour comble de malheur, le vent venoit à augmenter de force, le Vaiſſeau étant dans cet état, l'Inclinaiſon augmenteroit, & la perte du Vaiſſeau s'enſuivroit néceſſairement; à moins qu'on ne fût aſſez heureux pour que la violence du vent ne parvînt auparavant à rompre les mâts, ou à mettre les voiles en pieces. On ne peut donc trop recommander aux Marins d'être en garde contre des accidents auſſi terribles, & de ne négliger aucun ſoin, aucune attention pour les prévenir, afin qu'ils ne ſe trouvent pas dans de ſemblables embarras.

(391.) Si dans l'équation (383.), $\text{ſin}\,\Delta = \frac{\frac{2}{3}nRv}{KU}$ nous ſubſtituons la valeur de $K = -H + \frac{\int e^3c}{12\,U}$, (197.), nous aurons auſſi $\text{ſin}\,\Delta = \frac{\frac{2}{3}nRv}{-HU + \frac{1}{12}\int e^3c}$; ou, en mettant pour la quantité H ſon équivalente $\frac{HU - gw}{U + w}$, (167.), & à la place de U ſa correſpondante $U + w$, on aura $\text{ſin}\,\Delta = \frac{\frac{2}{3}nRv}{-HU + gw + \frac{1}{12}\int e^3c} = \frac{\frac{2}{3}nru}{(-HU + gw + \frac{1}{12}\int e^3c)\,\text{tang}\,(\beta - \Delta)}$; équation dans laquelle on doit avoir préſent à l'eſprit, que U exprime le volume primitif que le Vaiſſeau avoit de ſubmergé dans le fluide, H la diſtance verticale primitive du centre de volume à celui de gravité, w le volume augmenté ou diminué, & g la diſtance verticale du centre de ce volume à celui du poids qu'on auroit ajouté ou retranché.

(392.) Cette équation fait voir que ſi on ajoute du leſt au Vaiſſeau, le dénominateur augmente de la quantité gw, produit du volume w dont le Vaiſſeau ſe ſubmerge de plus, par la diſtance g du centre de ce Volume au centre du leſt; d'où il ſuit, par conſéquent, que plus le leſt, ou le poids ajouté ſera placé bas, plus ce produit ſera grand, & plus l'Inclinaiſon ſera petite. On voit encore, en général, que toutes les fois qu'on placera le poids au-deſſous de la ligne de flottaiſon, le produit ſera poſitif, & ſera d'autant plus grand que le poids ſera plus abaiſſé; & ce même produit ſera négatif, ſi on place le poids au-deſſus de la ligne de flottaiſon: dans le premier cas, l'inclinaiſon eſt diminuée, & elle devient plus grande dans le ſecond. Le contraire de tout cela doit arriver, ſi, au lieu de charger le Vaiſſeau d'un nouveau poids, on retranchoit quelque poids de ſa charge, parce qu'alors w ſeroit négatif.

(393.) La valeur de la quantité $\int e^3c$ dépend, comme nous

l'avons vu dans le Chapitre du Métacentre, de la longueur & des largeurs du Vaisseau, & nous avons trouvé (153.), $\frac{\int e^3c}{12U} = .. 10\frac{1}{5}$; ce qui donne $\int e^3c = 124\, U$. Si le Vaisseau étoit composé de deux prismes triangulaires, en conservant toujours le même volume, il auroit en profondeur environ 20 pieds $\frac{2}{5}$; & l'on auroit $\int e^3c = 45\, U$; & si le Vaisseau étoit un parallélipipede rectangle, il auroit 11 pieds de profondeur, & l'on trouveroit $\int e^3c = 180\, U$; d'où l'on voit que la figure du Vaisseau tient un milieu entre ces deux figures; ce qui peut servir de guide pour proportionner les dimensions qui conviennent, lorsqu'il s'agit de faire quelque altération. Car on voit bien, qu'avec la même longueur, la même largeur, & le même volume, la valeur de $\int e^3c$ dans le Navire, est quelque chose de plus que les deux tiers, de ce qu'elle est pour le parallélipipede, & que les huit tiers de ce qu'elle est pour le corps formé de deux prismes réunis.

(394.) La quantité HU dans les Vaisseaux semblables, est à peu près comme les quatriemes puissances des dimensions linéaires; & c'est la même chose pour $\int e^3c$: mais nR étant simplement comme les cubes, il s'ensuit que les sinus des Inclinaisons dans les Vaisseaux semblables, seront à peu près dans la raison inverse des dimensions linéaires.

(395.) Ayant developpé la théorie des Inclinaisons latérales du Vaisseau, nous devons donner quelques lumieres sur les Inclinaisons directes ou de poupe à proue. Car quoique la grande longueur du Navire les rende presque insensibles, il est cependant utile d'avoir une connoissance de leur degré d'étendue, & de leur qualité, parce qu'elles varient suivant les circonstances & suivant la construction des Navires; & qu'il est très-essentiel, que de quelque espece qu'elles soient, elles n'arrivent pas à être considérables, non-seulement pour que le Vaisseau ne perde pas sa situation horisontale que le Constructeur a eu dessein de lui donner, mais pour d'autres fins qu'on exposera plus loin.

(396.) La force directe du Vaisseau est (339.), $= mru$, & cette force est égale à la force directe que produisent les voiles: ainsi, n étant la hauteur du centre des voiles au-dessus de celui de gravité, ou de l'axe de rotation, $\frac{2}{3}mnru$ sera le moment direct des mêmes voiles. Celui de la proue du Navire est (200 & 215.), $= mK\dot{U} \sin \Delta + \frac{2}{3}mu\,(Kr + \frac{1}{2}\int chx^{\frac{1}{2}}y - \frac{1}{2}\int fgx^{\frac{3}{2}})$; donc dans l'équilibre de ces deux especes de moments, on aura $\frac{2}{3}nmru = mK\dot{U} \sin \Delta + \frac{2}{3}mu\,(kr + \frac{1}{2}\int chx^{\frac{1}{2}}y - \frac{1}{2}\int fgx^{\frac{3}{2}})$, ce qui donne $\sin \Delta =$

$\frac{\frac{2}{3}u(nr - kr - \frac{1}{2}\int chx^{\frac{1}{2}}y + \frac{1}{2}\iint fgx^{\frac{1}{2}})}{KU}$. On voit, par cette formule, que cette Inclinaiſon ne dépend en aucune maniere des angles que peuvent former les voiles avec la quille, mais de la viteſſe u du fillage à laquelle elle eſt proportionnelle; que celle-ci ſoit produite par quelque moyen que ce ſoit. Nous avons trouvé (206.), pour le Vaiſſeau de 60 canons, $K = 114\frac{9}{24}$, $kr = 1409$, $\frac{1}{2}\int chx^{\frac{1}{2}}y = 26970$, & $\frac{1}{2}\iint fgx^{\frac{3}{2}} = 2568$: ces valeurs étant ſubſtituées dans la formule avec celle de $n = 70\frac{1}{2}$, & de $U = 68650$, il en réſultera $\sin\Delta = \frac{\frac{2}{3}u(70\frac{1}{2}.294 - 1409 - 26970 + 2568)}{114\frac{9}{24}.68650} = -\frac{3391u}{7851843}$: d'où l'on voit que dans tous les cas qui pourroient ſe préſenter, l'Inclinaiſon Δ ſera toujours négative: ce qui prouve que le Vaiſſeau de notre exemple, au lieu de s'Incliner en ſubmergeant ſa proue, l'éleve de plus en plus à meſure que ſa viteſſe u devient plus grande, & que l'élévation du centre des forces des voiles devient plus petite. On voit encore que même dans le cas extrême l'Inclinaiſon eſt fort petite; car quoiqu'on ſubſtitue $n = 70\frac{1}{2}$, & $u = 20$, ou que le Vaiſſeau faſſe 12 milles par heure, Δ n'eſt que de 29′ 41″; Inclinaiſon qui ne monte pas à un demi degré, & qui, par conſéquent, ne mérite aucune conſidération, quoiqu'elle éleve la proue de 8 pouces au-deſſus de l'eau, comme, par une eſpece de ſuſpenſion. D'autres Vaiſſeaux qui ont leurs proues plus taillées, ou les côtés qui les forment plus verticaux, ou en forme de coin, donneroient un réſultat différent, parce que la quantité $\frac{1}{2}\int chx^{\frac{1}{2}}y$ devient beaucoup moindre pour ces Navires.

CHAPITRE IV.

Du Gouvernement, ou du Manege, du Vaiſſeau.

(397.) APRÈS avoir décrit le Gouvernail avec exactitude; après avoir indiqué la figure qu'il doit avoir, & les circonſtances qui lui ſont les plus avantageuſes, il paroît aſſez naturel de croire qu'il ne reſte aucune raiſon pour nous porter à de nouvelles conſidérations ſur le Gouvernement du Vaiſſeau; mais ſi l'on examine ſoigneuſement les forces dont l'action concourt pour produire cet effet, on verra clairement que le Gouvernail n'eſt qu'un des agents qui y contribuent, & peut être qu'il n'eſt pas le plus efficace.

(398.) Nous avons déjà dit (297.), que le Vaisseau doit tourner sur un axe vertical qui passe par son centre de gravité, & que (216.) son mouvement horisontal étant décomposé en deux autres, l'un direct, & l'autre latéral, il ne résulte du premier de ces mouvements aucune action capable de faire tourner le Navire, & qui soit, par conséquent, relative au Gouvernement du Navire, attendu que les forces qui s'exercent des deux côtés sont égales, & se détruisent mutuellement. Il n'en est pas de même pour ce qui concerne le mouvement latéral: le centre des forces qui en résultent, a été trouvé (224.), dans le Vaisseau de 60 canons, de 11 pieds $\frac{1}{4}$ plus à la poupe que le centre de gravité, & les moments qui en résultent tendent continuellement à faire arriver le Vaisseau. PLANC. IX.

(399.) La seule puissance dont on puisse faire usage pour contre-balancer ces moments, est la force des voiles. Si les moments des voiles tendent à faire venir le Vaisseau au vent avec autant de force que les moments ci-dessus tendent à le faire arriver, il ne prendra aucun mouvement de rotation, & se maintiendra constamment sur le même rumb de vent, circonstance en quoi consiste la perfection du Gouvernement, ou du Manege: & comme la force latérale des voiles est égale à la résistance du côté, il est nécessaire, pour que les deux moments soient égaux, que les deux centres coïncident dans le même point.

(400.) Voici le raisonnement qui, jusqu'à présent, a servi de guide à tous les Géometres. Soit E la proue, F la poupe, C le centre de gravité du Vaisseau, G celui des résistances latérales, & IG la direction moyenne de la force résistante, composée des deux résistances latérale & directe, ou de proue. Cela posé, il est nécessaire que le centre des forces des voiles se trouve pareillement en G, afin d'équilibrer les autres forces; car il est évident que cette force se dirigeant de même, suivant GI, il en résultera l'égalité des moments, en quoi consiste cet équilibre. On a cru, d'après ce raisonnement, avoir fait une découverte importante, & l'on a établi que le point G (a) étoit l'endroit le plus avantageux pour placer le mât, lorsqu'il n'y a qu'une seule voile; & que, dans le cas où il y en a plusieurs, il falloit que le centre de toutes les voiles coïncidât avec ce même point G. Cependant nous avons vu (285.) que ce centre, bien loin de se FIG. 48.

(a) *Jean Bernoulli*, Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, Chap. 12, §. 1, 2, & 3. *Johannis Bernoulli Opera Omnia, Tome II.*
M. *Bouguer*, Traité du Navire, Liv. 3, Sect. 3, Chap. 1, page 473.

PLANC. IX. trouver en G, est en B, à 12 pieds plus à la proue que le centre de gravité C, lorsque le Vaisseau porte toutes ses voiles ; ainsi, il paroît qu'on devroit conclure, d'après cela, que le Vaisseau devroit arriver avec une très-grande force ; car non-seulement la puissance, ou les forces latérales contribuent à lui donner ce mouvement, mais aussi celle des voiles. Malgré çela, le Vaisseau, bien loin d'arriver, comme l'indique ce qu'on vient de dire, a, pour l'ordinaire, une grande propension à venir au vent, & cet effet est produit par les causes que nous allons exposer.

(401.) Quoique le centre des voiles supposées planes soit en B, à cause de la courbure qu'elles prennent, ce centre se transporte (273.) en D, la valeur de BD étant (276.) depuis zéro jusqu'à $\frac{217}{1000}h$, h exprimant la largeur des mêmes voiles : mais ce n'est pas encore cette cause qui produit le plus grand effet ; car, pour le produire tel qu'on l'observe, il est nécessaire que D tombe plus vers la poupe que G. Le Vaisseau s'incline vers la partie sous le vent, & par ce mouvement le centre des voiles se transporte de D en K ; de sorte que K est le vrai centre des forces des voiles, & LK, parallele à GI, est la direction suivant laquelle elles agissent : ainsi, leurs forces étant décomposées en deux autres, les unes latérales, & les autres directes, les premieres seront dirigées suivant DK, & les secondes passant par le point K, seront dirigées parallélement à GB : de sorte que le centre des forces latérales peut être supposé en D, & celui des forces directes en K.

(402.) On voit déjà clairement, d'après cet exposé, que le Manege ou le Gouvernement du Vaisseau dépend de la combinaison des trois forces en G, en D, & en K : la premiere latérale en G, qui tend à faire arriver le Vaisseau ; la derniere en K, qui tend à le faire venir au vent : & la latérale située en D, dont l'effet est de faire venir le Vaisseau au vent, ou de le faire arriver, selon que le point D tombe à la poupe ou à la proue du centre de gravité C. Les forces directes sont, au reste, plus grandes ou plus petites, selon que le point K s'éloigne de D, ou selon que le Navire s'incline plus ou moins ; de maniere que plus son inclinaison sera grande, plus le Navire viendra au vent, ou comme disent les Marins plus il sera *Ardent* *.

(403.) Ces forces ne dépendent pas moins de la hauteur à la-
FIG. 49. quelle se trouve le centre K des voiles ; car le Vaisseau conservant la

* Les Espagnols appellent cet effet *orzar*, ou *partir al puño*.

même inclinaison DCK; plus la hauteur CK sera grande, plus la droite DK le deviendra, ou la distance à laquelle le centre des voiles s'éloigne du plan vertical qui coïncide avec l'axe de rotation.

(404.) L'inconstance du Navire dans la façon dont il se comporte relativement à son Manege, est donc une suite nécessaire de ce qu'on vient de dire. Si le vent augmente, la vitesse du Vaisseau augmente, ainsi que son inclinaison; & par-là, non-seulement les forces augmentent, mais aussi la distance dont le point K où elles agissent est éloigné du point D, & par conséquent le Vaisseau doit venir au vent; & au contraire, il doit arriver si le vent diminue: c'est ce que les Marins observent tous les jours à la mer. Au reste, dans quelque endroit qu'on place le centre des forces des voiles, on éprouvera toujours la même inconstance; & la meilleure situation qu'on puisse lui donner, consiste à le placer de maniere que, soit en variant le nombre des voiles, afin d'avancer, ou de porter plus en arriere, le point B, ou soit en se servant du Gouvernail, on parvienne à produire l'équilibre dans les moments: bien entendu que la force du Gouvernail ne doit pas être employée sans nécessité; car cette machine ne peut agir sans préjudice de la marche du Vaisseau: elle doit seulement venir au secours de quelqu'un des autres moments qui seroit trop foible. Nous nous dispenserons de parler, pour le présent, d'une autre force, qui est celle des coups de mer, ou des lames, quoiqu'elle soit aussi très-considérable en elle même, parce que n'étant point constante dans son action, c'est au Gouvernail seul à la surmonter, comme étant l'agent le plus prompt à apporter le remede nécessaire.

(405.) Les forces latérales, ou les résistances du côté du Navire sont (339 & 115.), $=\frac{2}{3}mRv$, ou parce que (340.), $v=\frac{ru}{R\,tang\,(\beta-\varepsilon)}$, elles seront $=\frac{\frac{2}{3}mru}{tang\,(\beta-\varepsilon)}$. Si nous faisons donc la distance horisontale GC du centre G des résistances, au centre C de gravité $=b=11\frac{1}{4}$, (224.), le moment de ces résistances sera $=\frac{\frac{2}{3}mbru}{tang\,(\beta-\varepsilon)}$.

(406.) Pareillement, si nous appellons e la distance horisontale CD du centre de gravité C, au centre D des voiles, lorsque le Vaisseau n'est pas incliné; & considérant que la force latérale des voiles est égale à la résistance du côté du Vaisseau, la force latérale des voiles sera aussi $=\frac{\frac{2}{3}mru}{tang\,(\beta-\varepsilon)}$; & son moment $=\frac{\frac{2}{3}meru}{tang\,(\beta-\varepsilon)}$,

lequel étant ajouté au moment de l'*Article* précédent, donnera $\frac{\frac{2}{3}mru}{tang(\beta-\delta)}(b+e)$ pour la somme des moments qui tendent à faire arriver le Navire : sur quoi il faut observer que la quantité e, que nous avons prise comme positive, peut aussi être négative.

(407.) Le sinus de l'inclinaison du Vaisseau est (383.), $\sin\Delta = \frac{\frac{2}{3}ru(nR-kR-\frac{2}{3}\int chx^{\frac{3}{2}}y+\frac{1}{2}\int\int fgx^{\frac{1}{2}})}{KUR\ tang(\beta-\delta)}$, n exprimant la hauteur verticale du centre K des voiles au-dessus du centre de gravité C; ainsi l'on aura DK, distance horisontale du centre des mêmes voiles au plan vertical qui coïncide avec l'axe de rotation, $= \frac{\frac{2}{3}nru(nR-kR-\frac{2}{3}\int chx^{\frac{3}{2}}y+\frac{1}{2}\int\int fgx^{\frac{1}{2}})}{KUR\ tang(\beta-\delta)}$. Et comme $\frac{2}{3}\ mru$ est l'expression des résistances directes de la proue, ou la force directe des voiles, le moment direct, ou qui tend à faire venir le Navire au vent, sera $= \frac{\frac{4}{9}mnr^2u^2(nR-kR-\frac{2}{3}\int chx^{\frac{3}{2}}y+\frac{1}{2}\int\int fgx^{\frac{1}{2}})}{KUR\ tang(\beta-\delta)}$, ou en prenant seulement le premier terme, conformément à ce qu'on a dit, *Art.* 386, ce moment sera $= \frac{\frac{4}{9}mn^2r^2u^2}{KU\ tang(\beta+\delta)}$.

(408.) Il suit de là que, pour que le Vaisseau se comporte bien à la mer, & que le Gouvernail n'ait pas besoin d'agir pour son Manege, on doit avoir $\frac{\frac{4}{9}mn^2r^2u^2}{KU\ tang(\beta-\delta)} = \frac{\frac{2}{3}mru}{tang(\beta-\delta)}(b+e)$: ou, en divisant les deux moments par $\frac{\frac{2}{3}mru}{tang(\beta-\delta)}$, on doit avoir cette équation $\frac{\frac{2}{3}n^2ru}{KU} = b+e$. Le premier membre de cette équation est (407.), $= DK\ tang(\beta-\delta)$ * ; & le second $= DG$. Donc, pour obtenir la perfection qu'on se propose, on doit avoir $DK\ tang(\beta-\delta) = DG$, ou, ce qui est la même chose, on doit avoir la proportion $tang(\beta-\delta) : 1 :: DG : DK$. Mais l'angle DIG étant $= \beta-\delta$ ** ; on aura donc aussi $tang(\beta-\delta) : 1 :: DG : DI$; donc $DK = DI$: c'est-à-dire que, pour obtenir la perfection qu'on cherche dans le Gouvernement du Navire, il faut que le centre K des voiles tombe sur le point I ; c'est-à-dire que les paralleles LK, GI doivent coïncider, ce qui est précisément ce qu'on se proposoit d'obtenir : de sorte que, quoique le mât soit placé en B, le centre des voiles se transporte en I : au contraire, si le mât eût été placé en G ; il

* Car c'est à cela que se réduit la valeur de DK, lorsqu'on néglige tous les termes, excepté le premier.

** En effet, on a vu (271.) que l'angle DGI que forme la quille avec la direction résultante des forces des voiles $= 90° - (\beta-\delta)$; donc DIG qui est le complément de $DGI = \beta-\delta$.

eût

eût été impossible que le Vaisseau se fût bien comporté, ou qu'il eût eu un bon Gouvernement.

(409.) Si l'équation ci-dessus n'avoit pas lieu, & que son premier membre fût plus grand que le second, ou que *DK* fût plus grand que *DI*, le Navire viendroit au vent; & il arriveroit, au contraire, si *DK* étoit moindre que *DI*. Devant suppléer, dans l'un & l'autre cas, à la différence des moments, & les ramener à l'égalité, le Gouvernail devient alors absolument nécessaire, ou bien il faut augmenter ou diminuer de la voilure dans la partie qui convient, afin de transporter le point *D* dans le lieu où il doit être.

(410.) Si en naviguant avec la même quantité de voiles, celles-ci ayant toujours la même disposition & la même hauteur, la vitesse du vent vient à augmenter, la vitesse *u* augmentera pareillement; & *e* diminuera, parce que *BD* augmentera : le premier membre croîtra donc par une double raison; & par conséquent le Vaisseau viendra au vent. Il arriveroit, au contraire, si le vent diminuoit de vitesse.

(411.) Le vent devenant plus largue, la vitesse *u* augmente également; mais *e* augmentera aussi, à cause que δ diminue, & avec elle *BD* : donc l'effet qui en résultera doit naître de la différence entre les augmentations que reçoivent les quantités *u* & *e*.

(412.) La quantité *n* dépendant de la hauteur des voiles, il s'ensuit que le Vaisseau qui aura plus de guindant sera plus ardent. Ainsi, de deux quantités de voiles égales, celle qui sera la plus élevée fera plus venir au vent que la plus basse.

(413.) En augmentant la charge du Vaisseau, la quantité *r*, ou la résistance de la proue augmentera dans une plus grande raison que le volume *U*, à cause que les parties renflées, ou les plus grandes rondeurs de la proue, qui sont au-dessus de la flottaison, doivent se submerger par l'augmentation de la charge. La quantité *b* diminue en même temps, à cause que le centre des résistances latérales qui proviennent de la partie du côté nouvellement submergée, est beaucoup plus avancé vers la proue que le point *G* : donc, par ce double motif, en augmentant la charge du Vaisseau, il doit devenir plus ardent; &, au contraire, il doit arriver lorsqu'on la diminue.

(414) Si l'on chargeoit davantage le Vaisseau à la poupe, & moins à la proue, afin de porter le centre de gravité *C* plus à la poupe, le centre *G* des résistances passeroit également plus à poupe : mais, comme cette disposition ne changeroit la situation d'aucun des points *B*, *D*, *K*, la quantité *DG* deviendroit plus grande respectivement à *DK*; donc le Vaisseau arriveroit. Au contraire, si l'on chargeoit le Vaisseau plus à la proue qu'à la poupe, cette disposition le rendroit plus ardent.

(415.) Le coup de mer, ou la lame qui choque le Vaisseau, est une puissance qui produit un moment plus ou moins grand, selon l'endroit où elle frappe le Vaisseau, & selon la distance horisontale de sa direction au centre de gravité du Vaisseau. Si la lame choque la proue au vent, ou la poupe sous le vent, elle fait arriver le Vaisseau; & elle le fait venir au vent, si elle choque la proue sous le vent, ou la poupe au vent. Heureusement, de quelque maniere que la lame agisse, on trouve, dans l'équation même qui en exprime l'action, ce qui fournit le remede: car si le Vaisseau arrive, l'augmentation de l'angle α, & par conséquent celle de u, l'oblige à venir au vent; & s'il vient au vent, la diminution des mêmes quantités l'oblige à arriver: c'est par cette raison que, lorsqu'un Bâtiment, où l'équilibre des moments est bien établi, navigue à la bouline, il n'est presque pas nécessaire de toucher au Gouvernail.

(416.) Toutes ces conséquences regardent particuliérement les Marins, qui doivent les avoir bien présentes à l'esprit pour remédier à propos aux inconvénients qui peuvent se présenter dans plusieurs occasions. Mais il en est aussi qui sont particulieres au Constructeur; car il doit avoir grande attention à ce que les valeurs de b & de e, ou, ce qui revient au même, à ce que les centres des résistances & des voiles soient situés de maniere que l'équation puisse s'effectuer avec facilité; c'est ce qu'on peut obtenir de différentes manieres.

(417.) La quantité b varie en augmentant ou diminuant l'élancement & la quête du Vaisseau: de sorte que plus l'élancement de la proue sera grand, par rapport à la quête de la poupe, plus le point G se portera vers la poupe, & plus la quantité b sera grande, & le Vaisseau aura d'autant moins de propension à venir au vent, & réciproquement.

(418.) On fait varier la quantité e en changeant la situation des mâts, ou en les plaçant de maniere que le centre commun des voiles se trouve plus à poupe ou à proue. On y parvient encore en donnant plus ou moins de longueur aux vergues; car, par ce moyen, l'on augmente ou l'on diminue la valeur de h, (273.), & en même temps celle de BD.

(419.) Pour le Vaisseau de 60 canons, de notre exemple, nous avons trouvé (285.), en supposant qu'il porte toutes ses voiles, $BC = 12$ pieds, & (276.), $BD = \frac{173}{1000}h$, h désignant l'amplitude des voiles, laquelle est de 80 pieds à la hauteur du centre K

de leurs forces; ainsi, l'on aura $BD = \frac{173.80}{1000} = 13$ pieds $\frac{84}{100}$: & $CB - DB = e = -1\,\frac{84}{100}$: ce qui donne $b + e = 11\,\frac{1}{2} - 1\,\frac{84}{100} = 9$ pieds $\frac{66}{100}$. Pour trouver la valeur de $\frac{\frac{2}{3}n^2ru}{KU}$, nous avons (382.), $n = 70\,\frac{1}{2}$, $r = 294$, $K = 9\,\frac{1}{8}$, $U = 68650$, & (352.), $u = \frac{1628}{4850}V$; ainsi, ces valeurs donneront $\frac{\frac{2}{3}n^2ru}{KU} = \frac{\frac{2}{3}.70\frac{1}{2}.70\frac{1}{2}.294.1628.V}{9\frac{1}{8}.68650.4850} = \frac{522}{1000}V$: donc, pour que l'équilibre soit bien établi, & obtenir un bon Gouvernement, ou un bon Manege, on doit avoir, dans ce cas, $\frac{522}{1000}V = 9\,\frac{66}{100}$: d'où il suit que V étant $= \frac{9660}{522}$, ou à peu près $= 18$ pieds $\frac{1}{2}$, le Vaisseau Gouvernera bien avec tout l'appareil qu'on lui a supposé, & il ne sera pas nécessaire de faire agir le Gouvernail. Si la valeur de V augmente, le Bâtiment viendra au vent; & pour maintenir l'équilibre, il sera nécessaire d'avoir recours au Gouvernail, ou de serrer quelques voiles de l'arriere; si, au contraire, V diminue, le Vaisseau arrivera, & il faudra encore recourir au Gouvernail pour rétablir l'équilibre, ou bien il faudra serrer quelques voiles de la proue. Comme le vent peut, dans ce cas (352 & 389.), parcourir 10, 15 & 20 pieds par seconde; avec les premiers vents, le Vaisseau aura de la propension à arriver, & il viendra au vent avec le dernier, & autres supérieurs en vîtesse.

(420.) Supposons que le Vaisseau ne porte que ses deux basses voiles, les huniers avec les trois ris pris, l'artimon & le faux foc: dans ce cas, on aura (286.), $BC = 11$ pieds, & (276.), $BD = \frac{217}{1000}h = \frac{217.81}{1000}$: ce qui donne $BC - BD = CD = 11 - \frac{1758}{100} = -6$ pieds $\frac{58}{100}$; & $b + e = 11\,\frac{1}{2} - 6\,\frac{58}{100} = 4$ pieds $\frac{92}{100}$. La valeur de n, dans ce même cas, est (282.), $= 56$ pieds $\frac{1}{4}$, & (352.) celle de $u = \frac{17}{100}V$; ces valeurs étant substituées dans l'équation, donnent $\frac{\frac{2}{3}n^2ru}{KU} = \frac{\frac{2}{3}.56\frac{1}{2}.56\frac{1}{4}.294.17.V}{9\frac{1}{8}.68650.100}$, ou à peu près $= \frac{17}{100}V$. Donc, pour que l'équilibre soit bien établi, & qu'en conséquence le Vaisseau Gouverne bien, on doit avoir $\frac{17}{100}V = 4\,\frac{92}{100}$; équation qui a lieu, si $V = \frac{492}{17} = 28$ pieds $\frac{16}{17}$; mais avec cet appareil de voiles (352.), la vîtesse du vent est de 35 à 40 pieds par seconde; donc, avec ce vent, le Vaisseau aura toujours de la propension à venir au vent: on devroit, s'il étoit nécessaire, car-

guer l'artimon; mais on doit considérer que les coups de mer tendent davantage à faire arriver le Vaisseau, selon qu'ils sont plus ou moins forts.

(421.) Si le Vaisseau ne portoit que ses deux basses voiles, on auroit (286.), $BC = 16\frac{15}{100}$, à laquelle valeur ajoutant celle de $BD = -\frac{217}{1000}h$, on aura $CD = e = -1\frac{43}{100}$; & $GD = b + e = 11\frac{1}{2} - 1\frac{43}{100} = 10\frac{7}{100}$. La quantité n est, dans ce cas (282.), $= 41\frac{1}{2}$, & (352.), $u = \frac{103}{1000}V$: donc $\frac{\frac{2}{3}n^2ru}{KU} = \frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{83}{2}\cdot\frac{83}{2}\cdot 294\cdot 103\cdot V}{9\frac{1}{2}\cdot 68650\cdot 1000}$, ou à peu près $= \frac{42}{1000}V$: & pour que le Vaisseau soit bien équilibré, & qu'en conséquence il gouverne bien, on doit avoir $\frac{42}{1000}V = \frac{1007}{100}$: c'est-à-dire, $V = 240$, ce qui est un vent exorbitant. Le Vaisseau ne Gouvernera donc pas bien avec cet appareil, en allant à la bouline: il seroit nécessaire de border l'artimon. Avec cette voile, on auroit $CB = 2\frac{94}{100}$, à laquelle valeur ajoutant celle de $BD = -17\frac{58}{100}$, il viendra $GD = e = -14\frac{64}{100}$; & $b + e = 11\frac{1}{2} - 14\frac{64}{100} = -3\frac{14}{100}$. Le Vaisseau viendra donc au vent autant qu'il est nécessaire avec cette voilure, & il sera peut être nécessaire de larguer le faux foc.

(422.) Si le Vaisseau restoit avec la grande voile seule, on auroit (286.), $CB = -12\frac{71}{100}$, & en ajoutant la valeur de $DB = -\frac{217}{1000}h = -\frac{1758}{100}$, on aura $CD = e = -\frac{3029}{100}$; & $GD = b + e = 11\frac{1}{2} - \frac{3029}{100} = -\frac{1879}{100}$: c'est-à-dire, que le point D tombera à la poupe du point G de cette quantité; le signe négatif indiquant que le moment qui résulte des deux moments latéraux est négatif, ou qu'il tend à faire venir au vent: & le moment direct en K tendant à produire le même effet, il faut nécessairement que le Vaisseau vienne au vent avec beaucoup de force; or c'est précisément ce qu'on doit désirer dans ce cas où l'on est à la cape, car les coups de mer obligent toujours le Vaisseau à arriver avec une grande violence.

(423.) L'équilibre du Navire est parfaitement bien assuré dans tous les cas; le premier seulement pourroit faire naître quelque doute lorsque le vent est foible; car nous avons trouvé que, pour

la perfection du Manege, on devoit avoir $\frac{522\,V}{1000} = 9\,\frac{66}{100}$: & la quantité V étant petite, on pourroit douter que l'effet du Gouvernail fût capable de vaincre l'arrivée du Vaisseau. On a vu, à l'*Article* 297, que le moment du Gouvernail est = ... $(D + \zeta)\,\frac{1}{12}\,mua\frac{1}{3}\,(4A^2 + ga)\,\mathit{sin}\,(\lambda \pm \epsilon)\,\mathit{cos}\,\lambda$; en faisant, dans cette formule, $D + \zeta = 78$, $a = 21$, $A^2 = 336$, $g = 5$, $\lambda = 35°$, (296.), & $\epsilon = 5°$, elle deviendra $= 5160.\frac{533}{1000}\,mu$; quantité qui, divisée par $\frac{\frac{4}{3}\,mru}{tang\,(\beta - \delta)} = 233\,mu$, comme nous l'avons fait pour les autres moments (408.), on aura $\frac{118}{10}$; ainsi l'équation qui devra avoir lieu sera $\frac{118}{10} + \frac{522}{1000}\,V = 9\,\frac{66}{100}$; d'où l'on voit déjà que l'action du Gouvernail est plus que suffisante pour assujettir le Vaisseau, & maintenir l'équilibre.

(424.) Pour les cas du vent largue & du vent arriere, ou en général pour tous les cas, nous pouvons former une équation des moments, en y renfermant ceux du Gouvernail. Supposons que ces derniers moments soient $= Qmu\,\mathit{sin}\,(\lambda \pm \epsilon)\,\mathit{cos}\,\lambda$; pour que l'équilibre du Vaisseau soit assuré, & qu'en conséquence il Gouverne parfaitement, il faut qu'on ait $\frac{\frac{4}{3}\,mn^2r^2u^2}{KU\,tang\,(\beta - \delta)} - \frac{\frac{4}{3}\,mru\,(b + c)}{tang\,(\beta - \delta)} = \pm\,Qmu\,\mathit{sin}\,(\lambda \pm \epsilon)\,\mathit{cos}\,\lambda$; ou, en divisant par $\frac{mu}{tang\,(\beta - \delta)}$, il faut avoir $\frac{\frac{4}{3}\,n^2r^2u}{KU} - \frac{4}{3}\,r\,(b + c) = \pm\,Q\,\mathit{sin}\,(\lambda \pm \epsilon)\,\mathit{cos}\,\lambda.tang\,(\beta - \delta)$.

(425.) Dans le cas du vent arriere, on a $tang\,(\beta - \delta) = \infty$: donc tous les moments sont nuls, à l'égard de ceux du Gouvernail ; & par conséquent le Gouvernail, formant un très-petit angle λ avec la quille, produira une action suffisante pour assujettir le Vaisseau, & même pour le faire tourner avec la plus grande vîtesse. C'est ce que les Marins éprouvent journellement ; car on voit qu'un Timonier mal habile, portant continuellement la barre tantôt à tribord, tantôt à basbord, sans lui donner le repos nécessaire, fait continuellement lancer le Vaisseau sur basbord, & sur tribord ; c'est ce qui leur fait dire que le Vaisseau devient fou.

(426.) Dans le cas du vent largue $tang\,(\beta - \delta)$ est suffisamment grande, à l'égard des autres quantités, par conséquent le Gouvernail a encore beaucoup de force, dans cette circonstance. La seule chose dont il soit nécessaire de prévenir le Lecteur, est que,

comme toutes les quantités demeurent constantes, à l'exception de u, plus le Vaisseau aura de vitesse, ou plus le vent sera fort, plus aussi le Vaisseau aura de propension à venir au vent, ou plus l'angle λ, que le Gouvernail devra former avec la quille pour l'assujettir, devra être grand.

CHAPITRE V.

Du Roulis & du Tangage.

(427.) Les Marins appellent *Roulis* le mouvement de rotation du Vaisseau sur un axe horisontal coïncidant avec l'étrave & l'étambot; & ils appellent *Tangage* le mouvement de rotation du même Vaisseau sur un axe horisontal perpendiculaire au premier. Ces actions sont purement nuisibles, parce qu'il n'en resulte, très-souvent, que les accidents les plus fâcheux, tels que la perte des agrès, la rupture des vergues, des mâts, &c., & même la perte entiere des Vaisseaux. Ces mouvements rendent encore les coups de mer plus incommodes & plus dangereux; car il arrive souvent que les lames passent par-dessus le Vaisseau, & le remplissent d'eau. Ce seroit donc une belle & importante découverte que de trouver le moyen de détruire ces dangereux mouvements; mais cela n'est pas possible, sans éprouver, avec excès, d'autres inconvénients qui ne sont pas exempts de danger; ainsi nous nous contenterons de donner les regles convenables pour modérer ces balancements, & les rendre moins préjudiciables. Les Auteurs les plus célebres (*a*) n'ont considéré jusqu'ici le Roulis que comme une action qui dépend précisément de la construction & de la disposition des parties du Vaisseau, sans avoir égard à l'agitation de la mer qui le produit; & toutes leurs recherches se sont réduites à déterminer le temps dans lequel s'achevent les balancements du Roulis, persuadés que c'est uniquement dans l'augmentation de ce temps que consiste tout l'avantage; mais, outre que l'avantage qu'on peut obtenir par ce moyen est très-peu considérable, nous verrons que les moyens qu'ils proposent pour l'obtenir sont très-préjudiciables.

(428.) On peut considérer le balancement du Roulis comme l'action par laquelle le Vaisseau reprend sa situation droite, lorsqu'après avoir été un peu incliné, il est abandonné à lui-même. Dans ce

(*a*) *Léonard Euler Scientia Navalis*, Tome I, Chap. IV, Prop. 48. M. *Bouguer*, *Traité du Navire*, Liv. II, Sect. III.

cas, toute l'action ſe réduira à la ſomme, ou à l'intégrale des vîteſſes avec leſquelles ſe fait la rotation du Vaiſſeau, & ces vîteſſes ſont (*Tome I*, 929.), $V = \frac{dt \int p\pi dt}{S}$. Or il y a dans cette formule quatre objets à conſidérer, & tous très-importants; le temps dans lequel s'acheve le Roulis; ſa vîteſſe; ſa grandeur; & l'action qu'éprouve chaque partie du Vaiſſeau.

(429.) Suppoſons à préſent que la ſuperficie de la mer ſe maintenant de niveau, le Vaiſſeau s'incline d'une quantité infiniment petite, & qu'enſuite on l'abandonne à lui-même pour lui laiſſer faire ſon balancement. Dans ce cas, le moment de la puiſſance $p\pi$ qui agira, ſera, (197.), $= 32KP \sin\Delta$, puiſque $32P = \pi$, (*Tome I*, 52.). De plus, la valeur des réſiſtances (237.), $= \frac{GV}{dt}$ *, G exprimant une conſtante; c'eſt-à-dire que le moment de la force agiſſante ſera $= 32KP \sin\Delta - \frac{GV}{dt}$: c'eſt le même moment que celui dont nous avons déduit toute la théorie du *Chap. XIII*, *Liv. II*, *Tome I*, *Art.* 929: ainſi, toutes les formules qu'on a données dans ce *Chapitre* ſont applicables au cas dont il eſt préſentement queſtion.

(430.) Le temps dans lequel s'acheve le balancement du Roulis, d'après les ſuppoſitions exprimées ci-deſſus, ſera donc (*Tome I*, 937.) $T = \left(\frac{S}{KPl} + \frac{G^2}{64K^2P^2l} \pm \left(\left(\frac{S}{KPl} + \frac{G^2}{64K^2P^2l}\right)^2 - \left(\frac{S}{KPl}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$, T exprimant, en ſecondes, la durée du Roulis, P le poids du Vaiſſeau, K la diſtance du centre de gravité au métacentre, S les moments d'inertie que produiſent les parties mêmes du Vaiſſeau, G les moments des réſiſtances du fluide, ſur le côté du Vaiſſeau, dans le balancement; & l la longueur du pendule ſimple qui bat les ſecondes; longueur qui eſt à peu près de 39 pouces, ou 3 pieds $\frac{1}{4}$ (*Tome I*, 942.). On voit par cette formule que le temps de la durée d'une oſcillation du Roulis dépend des quatre quantités S, G, K & P: or les deux premieres quantités ſe trouvant dans les numérateurs de la formule, il eſt clair que, par leur augmentation, le temps de la durée du Roulis augmentera; au contraire, les deux dernieres K & P ſe trouvant dans le dénominateur, leur augmentation doit évidemment faire diminuer cette durée.

(431.) Nous pouvons cependant faire diſparoître en partie, de la formule, le poids P du Vaiſſeau, attendu que les moments d'inertie S peuvent s'exprimer par x^2P, x marquant, dans cette nouvelle expreſſion, la diſtance de l'axe de rotation au point où, ſuppoſant

* *Voyez* auſſi la *Note* de l'*Article* 932, *Tome I*.

tous les corps, ou toutes les parties du Vaisseau, comme réunis, ils produiroient les mêmes moments d'inertie S; la quantité x étant plus ou moins grande, selon que les parties, ou les poids qui composent le total du Vaisseau, sont plus ou moins éloignés de l'axe de rotation qui passe par le centre de gravité. Substituant donc, à la place de S, la quantité x^2P, l'expression du temps dans lequel s'achève le balancement du Roulis, deviendra $T = \ldots\ldots\ldots$ $\left(\frac{x^2}{Kl} + \frac{G^2}{64K^2P^2l} + \left(\left(\frac{x^2}{Kl} + \frac{G^2}{64K^2P^2l}\right)^2 - \left(\frac{x^2}{Kl}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$; ou, en supposant $G = 0$, comme l'ont fait les Auteurs dont nous avons parlé, cette expression se réduira à $T = \left(\frac{x^2}{Kl}\right)^{\frac{1}{2}}$.

(432.) Il n'y pas de doute, d'après cette expression, ou formule, que, s'il ne s'agit d'autre chose que d'augmenter la durée du Roulis, on peut y parvenir aisément, en augmentant la quantité x; c'est-à-dire, en éloignant davantage de l'axe de rotation, ou du centre de gravité les différents poids qui composent la charge du Vaisseau, & qu'on y parvient aussi en diminuant $K = H + \frac{m}{nP} \int e^3c$.

(433.) On voit encore, par la formule, que la quantité G qui représente les moments que produisent les résistances du fluide dans le mouvement du Roulis, doit toujours être augmentée, pour augmenter la durée des balancements; cependant cette quantité est, comme nous le verrons, fort peu considérable, quoique des causes particulieres la fassent augmenter ensuite au point de la rendre très-sensible dans la pratique.

(434.) Dans le Vaisseau de 60 canons, qui nous sert d'exemple, nous avons trouvé (166.), $K = 9\frac{1}{8}$, $P = 68650\,m$, $G = 554707\,m$, (239.); & si nous faisons de plus $x = 15$, & $l = 3\frac{1}{4}$, nous aurons, pour l'expression du temps dans lequel s'achève le balancement du Roulis, $T =$ $\left(\frac{15.15}{9\frac{1}{8}.3\frac{1}{4}} + \frac{(554707)}{64.3\frac{1}{4}(9\frac{1}{8})^2(68650)^2} + \left(\left(\frac{15.15}{9\frac{1}{8}.3\frac{1}{4}} + \frac{(554707)^2}{64.3\frac{1}{4}(9\frac{1}{8})^2(68650)^2}\right)^2 - \left(\frac{15.15}{9\frac{1}{8}.3\frac{1}{4}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$, ou, à fort peu près, $T = 2''\frac{36}{100} + \frac{4}{100}$; la fraction $\frac{4}{100}$ de seconde provenant de la résistance G, qui, comme on le voit, peut se négliger: par conséquent le temps dans lequel le Vaisseau achève les balancements du Roulis, peut se réduire à $T = \sqrt{\frac{S}{KPl}} = \sqrt{\frac{x^2}{Kl}}$.

(435.) De-là il suit, que K demeurant constante, les temps T seront comme x, distance du centre de gravité au point où l'on conçoit toutes les parties du Vaisseau comme réunies: & dans les Vaisseaux semblables, ces temps seront, par conséquent,

comme

comme les racines quarrées de leurs dimensions linéaires. (*a*) *.

(436.) La plus grande vîtesse dans le balancement du Roulis, est (*Tome I*, *Art.* 943.) $u = \frac{32\,K^2 P \sin\Delta}{G}$, u exprimant la vîtesse du métacentre (*Tome I*, *Art.* 932.); mais le numérateur de cette expression est le produit du moment de la puissance qui agit & produit le Roulis, multiplié par la quantité K: donc la plus grande vîtesse du balancement est en raison directe de ce produit.

(437.) On voit donc que plus K^2, qui est le quarré de la distance du centre de gravité au métacentre, sera grand, ainsi que $\sin\Delta$, ou la cause qui produit l'inclinaison, plus le balancement du Roulis sera vif & fort; ainsi le Roulis en deviendra beaucoup plus dur, sans que le temps de sa durée soit altéré par le changement de la derniere quantité.

(438.) L'augmentation de P devroit, à ce qu'il semble, faire augmenter la plus grande vîtesse; mais comme K est $= H + \frac{m}{12\,P}\int e^3 c$, il en résulte que le produit $K^2 P = H^2 P + \frac{Hm}{6}\int e^3 c + \frac{m^2}{144\,P}(\int e^3 c)^2$: & comme H est une fort petite quantité, l'augmentation de P diminue plutôt ce produit qu'elle ne l'augmente.

(439.) Si, à cause de la petitesse de H, nous supposons $H = 0$, il viendra $K^2 P = \frac{m^2}{144\,P}(\int e^3 c)^2$: & de-là il suit, que dans les Vaisseaux semblables, les plus grandes vîtesses seront à peu près comme $\frac{(\int e^3 c)^2}{P}$: or les quantités $(\int e^3 c)^2$ étant comme les huitiemes puissances des dimensions linéaires, tandis que P est seulement comme les troisiemes puissances, il en résulte que les plus grandes vîtesses demeureront comme les cinquiemes puissances des dimensions linéaires.

(440.) Enfin on a vu (*Tome I*, *Art.* 944.), que la quantité

(*a*) M. *Bouguer* (*Traité du Navire*, page 432.) dit, que la Frégate *le Triton*, de 180 tonneaux, faisoit ses balancements de Roulis en 4 secondes $\frac{1}{2}$. Les dimensions linéaires de cette Frégate, suivant la description qu'il nous en donne, étoient les $\frac{4}{7}$ de celles du Vaisseau de notre exemple; d'où il suit que, suivant la regle que nous venons d'établir, le Vaisseau devroit faire ses balancements en 6 secondes. On verra plus loin pour quelles raisons les balancements peuvent être d'une plus longue durée; & ce qui, peut-être, est cause de l'erreur de M. *Bouguer*. On verra, pareillement, les inconvénients qui résulteroient de son assertion, si elle étoit vraie.

* Car en désignant, par les mêmes lettres accentuées, les parties homologues du second Vaisseau, on aura $T : T' :: \sqrt{\frac{x^2}{Kl}} : \sqrt{\frac{x'^2}{K'l}}$. Or, puisque les Vaisseaux sont semblables, on a $x : x' :: K : K' = \frac{x'K}{x}$: substituant & réduisant, on aura $T : T' :: \sqrt{x} : \sqrt{x'}$.

qui mesure l'action que souffrent les fibres des pieces de bois qui entrent dans la construction du Vaisseau, est proportionnelle à $K^2 P \sin \Delta - Gu$: de sorte que la plus grande action a lieu lorsque $u = 0$, c'est-à-dire, lorsque le Roulis est fini, que le Vaisseau est comme arrêté, & qu'il est pour reprendre sa premiere situation; ainsi cette plus grande action est comme $K^2 P \sin \Delta$, ou comme la plus grande vitesse. Les parties du Vaisseau souffrent dans cet instant les plus grands efforts: & courent, par conséquent, le plus grand risque de se désunir, ou de se rompre.

(441.) L'action que souffrent les mâts, qui de toutes les parties du Vaisseau, sont celles les plus exposées à se rompre, est (*Tome I, Art.* 946.) $= \frac{S' K^2 P \sin \Delta}{S} = \frac{S' K^2 \sin \Delta}{x^2}$, x exprimant la distance de l'axe de rotation, au point où l'on conçoit que tous les corps, ou toutes les parties du Vaisseau, sont comme réunis; donc plus cette distance sera grande, moins l'action que les mâts ont à soutenir sera considérable.

(442.) Cette action ou effort est également comme K^2, ou comme le quarré de la hauteur du métacentre, au dessus du centre de gravité; d'où l'on voit que lorsque le Vaisseau est chargé de matieres d'une pesanteur spécifique considérable, & placées dans le fond de la cale du Vaisseau, ce qui oblige son centre de gravité à s'abaisser, & par conséquent fait augmenter K, les mâts & les autres parties du Vaisseau en souffriront une action qui augmentera en raison doublée de K, & courront alors le plus grand risque de se rompre.

(443.) La même action est aussi proportionnelle à S', c'est-à-dire, qu'elle suit la raison des moments d'inertie qu'éprouvent les mêmes mâts: de sorte que plus les mâts seront pesants, ainsi que leurs agrès & leurs voiles, & sur-tout plus ils auront de hauteur, plus ils auront à souffrir de l'effort qu'ils soutiennent.

(444.) Dans les Vaisseaux semblables, & semblablement mâtés, gréés, &c., l'action que supportent les mâts est (439.) à peu près comme les cinquiemes puissances de leurs dimensions linéaires: par cette raison, le corps, la mâture, & les agrès d'un grand Vaisseau, souffrent beaucoup plus que les mêmes parties d'un Vaisseau plus petit; attendu que leurs résistances ou forces sont seulement comme les cubes des mêmes dimensions (*Tome I, Art.* 211 & *Note*, & la *Note* de l'*Art.* 113 *de ce Volume.*).

(445.) Ce qu'on vient de dire de la mâture, doit s'entendre de toute autre partie du Vaisseau, comme, par exemple, d'une portion de son côté, ou d'un certain nombre de ses couples, d'une

partie d'un de ses ponts, &c. L'effort que soutient une telle partie sera également exprimé par $\frac{S' K^2 \sin \Delta}{x^2}$, S' exprimant le moment d'inertie de cette partie : de sorte que, si l'on vouloit qu'elle souffrît moins d'effort, on pourroit y parvenir en diminuant S', ou en diminuant le poids de la partie dont il s'agit, ou bien en augmentant x dans les autres parties qui ne souffrent pas tant.

(446.) Jusqu'ici nous ne nous sommes pas éloignés de ce que les Auteurs les plus célébres ont écrit sur cette matiere ; toutes les choses que nous venons de dire ne sont que des conséquences de leurs principes, relativement au Roulis, & même au Tangage ; parce que ces deux actions ne différent en rien l'une de l'autre (*a*), étant considérées comme provenant de la petite inclinaison qu'on donneroit au Vaisseau : or c'est précisément ce qui a lieu pour le Roulis qui se fait après le passage du coup de mer, qui a mis en mouvement, ou en oscillation, le corps du Vaisseau ; c'est-à-dire, dans les Roulis ou oscillations qui suivent le premier : mais pour le premier balancement, l'action de la puissance n'est ni entiérement semblable ni de la même valeur. Dans l'inclinaison du Vaisseau, relativement à la superficie de l'eau, qu'on suppose ici parfaitement de niveau, les deux moments des volumes *LED* & *AEG* (*Tome I*, 842, & la *Note* du même *Art.*) concourent à soutenir le corps du Vaisseau, & ces moments sont $= \frac{m}{12} \int e^3 c \sin \Delta$, qui est une des deux quantités qui forment la valeur de $KP \sin \Delta = (HP + \frac{m}{12} \int e^3 c) \sin \Delta$. Mais dans l'action du coup de mer, le Vaisseau s'incline, & occupe l'espace *ABCDEA*, au lieu de celui *FDEF* qu'il occupoit auparavant : de sorte qu'on a $AIFA + HCDH = IHBI$, attendu que le volume qu'il déplace doit être constant. Le Vaisseau s'éléve par l'action des nouveaux volumes occupés *HCDH* & *AIFA*, & laisse le creux *IHB*. Delà, on voit que, relativement à la rotation, l'action du volume *HCDH* est positive, de même que celle de *IGEI*, & que l'action des deux volumes *AIFA* & *HGBH* est négative ; de sorte que dans cette rotation il y a une puissance positive, & une puissance négative ; au lieu que dans celle que nous avons considérée d'abord, les deux puissances sont positives. Il y a encore une autre différence entre ces deux cas, & cette différence provient de ce que les moments ne doivent pas être considérés, & évalués comme provenant seulement des volumes de fluide déplacés

PLANC. I. FIG. 31.

PLANC. IX. FIG. 50 & 51.

(*a*) Quoi qu'en dise M. *Bouguer* (*Traité du Nav.*, *Liv. II*, *Sect. III*, *Chap. III*, §. 5.)

par les coups de mer, c'eſt-à-dire, par la lame qui embraſſe le Vaiſſeau ; mais il faut encore conſidérer que les lames ſont en mouvement, & avoir égard à la vîteſſe avec laquelle elles agiſſent ; de ſorte que leur force verticale doit être (*Tome I*, 582.) $= \int m.db.de(a^{\frac{1}{2}} \pm \frac{1}{8}u\,\text{ſin}\,\theta)^2$, tandis que, ſans cette conſidération, elle feroit ſeulement $= \int m.db.de.a$. Ainſi, la vîteſſe du coup de mer peut être telle que ſa force ſoit beaucoup de fois plus grande que celle qui peut réſulter de ſon ſimple poids, ou de ſa ſimple preſſion ; qui eſt le ſeul principe d'action qu'on ait conſidéré précédement.

(447.) Pour ne rien négliger de ce qui peut mériter attention, nous obſerverons qu'il eſt une autre puiſſance dont nous devons conſidérer l'effet, & cette puiſſance eſt l'action des voiles. Si le FIG. 49. Vaiſſeau ayant pris une inclinaiſon DCK, cauſée par la force du vent ſur les voiles, reçoit, du côté du vent, le choc d'un coup de mer qui le faſſe tourner ſur le point C; alors les voiles, par le mouvement de rotation qu'elles prennent, fuient le vent, ou ſe dérobent en partie à ſon action ; & la vîteſſe avec laquelle celui-ci les frappe, n'eſt plus que ſa vîteſſe relative ; c'eſt-à-dire, la vîteſſe du vent moins celle que prend la voile. Au contraire, lorſque le Vaiſſeau ſe releve & revient du côté du vent, alors la vîteſſe reſpective avec laquelle le vent charge la voile, eſt celle du vent plus celle de la voile. Cette différence de vîteſſe fait varier le moment avec lequel les voiles agiſſent pendant la durée du Roulis, & ce moment eſt un moment de réſiſtance dans les deux cas, c'eſt-à-dire, ſoit que le Navire plie dans le Roulis en augmentant ſon inclinaiſon, ſoit qu'il ſe releve pour tomber enſuite du côté du vent. Car lorſqu'il ſe releve, la réſiſtance eſt manifeſte, puiſque le moment s'oppoſe à la force qui le releve ; & ſi le Vaiſſeau plie en augmentant ſon inclinaiſon, ce moment étant de moins dans celui de la force qui le fait plier, il eſt de même négatif, & produit, par conſéquent, l'effet d'une réſiſtance. Ainſi, appellant n la hauteur, ou la diſtance du centre des voiles à l'axe de rotation, nous aurons $K : u :: n : \frac{nu}{K}$; expreſſion de la vîteſſe latérale de ce même centre ; & par conſéquent $\frac{nu}{K\,\text{ſin}\,\gamma}$, ſera celle de la vîteſſe ſuivant la direction du vent. Cette vîteſſe doit produire la force latérale des voiles (338.), $= \frac{1}{20}mA^2 G\,\text{coſ}(\beta - \delta)(V\,\text{ſin}\,\alpha - u\,\text{ſin}\,\beta - v\,\text{coſ}\,\beta)$, en ſubſtituant $\frac{nu}{K\,\text{ſin}\,\gamma}$ en place de V ſeul, & faiſant auparavant dans la formule $u = 0$, & $v = 0$, attendu que ces vîteſſes ne peuvent aucunement influer ſur celles qu'on conſidére actuellement dans le Vaiſſeau. On aura

donc la force latérale des voiles produite par le balancement du Roulis, $=\frac{1}{20}mA^2G\,cos(\beta-\delta).\frac{nu\,sin\,\alpha}{K\,sin\,\gamma}$; ou $=\frac{Qnu}{K}$, en faisant . . . $\frac{1}{20}mA^2G\,cos(\beta-\delta)\frac{sin\,\alpha}{sin\,\gamma}=Q$; & le moment sera $=\frac{Qn^2u}{K}$: ou, parce que (*Tome I*, 131.), $V=\frac{u\,dt}{K}$, & par conséquent $u=\frac{KV}{dt}$, ce moment sera $=\frac{Qn^2V}{dt}$. Ainsi, en mettant à la place de la quantité G, que nous avons ci-devant introduite dans les formules, & qui exprimoit la constante qui multiplioit les résistances du côté, nous n'aurons qu'à substituer maintenant la même quantité, augmentée de Qn^2 : ou si G désigne la même valeur qu'auparavant, nous n'aurons qu'à substituer maintenant la quantité $G+Qn^2$, en place de G seul.

(448.) Si l'on substitue dans la valeur de $Q=\frac{1}{20}mA^2G\,cos(\beta-\delta)\frac{sin\,\alpha}{sin\,\gamma}$, les valeurs trouvées (352.), sçavoir, $A^2=23050$, $G=\frac{96}{100}$, $\beta=40°$, $\delta=8°\,20'$, $\alpha=25°$, on trouvera, à fort peu près, $Q=270\frac{9}{10}.m$. Multipliant cette quantité par (282.), $n^2=70\frac{1}{2}.70\frac{1}{2}$, on aura $Qn^2=1346181.m$, à quoi ajoutant $G=554707.m$, la somme sera $1900888.m$; c'est la quantité qu'il faut substituer en place de $554707.m$ seul, dans le calcul de la durée du balancement du Roulis. Cette substitution donnera la durée du Roulis de $\frac{1}{10}$ de seconde plus longue; de sorte qu'au lieu de $2''\frac{76}{100}+\frac{4}{100}$, que nous avons trouvé ci-dessus, on aura, en supposant toutes les voiles déployées, & que le Vaisseau navigue à la bouline, on aura, dis-je, cette durée de $2''\frac{76}{100}+\frac{4}{100}+\frac{10}{100}=2''\frac{90}{100}$. Cette augmentation de $\frac{1}{10}$ de seconde est une quantité fort petite; mais cependant elle devient sensible dans la pratique de la mer : car on apperçoit clairement de la différence dans les Roulis lorsqu'on serre les voiles.

(449.) En outre, pour parvenir à une connoissance exacte du temps dans lequel s'achève le Roulis, il est d'autres particularités dont l'influence est beaucoup plus considérable, & auxquelles il est essentiel d'avoir égard ; car cette connoissance ne peut résulter complettement de la formule seule que nous avons trouvée pour la valeur de la vîtesse angulaire. La durée du balancement doit aussi dépendre beaucoup du temps que la lame emploie à passer sous le Vaisseau, & ce temps ne peut éprouver aucune altération de la valeur plus ou moins grande que pourroient avoir les moments d'inertie S, ni de la valeur d'aucune des autres quantités qui entrent dans la formule donnée (430.). La vitesse de la lame a été trouvée (*Tome I*, *Art.* 816.), $=\frac{8b}{(a+b)\frac{1}{2}c}$, b exprimant la moitié de l'amplitude de la lame, a sa hauteur totale, & c la demi-circonférence du cercle dont le rayon est l'unité. Si dans une seconde elle parcourt l'espace exprimé par

cette quantité, elle parcourra la moitié b de son amplitude dans $\frac{1}{4}c(a+b)^{\frac{1}{2}}$ secondes ; c'est ce temps qui doit s'écouler depuis l'instant où le Vaisseau commence à s'élever sur la lame, jusqu'à ce que la plus grande élévation de celle-ci se trouve sous le côté du Vaisseau. Mais il est encore nécessaire d'ajouter à ce temps celui que la même lame doit employer de plus, pour parvenir au point où son moment est le plus grand : or ce point se trouve nécessairement entre le côté & le milieu du Vaisseau ; car, lorsque la plus grande élévation de la lame arrive au plus fort de la largeur du Vaisseau, elle a encore du chemin à faire pour arriver aux autres points de son côté. Ainsi, supposant que ce point où le moment de la lame est le plus grand, est éloigné du même côté, de la quantité h ; nous trouverons qu'il faut le temps $\frac{hc}{8b}(a+b)^{\frac{1}{2}}$, pour que le sommet de la lame parcoure cette quantité. Le temps qu'emploîra le Vaisseau à produire son premier balancement causé par la seule impulsion de la lame, sera donc $t = \frac{1}{4}c(a+b)^{\frac{1}{2}}(1+\frac{h}{b})$; d'où l'on voit que, dans l'expression de cette durée, il n'y a que la quantité h qui dépende en partie du Vaisseau ; c'est la nature & la grandeur de la lame qui détermine toutes les autres. Si nous faisons (*Tome I, Art.* 818.) $b = a(1+\frac{1}{2}c)$, nous aurons aussi $t = \frac{1}{4}c(2a+\frac{1}{2}ac)^{\frac{1}{2}}(1+\frac{h}{a(1+\frac{1}{2}c)})$.

(450.) Si l'on fait $h = 8$ pour le Vaisseau de 60 canons, de notre exemple, on trouve les valeurs du temps dans lequel ce Vaisseau doit achever son Roulis causé par la seule action de la lame, telles qu'on les voit dans la Table ci-contre.

Table de la durée des Roulis causés par l'action seule des lames.

Hauteurs des Lames en pieds.	*Valeurs de* t, *ou de la durée du Roulis, exprimées en secondes.*
$0\frac{1}{4}$	. . . 5″
1	. . . $3\frac{5}{100}$
$3\frac{113}{1000}$ . .	. . . $2\frac{61}{100}$
4	. . . $2\frac{64}{100}$
9	. . . 3
16	. . . $3\frac{35}{100}$
25	. . . $4\frac{17}{100}$
36	. . . $4\frac{54}{100}$
49	. . . $5\frac{12}{100}$
64	. . . $6\frac{22}{100}$

(451.) Les Roulis occasionnés par la lame, durent donc beaucoup, lorsque la lame est presque insensible : ensuite leur durée va en diminuant, à mesure que la lame augmente, jusqu'à ce qu'elle ait atteint le *minimum*, & passé ce terme, elle retourne à augmenter. On trouve ce *minimum* en différenciant la quantité $a^{\frac{1}{2}} + \frac{h}{a^{\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2}c)}$ * ; ce

* C'est la valeur de t, (*Art.* 449.), divisée par la quantité constante $\frac{1}{4}c(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}$.

qui donnera $a = \frac{h}{1+\frac{1}{2}c}$: de sorte que le moindre temps dans lequel les Vaisseaux doivent donner leur Roulis par la cause de la lame, est $t = \frac{1}{2}c\left(\frac{2+\frac{1}{2}c}{1+\frac{1}{2}c}\right)^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}}$.

(452.) Les lames dont on vient de parler sont celles qui ont déjà pris tout l'accroissement dont elles sont suceptibles relativement au vent qui les a occasionnées. Dans celles qui subsistent après que l'action du vent est cessée, il y a quelque variation, selon le rapport qui a lieu entre leur hauteur & leur amplitude *; mais si nous négligeons leur hauteur, le temps de la durée du Roulis qui résultera de ces lames, se réduira à $t = \frac{1}{8}c\left(b^{\frac{1}{2}} + \frac{h}{b^{\frac{1}{2}}}\right)$. De cette sorte, à la lame de 64 pieds de hauteur il correspond une largeur, ou amplitude $b = 64\,(1+\frac{1}{2}c) = 163,08$, d'où l'on tire $b^{\frac{1}{2}} = 12,77$: donc, dans le cas même où cette lame parvient à avoir une très-petite hauteur, le temps dans lequel le Vaisseau devra achever le balancement de son Roulis par l'action seule de cette lame, sera $t = \frac{1}{8} \cdot 3,14\left(12,77 + \frac{8}{12,77}\right) = 5''\frac{26}{100}$, (*a*).

(453.) Ces temps devroient effectivement être ceux qu'emploîroient les Vaisseaux à faire leurs premiers Roulis; si, d'un autre côté, ceux que nous avons conclus auparavant, & qui sont exprimés par $T = \sqrt{\frac{S}{KPl}}$, leur étoient égaux; mais ne l'étant pas, il arrivera nécessairement que les balancements se contrarieront, & se causeront une altération mutuelle, & que le Vaisseau prendra un mouvement moyen, la grandeur du Roulis, ses vîtesses & ses moments éprouvant une variation. Si, par exemple, le temps t durant lequel la lame produit son action, étoit moindre que T, la lame gagneroit sur le côté du Vaisseau, en produisant le même effet que si l'on augmentoit la valeur de K, laquelle quantité diminuera la valeur du temps T, en l'approchant de l'égalité avec t: ainsi, non-seulement la plus grande vîtesse du balancement qui est $u = \frac{32\,K^2P\,\text{sin}\,\Delta}{G}$ augmentera pareillement, mais aussi les plus grands moments que souffre le corps du Vaisseau. Dans le Vaisseau de 60 canons, cet inconvénient ne peut avoir lieu que lorsque les la-

* Ces dernieres lames sont celles que les Espagnols appellent *Olas de leva*, ou *Mares de leva* (*Tome I*, *Art.* 818.).

(*a*) C'est peut être quelque cas comme celui-ci, qui fit croire à M. *Bouguer* que la Frégate *le Triton* faisoit ses Roulis dans 4 secondes $\frac{1}{2}$. En effet, on voit, d'après ce qu'il dit à la page 232, que, pour faire son expérience, il choisit un temps où la mer étoit peu agitée; c'est-à-dire, où les lames étant devenues régulieres, elles avoient peu de hauteur, & étoient de l'espece de celles dont nous venons de parler.

mes ont 9 pieds de hauteur, ou que leur hauteur eſt moindre, auquel cas le Vaiſſeau ſe trouve forcé de faire le balancement en moins de $2'' \frac{90}{100}$. Lorſque la hauteur des lames eſt plus grande, le Vaiſſeau achevera ſon Roulis avant le paſſage de la lame.

(454.) On peut déjà inférer de tout ce qui vient d'être dit, qu'il y auroit un grand inconvénient d'augmenter les moments d'inertie S, dans la ſeule vue d'augmenter le temps T, dans lequel le Vaiſſeau acheveroit ſon Roulis, étant abandonné à lui-même. Car outre qu'il n'en réſulteroit qu'un très-petit avantage, on augmenteroit exceſſivement la rapidité du Roulis, ſa grandeur, les moments que ſouffre le corps du Vaiſſeau, & l'élévation des eaux ſur le côté, qui peut être paſſeroient par-deſſus le bord, comme elles y paſſent quelquefois, ce qui inonde entiérement le Vaiſſeau. Si, par exemple, le temps T étoit de $5''$, toutes les lames, depuis 10 pieds de hauteur juſqu'à 36 pieds, ſeroient très-capables de produire ces dangereux effets; au lieu que T étant $= 2'' \frac{90}{100}$, ce ſont ſeulement les lames de moins de 9 pieds qui pourroient les cauſer, & des lames de cette hauteur ne peuvent produire des dommages bien conſidérables.

(455.) Pour augmenter la durée du Roulis, il conviendroit mieux de s'attacher à diminuer la quantité K; car quoique l'avantage qui pourroit en réſulter ne fût pas grand, la plus grande vîteſſe du balancement diminueroit au moins, ainſi que les moments que ſouffre le corps du Vaiſſeau. Mais cela n'empêcheroit cependant pas que les Roulis n'augmentaſſent de grandeur, que les lames ne s'élevaſſent davantage ſur le côté, & que le Vaiſſeau n'embarquât une très-grande quantité d'eau par-deſſus ſon bord : tandis qu'il eſt néceſſaire, au contraire, d'augmenter K pour remédier à ces inconvénients.

(456.) On voit, d'après cela, de quelle importance il eſt de bien approfondir la théorie pour proportionner cette quantité comme il convient. Puiſque $T^2 = \frac{S}{KPl}$, on aura auſſi $t^2 = \frac{S}{zPl}$, en exprimant par z la quantité correſpondante à K; quantité qu'il faudra déterminer pour le Vaiſſeau, afin que ſes oſcillations ſoient iſochrones avec celles de la lame. On aura donc $\frac{S}{Pl} = T^2 K = t^2 z$, & par conſéquent $z = \frac{T^2 K}{t^2}$. Donc le moment de la puiſſance qui agit ſur le Vaiſſeau avec l'effort de la lame $= \frac{T^2 KP \sin \Delta}{t^2}$, tandis que celui que produit le Vaiſſeau ſeul eſt $= KP \sin \Delta$. Or, ces deux

moments

moments operent chacun en particulier, comme s'ils avoient à vaincre des moments d'inertie égaux : on aura donc le vrai moment résultant $= \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right) KP \sin \Delta$ *.

(457.) La quantité $\left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right) K$ sera donc celle qui aura réellement lieu dans le Roulis, au lieu de la quantité K qui auparavant étoit supposée y influer seule. Ainsi, en nommant Θ le vrai temps dans lequel le Vaisseau achevera son Roulis, nous aurons $\Theta = \sqrt{\frac{2t^2 S}{(T^2+t^2)KPl}} = \sqrt{\frac{2t^2x^2}{x^2+t^2Kl}}$ **.

(458.) Ce que nous venons de voir confirme déjà une partie de ce que nous avons avancé ci-dessus ; car on voit non seulement que le temps Θ prend une valeur moyenne entre T & t, mais encore que la variation de cette valeur, qui résulte de l'augmentation de S, ou de x, & de la diminution de K, est fort peu considérable. Supposant $x = 15$, $K = 9\frac{1}{8}$, $t = 3$, & $l = 3\frac{1}{4}$; on aura $T = \sqrt{\frac{x^2}{Kl}} = 2''\frac{3}{4}$, & $\Theta = 2''\frac{6}{7}$. Supposant ensuite $x = 21$, on aura $\Theta = 3''\frac{1}{3}$; faisant ensuite $K = 6$, on aura $\Theta = 3''\frac{18}{100}$; d'où l'on voit que la durée du Roulis n'est point de $3''$, ni de $2''\frac{3}{4}$, mais de $2''\frac{6}{7}$, qui est une durée moyenne. On voit en même temps qu'en augmentant x de 6 pieds, Θ n'a augmenté que de $\frac{47}{100}$ de seconde ; ce qui répond à peu près à $\frac{7\frac{5}{6}}{100}$ de seconde par pied : & qu'en diminuant K de 3 pieds, ou en la réduisant à ses deux tiers, Θ a seulement augmenté de $\frac{32}{100}$ de seconde. Toutes ces quantités sont, comme on le voit, très-peu considérables, & méritent très-peu d'attention, eu égard aux inconvénients dans lesquels on tombe en cherchant à les obtenir.

(459.) Ce qui se présente d'abord à l'esprit, est la grandeur du Roulis ; car cette grandeur augmente à mesure que x augmente, & que K diminue. L'inclinaison du Vaisseau du côté sous le vent est la mesure, ou la juste grandeur du Roulis, considéré comme provenant de la plus ou moins grande efficacité, ou du moment de la lame. Prenons donc δ pour exprimer cette inclinaison, nous aurons $KP \sin \delta = \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right) KP \sin \Delta$; ce qui donne $\sin \delta = \ldots \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right) \sin \Delta = \left(\frac{x^2+t^2Kl}{2t^2Kl}\right) \sin \Delta$. On voit, par cette formule, qu'à mesure que x augmente, ou que K diminue, l'inclinaison δ doit

---

* C'est la moitié de la somme des deux.

** Car $T^2 = \frac{S}{KPl}$: or $S = x^2P$, (431.) ; donc $T^2 = \frac{x^2}{Kl}$. Substituant ces valeurs de T^2 & de S dans celle de Θ, on aura l'expression que donne l'Auteur.

augmenter. Ainsi, en supposant, comme ci-devant, $x = 15$, $K = 9\frac{1}{4}$, $t = 3$, & $l = 3\frac{1}{4}$, on aura $\sin\delta = \frac{874}{949}\sin\Delta$; & en faisant $x = 21$, $\sin\delta = \frac{1258}{949}\sin\Delta$; c'est-à-dire que δ est plus grand des deux cinquiemes qu'il n'étoit dans le premier cas; quantité qui, comme on le voit, est très-considérable. Pareillement, en faisant $K = 6$, on a $\sin\delta = \frac{712}{624}\sin\Delta$; c'est-à-dire que δ est d'un cinquieme plus grand qu'il n'étoit dans la premiere supposition. On voit que toutes ces quantités sont très-grandes, relativement au peu d'avantage qu'on peut gagner du côté du temps.

(460.) De même que, pour avoir la véritable expression du temps, nous avons substitué la quantité $\left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right)K$ à la place de K seul, nous devons faire la même substitution dans l'expression de la plus grande vîtesse, qui (436.) est $= \frac{32K^2P\sin\Delta}{G}$, afin d'obtenir la véritable expression de cette vîtesse; en conséquence, la plus grande vîtesse sera $= \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right)^2 \frac{32K^2P\sin\Delta}{G} = \left(\frac{x^2+t^2Kl}{2t^2l}\right)^2 \frac{32P\sin\Delta}{G}$. On voit, par cette formule, que la plus grande vîtesse dans le Roulis devient plus grande à mesure que x ou S devient plus grande; & pareillement qu'elle devient encore d'autant plus grande, à mesure que K augmente: de sorte qu'il convient de diminuer K, pour diminuer la vîtesse du Roulis, mais toutefois sans augmenter x ou S.

(461.) Nous nous sommes, comme on le voit, beaucoup étendus sur la théorie du temps, de la grandeur & de la vîtesse des balancements du Roulis; mais ce ne sont pas les points les plus intéressants pour les Marins. Le Roulis est une action préjudiciable, & ses grands inconvénients sont les actions, ou moments, excessifs que peuvent en souffrir toutes les parties du Vaisseau, & notamment la mâture, ce qui peut occasionner la perte des mâts, & même la perte entiere du Vaisseau; ce sont aussi les grandes élévations des eaux sur le côté, lesquelles inondent le Vaisseau. Pourvu qu'on puisse remédier à ces inconvénients, il importe peu de quelle façon le reste se trouve; & si les Auteurs les plus célebres ont seulement porté leur attention sur les moyens de diminuer le temps du Roulis, ce n'a été que parce qu'ils étoient persuadés que tous les autres avantages dépendoient de cette diminution. Les moments que souffrent les mâts sont (441.), $\frac{S'K^2P\sin\Delta}{S}$; en substituant dans cette expression $\left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right)K$, en place de K seul, elle deviendra $\left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right)^2 \frac{S'K^2P\sin\Delta}{S} = \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right)^2 \frac{S'K\sin\Delta}{l}$ *. Cette expression

* Car (431.), $T^2 = \frac{x^2}{Kl}$; ce qui donne $x^2 = T^2Kl$, & par conséquent $S = x^2P = T^2KPl$.

prend une valeur infinie, si T est infini, & elle la prend également, si $T = 0$. Il y a donc une valeur de T telle que la mâture éprouvera la moindre action qu'il est possible, & cette valeur se détermine en égalant à zéro la différencielle de la quantité $\left(\frac{T^2+t^2}{2t^2T}\right)^2$; c'est-à-dire qu'on la tirera de l'équation $dT - \frac{t^2dT}{T^2} = 0$, laquelle donne $T = t$ pour le cas où les mâts éprouvent la moindre action. Ainsi, pour que les mâts aient à souffrir le moins qu'il est possible, le Vaisseau doit être isochrone à la lame; c'est-à-dire que les Roulis qu'il donneroit par lui-même doivent se faire dans le même temps que ceux que la lame produiroit, lesquels sont exprimés dans la Table de l'*Art.* 450. Toute autre valeur qu'on donneroit à T, moindre, ou plus grande, produiroit de plus grands moments dans la mâture. Si T est plus grand que t, la durée du Roulis sera plus grande; mais la plus grande vîtesse augmentera en même temps, & c'est de cette vîtesse que dépend principalement l'action que supportent les mâts; & si T est moindre que t, la vîtesse & la grandeur du balancement diminuent, mais le temps augmente.

(462.) On voit, d'après ce que nous venons d'exposer, qu'il nous reste à trouver la valeur la plus avantageuse de S. Or, cette détermination est maintenant très-facile; car T devant être égal à t, & ayant $T = \sqrt{\frac{S}{KPl}}$, nous aurons $t^2 = \frac{S}{KPl}$, ou $S = t^2KPl$, & $x = tK^{\frac{1}{2}}l^{\frac{1}{2}}$; c'est la valeur de S, ou de x, qui fera que les mâts travailleront le moins qu'il est possible. Mais la valeur de t est indéterminée, chaque lame produisant une valeur différente; par conséquent, pour obtenir cet avantage, il seroit nécessaire de faire varier la valeur de S ou de x, en les augmentant dans les grandes lames, & en les diminuant dans les petites, ce qu'il n'est pas possible d'exécuter dans la pratique de la mer.

(463.) Cependant, si l'on ne peut obtenir tout l'avantage qu'on se propose, on peut prendre un milieu entre ces valeurs, qui ne soit pas très-éloigné de procurer le plus grand avantage; car les petites lames ne produisant que peu, ou même point, de préjudice, on peut négliger d'y avoir égard, & porter uniquement son attention sur celles dont la hauteur & la vîtesse commencent déjà à être dangereuses, en menaçant la mâture, & prendre un temps moyen, ou une valeur moyenne de t entre celles-ci & les plus grandes. Supposons que les premieres soient les lames de 9 pieds de hauteur,

---

Substituant cette valeur de S, dans la formule, elle deviendra telle que l'Auteur l'indique.

& les dernieres celles de 36 ou 40 pieds ; la valeur moyenne de t sera alors $= 4''$. D'après cela, on aura $S = x^2 P = 16\,KPl$; ce qui donne $x = 22$, en substituant, pour le Vaisseau de 60 canons, $K = 9\frac{1}{3}$, & $l = 3\frac{1}{4}$. Or cette valeur de x est impossible, à moins qu'on ne surcharge de poids la mâture, & sur-tout les vergues, ce qui l'exposeroit aux plus grands dangers, & auroit les suites les plus fâcheuses. Car le Vaisseau de 60 canons ayant seulement 42 pieds dans sa plus grande largeur, la moitié de cette largeur n'est que de 21 pieds ; ainsi il n'est pas possible de donner à x la valeur ci-dessus. Mais on doit toujours conclure de ceci que, dans ce Vaisseau, plus on pourra séparer les poids du centre de gravité, sans toutefois trop préjudicier aux parties qui doivent les supporter, plus le travail de la mâture sera diminué : ainsi, cet arrangement sera le plus approprié à la mâture.

(464.) On a déjà vu, lorsqu'on a pris la différencielle de l'expression $\left(\frac{T^2+t^2}{2t^2T}\right)^2 \frac{S^2 K \sin \Delta}{l}$, que nous avons regardé K comme constante, & que nous avons seulement fait varier la quantité $T = \sqrt{\frac{S}{KPl}} = \sqrt{\frac{x^2}{Kl}}$; c'est-à-dire que la seule quantité S ou x a été considérée comme variable : & c'est d'après cette supposition qu'on a trouvé la valeur avantageuse qui correspond à ces quantités, en tant qu'il s'agit de rendre l'action de la mâture la moindre qu'il est possible. Pour trouver celle qu'on doit donner à K, pour concourir au même effet, il n'y a qu'à introduire dans l'expression la valeur de $T = \sqrt{\frac{x^2}{Kl}}$, & elle se réduit à $(x^2 + t^2 Kl)^2 \frac{S^2 \sin \Delta}{4t^4 x^2 l^2}$; d'où l'on voit que plus la valeur de K sera grande, plus l'effort que la mâture aura à supporter sera grand.

(465.) Ceci annonce que nous devrions donner à K la moindre valeur possible : mais l'élévation des eaux sur le côté du Vaisseau, les inondations & les dangers qui s'ensuivent, nous donnent une indication contraire. Le moment de la puissance qui agit sur le Vaisseau dans l'effort de la lame est (456.), $= \frac{T^2 KP \sin \Delta}{t^4}$, & ce seroit avec ce moment que le Vaisseau agiroit par lui-même, en supposant que le corps dudit Vaisseau varie dans la raison de K à $\frac{T^2 K}{t^2}$, & que $\sin \Delta$ demeure constant. Mais, comme le corps du Vaisseau ne varie point, cette action de la lame dépendra de l'augmentation ou de la diminution de $\sin \Delta$; de sorte qu'en supposant l'inclinaison $= \theta$, nous aurons $\frac{T^2 KP \sin \Delta}{t^4} = KP \sin \theta$, ou $\sin \theta = \frac{T^2}{t^4} \sin \Delta$; c'est-à-dire que

les ſinus des inclinaiſons, ou les hauteurs de l'eau ſur le côté du Vaiſſeau, ſeront comme les quarrés des temps dans leſquels s'accompliſſent les balancements du Roulis : mais ce temps a été trouvé (457.), $= \left(\frac{2t^2S}{(T^2+t^2)KPi}\right)^{\frac{1}{2}}$; donc les hauteurs des eaux ſur le côté du Vaiſſeau, ſeront comme $\frac{t^2S}{(T^2+t^2)KPi} = \frac{t^2T^2}{T^2+t^2} = \frac{t^2x^2}{x^2+t^2Ki}$; d'où l'on voit que plus la valeur de K ſera petite, plus l'élévation de l'eau ſur le côté du Vaiſſeau ſera grande. Si l'on ſuppoſe donc que α repréſente cette hauteur, nous aurons $\alpha = \frac{nt^2T^2}{T^2+t^2}$, n exprimant une conſtante. Mais, dans le cas où l'on ſuppoſe le Vaiſſeau arrêté, & ſans aucun mouvement, on doit avoir $\alpha = a$, hauteur totale de la lame, & $T = \infty$: donc, dans ce cas, nous aurons $\alpha = a = nt^2$; & ſi l'on ſubſtitue dans cette équation la valeur de t^2, qui eſt $= \frac{1}{64}c^2(a+b)\left(1+\frac{h}{b}\right)$, on aura $a = \frac{nc^2}{64}(a+b)\left(1+\frac{h}{b}\right)^2$; d'où l'on tire $n = \frac{64a}{c^2(a+b)\left(1+\frac{h}{b}\right)^2}$. Mais, comme l'objet de notre recherche n'eſt pas d'avoir la hauteur de la lame au point où le Roulis eſt achevé, mais ſur le côté du Vaiſſeau ; & que dans ce cas, la quantité $h = 0$, on aura $n = \frac{64a}{c^2(a+b)}$; & cette valeur de n étant ſubſtituée dans celle de α, donnera $\alpha = \frac{64at^2T^2}{c^2(a+b)(T^2+t^2)}$. Il faut obſerver que, dans cette formule, t ne doit plus exprimer le temps dans lequel le Vaiſſeau acheve ſon Roulis, attendu qu'on a ſuppoſé $h = 0$, mais celui dans lequel la lame parcourt la moitié b de ſon amplitude : ainſi, il vaut mieux, pour éviter toute confuſion & toute mépriſe, exprimer ce dernier temps par t', & l'on aura $\alpha = \frac{64at'^2T^2}{c^2(a+b)(T^2+t'^2)} = \frac{64at'^2x^2}{c^2(a+b)(x^2+t'^2Ki)}$; & en ſubſtituant la valeur de t'^2, qui (449.) eſt $= \frac{1}{64}c^2(a+b)$, on aura $\alpha = \frac{T^2a}{T^2+\frac{1}{64}c^2(a+b)} = \frac{x^2a}{x^2+\frac{1}{64}c^2Ki(a+b)}$. Enfin, ſi nous ſuppoſons, pour les lames qui ont pris tout l'accroiſſement dont elles ſont ſuſceptibles à l'égard du vent qui les a produites, $b = a(1+\frac{1}{4}c)$ (449 & 452.), l'on aura, pour ces lames, $\alpha = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\frac{T^2a}{T^2+\frac{1}{64}c^2a(2+\frac{1}{4}c)} = \frac{x^2a}{x^2+\frac{1}{64}c^2Ki(2+\frac{1}{4}c)}$, ou, à peu près, $\alpha = \frac{x^2a}{x^2+\frac{247}{192}Ka}$.

(466.) Les élévations de l'eau ſur le côté du Vaiſſeau ne ſont donc pas les plus grandes poſſibles, ſeulement lorſque la hauteur K du métacentre au-deſſus du centre de gravité eſt la moindre qu'il eſt poſſible ; mais ces élévations croiſſent auſſi à proportion que x, ou les moments d'iner-

tie S du Vaiſſeau deviennent plus grands : en un mot, ces élévations ſont comme les quarrés des temps de la durée du Roulis. Ainſi, dans le Vaiſſeau de 60 canons, ſuppoſant $x = 15$, $K = 9\frac{1}{8}$, & la hauteur a de la lame $= 36$, on trouvera $\alpha = \frac{15 . 15 . 36}{15 . 15 + \frac{247}{192} . 9\frac{1}{8} . 36} =$ 12 pieds $\frac{1}{2}$; & ſi l'on ſuppoſe $x = 21$, il en réſultera $\alpha = 18\frac{1}{3}$. De même, en ſuppoſant $K = 6$, on trouvera $\alpha = 16$.

(467.) On doit ajouter à ces élévations la dénivellation, ou les hauteurs auxquelles la lame s'élevera de plus, en vertu de la vîteſſe avec laquelle elle choquera le Vaiſſeau, laquelle hauteur eſt (*Tome I, Art.* 594.) $= \frac{u^2}{64}$, u exprimant la vîteſſe de la lame, qui, comme nous l'avons dit (449) eſt fournie par l'équation $u = \frac{8b}{(a+b)^{\frac{1}{2}} c}$. Ainſi, cette hauteur ſera $\frac{u^2}{64} = \frac{b^2}{(a+b)c^2} = \frac{(1+\frac{1}{2}c)^2 a}{(2+\frac{1}{2}c)c^2}$, ou, à peu près, $= \frac{3}{16} a$: d'où l'on voit que la hauteur de la lame étant de 36 pieds, comme nous l'avons ſuppoſée ci-deſſus, ce qu'on doit ajouter aux élévations précédentes, ſera $\frac{3}{16}$. 36 pieds $=$ 6 pieds $\frac{3}{4}$: par conſéquent ces élévations ſeront de 19 $\frac{1}{4}$, 25 $\frac{1}{12}$, & 22 $\frac{3}{4}$. Mais il faut obſerver que ces élévations n'ont lieu que pour le cas ſeul où la lame choque le côté du Vaiſſeau dans une direction qui lui eſt exactement perpendiculaire ; & c'eſt pour cette raiſon qu'il eſt ſi dangereux qu'elle tombe ainſi perpendiculairement, & qu'il n'en eſt pas de même quand elle frappe un peu obliquement, comme lorſqu'on va à la bouline. Dans ce dernier cas, u^2 eſt moindre dans la raiſon de 5 à 4 ; ainſi, la hauteur qu'on doit ajouter ſe réduira à 5 pieds $\frac{2}{5}$; & en conſéquence, les élévations ci-deſſus deviendront 17 $\frac{9}{10}$, 23 $\frac{11}{15}$, & 21 $\frac{2}{5}$. Mais cette correction n'eſt pas la ſeule, ni même la plus conſidérable qu'on doive appliquer à ces élévations. Le Vaiſſeau ne reçoit pas la lame comme le feroit un rocher ; il cede à ſon impulſion, en prenant même une partie de ſa vîteſſe, & nous devons compter la vîteſſe u diminuée de toute cette partie qu'il reçoit. Cette quantité dont u eſt diminuée, peut être plus ou moins grande, ſuivant que l'eſt la réſiſtance du côté ; mais, en ſuppoſant que u ſe réduiſe aux $\frac{2}{3}$, nous devrons diminuer u^2 dans la raiſon de 9 à 4 : ainſi, les 5 pieds $\frac{2}{5}$ qu'on a trouvés ci-deſſus, ſe réduiront à 2 pieds $\frac{2}{5}$, & les élévations à 15 $\frac{1}{5}$, 21 $\frac{1}{5}$. & 19 pieds.

(468.) On voit déjà clairement, d'après ce que nous venons de dire, que le Vaiſſeau n'étant élevé dans ſon milieu que de 16 à 17 pieds, il n'y a que le premier cas, dans lequel nous avons ſuppoſé $x = 15$, & $K = 9\frac{1}{8}$, qui ſoit admiſſible ; dans les deux autres où l'on a fait $x = 21$, ou $K = 6$, l'eau paſſera par-deſſus

le bord, & inondera le Vaiſſeau. Ainſi, il faut renoncer à l'avantage qui en réſulteroit, ou à obtenir que la mâture éprouve la moindre action; ce qui demande que $x = 22$, (463.). Réſumant donc tout ce que nous venons de dire, on verra que pour diminuer l'élévation des eaux, il faut que T ſoit le plus petit qu'il eſt poſſible, & tout au plus de 3 ſecondes; & que tout ce qu'on peut faire à l'avantage de la mâture, eſt de faire enſorte que $T = t$, &, dans les grandes lames, t parvient juſqu'à être de 5 ſecondes.

(469.) Dans les petits Bâtiments, il eſt néceſſaire que T^2 ſoit moindre à proportion, pour qu'ils ne ſe rempliſſent pas d'eau. Car la hauteur du bord de ces Bâtiments étant à peu près comme les dimenſions linéaires de leurs carenes, il faut que la quantité $\alpha =$

$$\frac{T^2 a}{T^2 + \frac{1}{64}c^2(a+b)} = \frac{T^2 a}{\frac{c^2}{64}(a+b)}\left(1 - \frac{T^2}{\frac{c^2}{64}(a+b)} + \frac{T^4}{\frac{c^4}{(64)^2}(a+b)^2} - \&c.\right)$$

ſoit auſſi proportionnelle à ces dimenſions. Or, cette expreſſion fait voir, qu'en faiſant T^2 dans la raiſon des dimenſions linéaires, la valeur de α croît dans une moindre raiſon que celle de ces dimenſions; & que, par conſéquent, elle eſt plus grande dans les petits Bâtiments, à proportion que dans les grands. Prenons, par exemple, une Frégate en tout ſemblable au Vaiſſeau de 60 canons, mais, dont les dimenſions ſoient la moitié de celles du Vaiſſeau; nous aurons, pour cette Frégate (466), $\alpha =$ ....

$$\frac{x^2 a}{x^2 + \frac{247}{192}Ka} = \frac{\frac{15}{2}\cdot\frac{15}{2}\cdot a}{\frac{15}{2}\cdot\frac{15}{2} + \frac{247}{192}\cdot\frac{9\frac{1}{3}}{2}\cdot a} = \frac{15\cdot 15\cdot a}{15\cdot 15 + \frac{247}{192}\cdot 9\frac{1}{3}\cdot 2a}$$; & en faiſant $a = 36$, $\alpha = \frac{25\cdot 36}{25 + \frac{247}{192}\cdot 9\frac{1}{3}\cdot 8} = 7$ pieds $\frac{67}{119}$; ce qui fait 1 pied $\frac{37}{119}$ de plus que la moitié de 12 pieds $\frac{1}{2}$, qu'on a trouvés pour le Vaiſſeau de 60 canons (466.). De cette ſorte, en ajoutant aux 7 pieds $\frac{67}{119}$, les 3 pieds qu'on a trouvés pour la dénivellation, la hauteur à laquelle l'eau s'élevera ſur le bord de la Frégate, ſera de 10 pieds $\frac{67}{119}$. Mais l'élévation de ſon bord eſt ſeulement de 8 pieds ou 8 pieds $\frac{1}{2}$; donc l'eau paſſera par-deſſus, tandis que cet accident n'arrivera pas au Vaiſſeau conſtruit proportionnellement. Il eſt donc néceſſaire de diminuer la valeur de T^2 dans la Frégate.

(470.) Si on vouloit que l'eau ne s'élevât ſur le bord de la Frégate que proportionnellement à ce qu'elle s'éleve ſur le bord du Vaiſſeau: alors, en nommant t, pour un inſtant, le temps dans lequel la Frégate achevera une oſcillation, & $\frac{n}{1}$, le rapport entre

es dimensions linéaires du Vaisseau & celles de la Frégate, on auroit cette proportion $\frac{T^2 a}{T^2 + \frac{c^2 (a+b)}{64}} + 3 : \frac{t^2 a}{t^2 + \frac{c^2 (a+b)}{64}} + 3 :: n : 1$; ce qui donne la valeur de $t^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$$\frac{\frac{1}{64} c^2 (a+b) \left(\frac{T^2 a}{T^2 + \frac{1}{64} c^2 (a+b)} - 3(n-1) \right)}{na + 3(n-1) - \frac{T^2 a}{T^2 + \frac{1}{64} c^2 (a+b)}}.$$

Faisant maintenant $n = 2$, parce qu'on suppose les dimensions linéaires du Vaisseau doubles de celles de la Frégate; & substituant les autres valeurs trouvées, on aura $t^2 = \frac{\frac{36 \cdot 11}{20} (12 \frac{1}{2} - 3)}{72 + 3 - 12 \frac{1}{2}} = 3$, à fort peu près; au lieu que, selon la proportionnalité avec le Vaisseau, il devoit être $= 4 \frac{9}{16}$. Substituant, en conséquence, $3 = T^2$, & $a = 36$, dans l'équation $\alpha = \frac{T^2 a}{T^2 + \frac{1}{64} c^2 (a+b)}$, on trouve $\alpha = \frac{3 \cdot 36}{3 + \frac{11 \cdot 36}{20}} = 4 \frac{14}{19}$;

& en ajoutant à cette quantité les 3 pieds de dénivellation, on aura seulement 7 pieds $\frac{14}{19}$ pour la hauteur totale à laquelle l'eau s'élevera. Cette même valeur de T^2 étant substituée dans $T^2 = \frac{x^2}{Kl}$, avec celle de $x = \frac{15}{2}$, & celle de $l = 3 \frac{1}{4}$, on aura $3 = \frac{15 \cdot 15}{4 K \cdot 3 \frac{1}{4}}$, d'où l'on tire $K = \frac{15 \cdot 15}{12 \cdot 3 \frac{1}{4}} = 5$ pieds $\frac{10}{13}$; c'est la valeur que doit avoir K, au lieu de $4 \frac{9}{16}$, pour que la lame de 36 pieds ne passe pas par-dessus la Frégate.

(471.) Nous avons trouvé (172.), $K = 7 \frac{1}{2}$, pour la Frégate de 22 canons, avec 31 pieds $\frac{2}{3}$ de largeur; & cette valeur substituée dans les équations, donne l'élévation de l'eau sur le bord de la Frégate de 14 pieds, avec la lame de 36 pieds de hauteur, tandis que cette Frégate n'a que 11 pieds de bord. Mais si l'eau doit surmonter de 3 pieds le bord de cette Frégate, dont les extrêmités de poupe & de proue sont fort renflées, & fort pleines; que ne doit-il pas arriver aux Frégates que construisent quelques Ingénieurs modernes, d'après les préceptes des Géométres qui ont écrit sur cette matiere, mais sans avoir égard à toutes ces circonstances? Le bord de ces Frégates a seulement 9 pieds ½ de hauteur; elles ont, en outre, les extrêmités très-fines & très-taillées; & par conséquent K doit avoir une moindre valeur. Il doit donc passer 5 pieds, ou plus, d'eau par-dessus ces Frégates, lorsque la lame est telle qu'on vient de la supposer: & par conséquent, dans de semblables circonstances, il est impossible que

que ces Bâtiments puiſſent ſe maintenir contre la mer ; ils doivent ſe dérober à ſa fureur en arrivant, afin qu'en diminuant la viteſſe avec laquelle elle les choque, les trois pieds de la dénivellation ſe trouvent détruits pour la plus grande partie. Mais, outre que cette diminution ne ſeroit pas ſuffiſante, cet expédient n'eſt pas toujours praticable, on ne peut pas arriver dans tous les cas. Etant engagé ſur une côte dont on eſt obligé de s'élever, on eſt forcé de chercher à ſe maintenir contre la grande impétuoſité des lames ; & dans un cas ſemblable, des Bâtiments conſtruits d'après ces principes, ſont expoſés aux plus grands dangers. Lorſqu'on veut diminuer la hauteur des eaux, il eſt néceſſaire d'augmenter la valeur de K, comme nous l'avons vu, ſans quoi les Navires ſeront toujours expoſés aux inconvénients dont on vient de parler (*a*) ; c'eſt cependant tout le contraire de ce que pratiquent ces Conſtructeurs.

(472.) Outre ce que nous avons dit, il nous reſte encore à conſidérer le troiſieme Roulis que donne le Vaiſſeau, lequel mérite bien d'être remarqué. Si celui-ci ne s'effectuoit qu'en vertu du ſecond, ou s'il étoit le réſultat de la chûte du Vaiſſeau du côté du vent, il devroit être moindre ; mais il peut s'y joindre l'action d'une nouvelle lame, & cette lame peut par haſard communiquer ſon effet, à l'inſtant même où le Vaiſſeau commence à faire effort pour ſe relever, en vertu de ſa ſtabilité. Dans ce cas, deux puiſſances preſque égales ſe réuniſſent, & par conſéquent la rapidité du Roulis, ſa grandeur, & les moments qu'éprouvent le corps du Vaiſſeau & la mâture, ſeront preſque doubles. Il eſt vrai qu'en prenant les choſes dans leur état ordinaire, on ne verra que rarement cette circonſtance avoir lieu ; mais comme elle n'eſt pas impoſſible, il eſt néceſſaire, lorſqu'elle arrive, que le Vaiſſeau ſe trouve diſpoſé de la maniere la plus avantageuſe, pour qu'il puiſſe réſiſter ſans avaries à une action auſſi violente & auſſi ſubite.

(473.) Le Tangage, comme nous l'avons déjà dit, ne differe en rien du Roulis. Dans le Tangage, on a $K = 117\frac{1}{2}$, (159.),

(*a*) S'il étoit certain, comme le dit M. *Bouguer* (*Traité du Navire*, page 332.), que la Frégate *le Triton* fit les balancements de ſes Roulis en $4''\frac{1}{2}$, on auroit $\alpha = \frac{20\,a}{20 + \frac{11}{20}a}$; & en ſubſtituant $a = 36$, on auroit $\alpha = \frac{5 \cdot 36}{5 + \frac{11}{20} \cdot 9}$, ou à peu près, $\alpha = 18$. Ajoutant à cette quantité les 3 pieds de la dénivellation, on auroit en tout 21 pieds pour la hauteur à laquelle l'eau s'éleveroit ſur le côté du *Triton* ; tandis que le bord de cette Frégate n'avoit que 8 à 9 pieds de hauteur. Il paſſeroit donc 12 pieds d'eau par-deſſus : or, c'eſt ce qui réellement n'a pu arriver, parce qu'il eût été impoſſible que ce Bâtiment naviguât. Une lame ſeulement de 12 pieds de hauteur éleveroit l'eau de 10 pieds $\frac{1}{2}$ ſur ſon bord ; & avec l'abaiſſement qu'elle avoit, l'eau auroit paſſé par-deſſus.

$G = 7851843.m$, (240.), & la valeur de x, ou de la distance de l'axe de rotation au point où l'on conçoit comme réunies toutes les parties du corps du Vaisseau & de sa charge, peut être supposée $= 50$. D'après cela, l'expression du temps dans lequel le Vaisseau exécutera par lui-même le balancement du Tangage, sera $T = \ldots$.

$$\left(\frac{50.50}{117\frac{1}{2}.3\frac{1}{4}} + \frac{(7851842)^2}{64(117\frac{1}{2})^2.3\frac{1}{4}(08650)^2} + \left(\left(\frac{50.50}{117\frac{1}{2}.3\frac{1}{4}} + \frac{(7851843)^2}{64(117\frac{1}{2})^2.3\frac{1}{4}(68650)^2}\right)^2 - \left(\frac{50.50}{117\frac{1}{2}.3\frac{1}{4}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

laquelle se réduit, à peu près, à $T = 2\frac{56}{100} + \frac{20}{100}$, la fraction $\frac{20}{100}$ résultant de la valeur de G : d'où l'on voit le peu d'effet que produit cette résistance, qui est cependant énorme, relativement à la valeur si fort augmentée de $K = 117\frac{1}{2}$. Ainsi, l'on doit inférer de là que l'effet résultant de l'action des voiles, est encore beaucoup moindre, & qu'il est effectivement négligeable.

(474.) Il paroit qne nous devrions conclure de là que l'effet du Tangage ne peut être différent de celui du Roulis dans le Vaisseau de 60 canons, puisque le temps qu'on trouve pour la durée de ce balancement, est presque le même ; mais nous avons ici une cause de plus à considérer, qui est la vîtesse du Vaisseau laquelle le fait aller au-devant de la lame, & il la choque avec la vîtesse relative, qui est la somme des vîtesses du Vaisseau & de sa lame. La vîtesse de la lame est (449.), $= \frac{8b}{(a+b)^{\frac{1}{2}}c}$; &, si nous substituons $b = a(1+\frac{1}{2}c)$, comme nous l'avons fait (449.), elle sera $= \frac{8a^{\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2}c)}{c(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}}$; ainsi, la vîtesse avec laquelle la proue choque la lame $= \frac{8a^{\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2}c)\cos \varepsilon}{c(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}} + u$, en exprimant par u la vîtesse directe du Vaisseau, & par ε, l'angle sous lequel la direction de la lame coupe celle du Vaisseau. Cette quantité sera donc à 1" comme $b = a(1+\frac{1}{2}c)$ est à $t' = \frac{ac(1+\frac{1}{2}c)(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}}{8a^{\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2}c)\cos \varepsilon + cu(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}}$; c'est l'expression du temps dans lequel la moitié de la lame passera sous la proue du Vaisseau.

(475.) Pour trouver la valeur de t, ou du temps dans lequel le Vaisseau devroit achever son balancement de Tangage par l'action seule de la lame, il n'y a qu'à ajouter au précédent le temps dans lequel la même lame parcourra la longueur h. Or ce temps est $= \frac{hc(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}}{8a^{\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2}c)\cos \varepsilon + cu(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}}$; nous aurons donc $t = \frac{c(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}(a+\frac{1}{2}ac+h)}{8a^{\frac{1}{2}}(1+\frac{1}{2}c)\cos \varepsilon + cu(2+\frac{1}{2}c)^{\frac{1}{2}}}$. Si, pour le Vaisseau de 60 canons, nous faisons $h = 17$, $a = 9$, $u = 10$, & $\cos \varepsilon = \frac{1}{2}$, il en résultera $t = 1''\frac{49}{100}$.

(476.) Le temps dans lequel le Vaisseau achevera son balance-

ment de Tangage, fera donc (457.), $\Theta = \left(\frac{2t^2x^2}{x^2+t^2Kl}\right)^{\frac{1}{2}}$, & en fubftituant (473.), $x = 50$, $K = 117\frac{1}{2}$, & $l = 3\frac{1}{4}$, on aura $\Theta = \left(\frac{10000\,t^2}{5000+764\,t^2}\right)^{\frac{1}{2}}$. On voit, de-là, que plus la valeur de t fera petite, plus le temps dans lequel le Vaiffeau achevera fon Tangage fera petit : mais la valeur de t eft d'autant plus petite, que la vîteffe u du Vaiffeau eft plus grande ; donc plus cette vîteffe fera grande, plus le temps dans lequel il achevera fon Tangage fera petit. Si nous fubftituons la valeur de $t = 1'' \frac{59}{100}$, comme on l'a trouvée (475.), d'après la fuppofition de $a = 9$, $u = 10$, & $cof\, \iota = \frac{1}{4}$, il viendra $\Theta = 1'' \frac{89}{100}$: de forte que le Vaiffeau achevera fon Tangage de $\frac{87}{100}$ plus promptement qu'il ne le feroit par lui feul, n'étant foumis à l'action d'aucune puiffance étrangere.

(477.) La grandeur δ du Tangage eft telle que (459.), $fin\, \delta = \left(\frac{x^2+t^2Kl}{2t^2Kl}\right) fin\, \Delta = \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right) fin\, \Delta$: d'où l'on voit que cette quantité augmente avec excès, feulement par la raifon que T feroit beaucoup plus grand que t. Si nous fubftituons, comme ci-deffus, $x = 50$, $K = 117\frac{1}{2}$, & $t = 1\frac{59}{100}$, il en réfultera $fin\, \delta = 1\frac{84}{100} fin\, \Delta$: de forte que la grandeur de ce Tangage fera à celle du Tangage que donneroit le Vaiffeau, dans la fuppofition de $T = t$, comme $1\frac{84}{100}$ eft à l'unité, ou comme 46 eft à 25.

(478.) La plus grande vîteffe du Tangage eft (460.), $= \ldots \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2}\right)^2 \frac{32\,K^2P\, fin\, \Delta}{G}$: donc cette vîteffe fera à celle qui auroit lieu dans la fuppofition de $T = t$, comme $(T^2+t^2)^2$ eft à $(2t^2)^2$: ou en faifant, comme ci-deffus, $t = 1\frac{59}{100}$, comme 33 eft à 16 ; rapport qui eft exceffivement grand.

(479.) L'action que fouffrent les mâts eft (461.), $= \ldots \left(\frac{T^2+t^2}{2t^2T}\right)^2 \frac{S'K\, fin\, \Delta}{l}$: & la moindre action a lieu lorfqu'on a $T = t$. Ceci prouve la néceffité de réduire la valeur de T qu'on a trouvée (462.) par l'équation $S = t^2KPl$, ou $x^2 = t^2Kl$. Faifant, dans cette équation, $K = 117\frac{1}{2}$, & $l = 3\frac{1}{4}$, on aura $x^2 = 381\frac{7}{8}.t^2$, ou $x = 19\frac{54}{100}t$: de forte que fi nous fubftituons $t = 1\frac{59}{100}$, on aura, pour le cas de $a = 9$, & de $u = 10$, $x = 31$ pieds $\frac{7}{100}$. Ainfi, pour que le Vaiffeau Tangue avec la plus grande douceur, & que la mâture foit le moins fatiguée qu'il eft poffible, il eft néceffaire de réduire la valeur de x à moins de fes deux tiers, ou celle de S à la moitié : ce qui eft tout le contraire de ce que nous avons trouvé pour le Roulis, parce que pour ce dernier, nous avions trouvé (461.), $T < t$, & que dans le cas préfent,

nous avons, au contraire, $T > t$. Donc, pour regle générale, on doit tâcher de soulager les extrêmités des Vaisseaux, en observant de les charger le moins qu'on pourra, & de rapprocher les fardeaux vers le milieu autant qu'il est possible. En supposant une autre lame & une autre vîtesse, nous trouverions une valeur différente pour t; mais on a pris un cas parmi ceux où l'on est un peu exposé, parce que ce sont en effet ceux que nous devons examiner avec une attention particuliere. Dans les cas où la mer est belle, les balancements sont fort doux, & l'on ne court point de risques.

(480.) L'action que supporte la mâture est aussi (464.), $= \left(\frac{x^2 + t^2 K l}{x}\right)^2 . \frac{S' \sin \Delta}{4 t^4 l^2}$. Et comme dans les Vaisseaux semblables, & qui différent seulement par leur longueur, on à x dans le rapport de e, en exprimant la longueur par e; & K est dans le rapport de $\frac{e^2}{p}$, p exprimant la profondeur de la carene; il s'ensuit que l'action que souffrent les mâts sera, pour ces Vaisseaux, comme $\left(\frac{e^2 + t^2 l . \frac{e^2}{p}}{e}\right)^2$, ou comme les quarrés des longueurs; c'est par cette raison qu'il convient de ne pas allonger beaucoup les Vaisseaux, ainsi que le pratiquent beaucoup de Constructeurs, sans autre objet que celui d'augmenter un peu leur marche.

(481.) Pour le plus souvent, on ne pourra pas réduire x ou S autant qu'il seroit nécessaire; par conséquent, d'après ce qu'on a dit (464.), il seroit bon de diminuer K, pour diminuer également l'action que souffre la mâture, si ce n'étoient les hauteurs excessives auxquelles les eaux s'élevent à la proue; élévations qui sont encore plus grandes que celles qui ont lieu sur le côté, à cause de la vîtesse u. La valeur de ces hauteurs est (465.), $a = \frac{x^2 a}{x^2 + \frac{247}{592} K a} = \frac{T^2 a}{T^2 + \frac{1}{64} t^4 a (2 + \frac{1}{2} c)}$; & on y ajoutera la hauteur de la dénivellation, laquelle (467.), est $= \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} (1 + \frac{1}{2} c) \cos \varphi}{c (2 + \frac{1}{2} c)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2} u\right)^2$, à cause que la vîtesse avec laquelle la lame choque la proue (474.), est $= \frac{8 s^{\frac{1}{2}} (1 + \frac{1}{2} c) \cos \varphi}{c (2 + \frac{1}{2} c)^{\frac{1}{2}}} + u$.

(482.) Ces formules font voir que plus la valeur de K sera petite, plus les élévations des eaux à la proue seront grandes: & la même chose arrivera, plus u ou la vîtesse du Navire sera grande. Pour le Vaisseau de 60 canons, on aura $a = \frac{762 a}{762 + 55 a}$, & la dé-

nivellation $= (\frac{41}{100} a^{\frac{1}{2}} \cos \varepsilon + \frac{1}{8} u)^2$; mais cette derniere expression varie suivant les cas, ou suivant les valeurs de u & de ε. Si nous supposons, comme dans l'*Art.* 476, $a = 9$, $\cos \varepsilon = \frac{1}{4}$, & $u = 10$, ce qui revient au cas de naviguer à la bouline, la dénivellation sera $= 3 \frac{59}{100}$, & $\alpha = 5 \frac{46}{100}$; ainsi, la somme de ces deux quantités est $= 9$ pieds $\frac{5}{100}$; c'est la hauteur à laquelle l'eau montera à la proue. Si la lame choquoit le Vaisseau en repos, ou fixé, comme quand il est à l'ancre, on auroit $u = 0$, & $\cos \varepsilon = 1$: la dénivellation se réduiroit à $\frac{3}{16} a$; par conséquent si l'on fait $a = 36$, la dénivellation sera de 6 pieds $\frac{3}{4}$, qui, ajoutés à $\alpha = 10$, il en résultera 16 pieds $\frac{3}{4}$ pour l'élévation des eaux à la proue.

(483.) Cette détermination suffit pour faire connoître que dans ce dernier cas où les lames sont fort élevées & le vent fort, le Vaisseau naviguant à la bouline ne doit, ni ne peut porter beaucoup de voiles, comme l'a prétendu un Géometre célébre (*a*). Car supposons que a étant $= 36$, & $\cos \varepsilon = \frac{1}{4}$, il soit possible de faire $u = 15$: dans ce cas, on auroit, comme auparavant, $\alpha = 10$, & la dénivellation $= (\frac{1}{4} \sqrt{3} + \frac{15}{8})^2$, ou, à peu près, $= 10 \frac{7}{25}$; donc l'élévation des eaux à la proue $= 20 \frac{7}{25}$; c'est trois pieds de plus que toute l'élévation du Vaisseau. Aussi les Marins ont-ils senti, d'après l'expérience, la nécessité de diminuer de voiles dans ces occasions; en effet, u diminue alors, & avec elle la dénivellation des eaux.

(484.) Lorsque les lames choquent le Vaisseau par la poupe, u est négative, & la dénivellation beaucoup moins grande: de sorte que, dans le cas où l'on court vent arriere, ce qui donne $\cos \varepsilon = 1$, si l'on suppose $a = 36$, & $u = 15$, la dénivellation sera $= (\frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{15}{8})^2$, ou à peu près $= \frac{9}{16}$ pieds. Ajoutant cette quantité à $\alpha = 10$, l'élévation des eaux sera seulement $= 10$ pieds $\frac{9}{16}$; & si l'on déployoit davantage de voiles, afin d'augmenter la vitesse u, comme jusqu'à la rendre $= 20$ pieds, la dénivellation seroit $= (\frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{10}{8})^2$, ou à peu près $= \frac{1}{64}$, ce qui donne l'élévation des eaux $= 10$ pieds $\frac{1}{64}$, quantité qui est seulement de $\frac{35}{64}$ moins grande qu'auparavant: d'où l'on voit l'inutilité de cette derniere augmentation de voiles, & que la vitesse de 15 pieds par seconde est bien suffisante pour éviter, presque au dernier degré, les inconvénients qui pourroient résulter du choc des grands coups de mer contre la poupe du Vaisseau.

(485.) La substitution que nous avons faite de $K = 117 \frac{1}{2}$,

(*a*) *M. Bouguer. De la Mâture des Vaisseaux*, Section 2, Conclusion, page 118.

Planc. IX. n'eſt exacte, d'après ce qu'on a dit (446.), que dans le cas où les deux parties de poupe & de proue, de part & d'autre du centre de gravité, ſont ſemblables, & que le point *I* tombe ſur *B*: dans tous les autres, la quantité *K* dépend du rapport entre les
Fig. 51. volumes *AFI* & *CHD*. Plus le volume *AFI* eſt grand à l'égard du volume *CHD*, plus la valeur de *K* ſera grande pour ce qui concerne les mouvements de la proue, & réciproquement. De-là naît la néceſſité d'équilibrer ces deux parties; mais ſi on y fait attention, on verra qu'elles ne doivent pas être égales; car *u* étant négatif lorſque les lames choquent le Vaiſſeau par la poupe, & par cette raiſon, l'élévation des eaux diminuant dans cette partie; on voit évidemment la néceſſité de compenſer cette différence en élargiſſant davantage la partie de la proue.

(486.) Puiſqu'en donnant plus de groſſeur aux extrêmités du Vaiſſeau, on obtient, comme nous l'avons dit, une plus grande valeur de *K*, & par conſéquent une moindre élévation des eaux dans les Tangages; on voit clairement combien il eſt à propos de ne pas rendre ces extrêmités trop fines ou trop taillées, c'eſt-à-dire, de ne point donner trop de façons à l'avant & à l'arriere; &, au contraire, combien il eſt néceſſaire de les renfler, ſur-tout dans la partie qui eſt hors de l'eau. Car cela ne produit aucun déſavantage pour la marche, & la quantité *K* acquiert une plus grande valeur, ce qui contribue principalement à élever le Vaiſſeau ſur les eaux.

(487.) Tout ce que nous venons de dire eſt bien ſuffiſant pour faire ceſſer les efforts des Géométres, pour introduire, dans la Marine, la *Proue de moindre réſiſtance*, à laquelle ils ont toujours attribué la qualité de donner au Vaiſſeau la plus grande viteſſe poſſible. Car malgré l'étendue de leurs recherches, & la généralité de leurs intentions, on voit clairement que cette proue ne peut, tout au plus, être employée que dans des Embarcations deſtinées à naviguer ſur des rivieres, ou ſur des mers tranquilles, & non ſur celles où les lames peuvent produire les effets que nous avons vus. De telles proues ſeroient toujours ſous l'eau, & non-ſeulement les Bâtiments ſeroient en grand danger de périr, mais encore, par l'augmentation des réſiſtances que cette ſubmerſion continuelle occaſionneroit, ils perdroient le prétendu avantage d'une plus grande viteſſe, comme on l'a déjà dit, & comme on peut le voir, *Article* 359. De tout cela il faut conclure que, dans des mers tranquilles les Vaiſſeaux longs & à proues aiguës ont l'avantage de la marche; mais que dans les mers agitées, où les

lames sont grosses & violentes, les Vaisseaux courts, & dont la proue est plus renflée, doivent avoir tout l'avantage, tant pour la sûreté que pour la marche. On pourroit aussi admettre, par cette raison, que la plus grande largeur du Vaisseau, ou le maitre couple, devroit être un peu plus vers la proue que le milieu du Vaisseau; mais en méditant bien ce qu'on a déjà dit sur ce sujet, on verra que cette disposition n'est pas absolument nécessaire, comme quelques-uns l'ont cru, & le croyent encore sans aucun fondement.

(488.) Ce qui est nécessaire d'avoir présent à l'esprit, c'est que, quoique nous ayons trouvé la résistance G des côtés fort peu considérable dans les mouvements de Tangage du Vaisseau de 60 canons, qui nous a servi d'exemple, cette résistance peut cependant augmenter beaucoup dans des Vaisseaux d'une construction différente. Cela arrive particuliérement lorsque les couples des extrêmités, ou de la poupe & de la proue, étant extrêmement taillés & étroits au-dessous de la superficie de l'eau, & jusques vers le voisinage de la flottaison, comme sont les couples 30 & PLANC. VII.
33, ils s'élargissent beaucoup, & tout à coup, par un arc & un point d'inflexion. Lorsque les rondeurs ou les parties renflées viennent à sortir de l'eau, lors de leur rentrée, c'est-à-dire, lors de leur chûte, la quantité G augmente considérablement, & subitement, & par conséquent il arrive la même chose à la valeur de $\frac{S'du}{S}$, qui est proportionnelle à l'action que souffre la mâture. Il est donc nécessaire que les Constructeurs évitent, le plus qu'il est possible, de tomber dans ce défaut, qui peut être très-préjudiciable en certaines circonstances.



LIVRE CINQUIEME.

Maximes et Regles de pratique, qui résultent de la théorie exposée dans les Livres précédents.

CHAPITRE I.

De la force des Vaisseaux, de l'épaisseur des bois qui entrent dans leur construction, & du rapport entre leurs longueurs & leurs largeurs.

(489.) Après avoir exposé dans les *Livres* précédents la théorie de toutes les actions, ou mouvements, que les Vaisseaux présentent à l'observation; & l'avoir développée avec toute la clarté dont ces matieres sont susceptibles : après avoir aussi examiné les effets qui résultent des principes & des regles qu'on auroit pu suivre dans leur construction, ou dans leur disposition; maintenant, pour rendre notre travail d'une utilité plus générale, il nous paroît très-convenable de mettre le plus essentiel de notre théorie à la portée des Constructeurs & des Marins qui ne seroient pas assez versés dans le calcul pour nous suivre dans la route difficile & remplie d'écueils où nous avons marché, & dans laquelle le calcul seul pouvoit nous servir de guide. Nous allons donc mettre sous leurs yeux les Regles & les maximes qui en dérivent & en sont le fruit. Ce nouveau travail ne peut sans doute manquer d'être très-utile; mais cependant la connoissance parfaite de la théorie & des principes que nous avons exposés, sera ce qui produira toujours le plus d'utilité.

(490.) Nous ne nous arrêterons pas à répéter ce que nous avons dit des premieres notions qu'on doit se former pour la connoissance des Vaisseaux, ou autres Bâtiments, ni des propriétés qu'ils doivent nécessairement avoir. Nous ne dirons rien non plus de la variété infinie qu'il y a, & qu'il peut y avoir dans ces propriétés; des méthodes suivant lesquelles on a autrefois construit les Vaisseaux, de celles qu'on y emploie maintenant, & de celles qu'on peut y employer

ployer pour les construire géométriquement. Nous en userons de même à l'égard des différentes observations & des remarques que la pratique & l'expérience ont suggérées : car tous ces objets ont été traités fort au long dans le *Livre* premier, sans employer le moindre calcul ; & même le calcul dont on a fait usage dans le *Chapitre* premier du *Livre* second, est si court & si simple, qu'il peut être compris sans le moindre embarras. Le Lecteur doit donc y avoir recours, attendu que le sujet de ce *Chapitre* est de la plus grande importance, c'est un des principaux fondements de l'art de construire les Vaisseaux.

(491.) Nous nous dispenserons pareillement de revenir sur les inconvénients sans nombre, & sur les fâcheuses conséquences qui résultent de ne pas unir solidement les pieces qui composent le Vaisseau, ou qui proviennent du jeu que les pieces peuvent prendre entre elles par la suite du temps. Ce point a été traité d'une maniere fort étendue dans le *Chapitre IX* du *Livre II* ; ainsi, on peut revoir ce *Chapitre*, notamment depuis l'*Art.* 225 : & après avoir bien entendu tout ce qui y est exposé, & s'être bien convaincu que l'union la plus parfaite de tout le corps du Vaisseau est un des plus grands avantages, la premiere maxime qui se présente est, *que le Vaisseau doit se construire avec le moins de bois & de fer qu'il est possible.*

Cette maxime est fondée sur ce que le Vaisseau devant s'enfoncer dans le fluide à proportion de son poids, comme nous l'avons démontré en détail dans le *Livre II*, *Chap. I*, où nous avons donné des exemples, & exposé tout ce qui est essentiel à cet objet ; & la résistance du fluide augmentant à mesure qu'il s'enfonce plus profondément, ainsi qu'on l'a fait voir dans le *Chapitre V* du même *Livre*, il s'ensuit, d'après le *Chapitre I* du *Livre IV*, *Art.* 347, que le Vaisseau en sera moins bon voilier ; propriété qu'on doit toujours chercher à lui donner, à moins que les raisons les plus puissantes ne s'y opposent. D'un autre côté, on doit tenir comme une maxime essentielle, *qu'il faut faire entrer dans la construction du Vaisseau tout le bois & tout le fer nécessaires pour le rendre solide, & pour qu'il se maintienne dans cet état, malgré les coups de mer, les secousses, & toutes les agitations violentes auxquelles il peut être exposé.* Il résulte de ces deux principes, qu'il ne doit pas entrer dans la construction du Vaisseau une plus grande quantité de ces matériaux qu'il n'est nécessaire pour qu'il soit solide : tous ceux qu'on y ajouteroit de plus, faute d'avoir les connoissances nécessaires, ne pourroient être que d'un très-grand préjudice, principalement si cette addition se faisoit dans les hauts au-dessus du centre de gravité. Car, dans ce cas, il en

résulteroit, non-seulement qu'il auroit le défaut d'être moins bon voilier, mais aussi qu'il perdroit une partie de sa qualité de porter la voile. Ajoutons, en général, que ce surcroît de pesanteur auroit encore l'inconvénient de diminuer la hauteur des batteries, & les qualités précieuses qui font que le Navire se comporte bien, & qui sont essentielles à la perfection du manege.

(492.) Pour atteindre la perfection dans ce point, il est nécessaire de déterminer la force absolue du bois, & de la comparer avec les efforts qu'il doit soutenir. Le premier point a été calculé dans le *Liv. II*, *Chap. IX*, *Art.* 248 & 249; & même la comparaison qui constitue le second, a été faite dans les mêmes *Articles*, lorsqu'il s'est agi de trouver le poids que peut supporter un des côtés du Vaisseau. Mais il faut observer que le calcul a seulement été appliqué au cas où ce seroient les simples moments qui agiroient, ou que les poids ou forces n'agiroient que dans le cas où le corps du Navire est en repos; cas fort différent de celui où le Navire éprouve des agitations violentes, qui le forcent de donner des balancements de roulis très-rapides, lesquels font naître des moments d'inertie qui agissent avec une force excessive. Si on considere bien ces moments, on verra que leur action sur les bois qui doivent les supporter, ne differe en rien de la force de percussion, que nous avions trouvée (*Tome I*, *Liv. I*, *Prop. XLII*, & ses *Corol.* & *Scol.*, *Art.* 309, & *suiv.*) être des centaines & des milliers de fois plus grande que celle de la gravité, selon la vîtesse du mouvement, & selon la matiere qui doit recevoir le coup.

(493.) Il est donc clair que nous ne pouvons déterminer absolument ces efforts; & par conséquent, les forces que doivent avoir les pieces de bois. Mais si nous nous voyons frustrés d'une détermination absolue, nous pouvons en obtenir une relative, laquelle, au moyen des expériences, nous fournira la détermination absolue dont nous avons besoin. La résistance ou la force des pieces de bois semblables dans leurs épaisseurs, c'est-à-dire, dans les dimensions de leur équarrissage, est (*Tome I*, *Art.* 211, 212, & *Note.*), en raison directe des cubes de leurs dimensions linéaires, & en raison inverse des moments qui s'exercent sur elles, qui, dans ce cas, sont les moments d'inertie. Si les épaisseurs des pieces de bois qui entrent dans la construction de différents Vaisseaux, étoient donc comme les dimensions de ces Vaisseaux, ainsi que le pratiquent à peu près les Constructeurs, les moments d'inertie, dont les pieces de bois supporteroient l'action,

feroient comme les cinquiemes puiſſances des dimenſions linéaires ; & par conſéquent, *les réſiſtances des bois feroient en raiſon inverſe des quarrés des mêmes dimenſions linéaires.* Ainſi, pour que les Vaiſſeaux fuſſent également forts, il feroit néceſſaire que le nombre des couples dont on les compoſe, fût comme les quarrés de leurs dimenſions : mais ce nombre n'eſt à peu près que comme les racines cubiques des quarrés de ces dimenſions ; donc *la force des Vaiſſeaux eſt en raiſon inverſe des racines cubiques des quatriemes puiſſances de leurs dimenſions linéaires ;* c'eſt-à-dire, que *les Vaiſſeaux feront d'autant plus foibles, que les racines cubiques des quatriemes puiſſances de leurs largeurs feront plus grandes ; ou que les produits de leurs largeurs, par les racines cubiques des mêmes largeurs, feront plus grands.* Le Vaiſſeau de 70 canons, & la Frégate de 22 ; ont, par exemple, leurs largeurs dans la raiſon de 3 à 2 ; leurs forces font, par conſéquent, à peu près, dans le rapport de 5 à 8. Ceci même a été démontré dans l'*Article* 113, où nous avons dit qu'il réſultoit, de ce principe, que les Frégates étoient exceſſivement fortes, & les Vaiſſeaux très-foibles : & il n'eſt que trop certain que l'expérience nous a toujours fourni des preuves de cette vérité. On voit tous les jours les Vaiſſeaux délabrés, déſunis, & rompus par la violence des tempêtes ; tandis que les Frégates ſe maintiennent fermes & ſolides. Les Vaiſſeaux ont continuellement beſoin d'être carenés ; opération qui eſt très-coûteuſe, & les Frégates ſe maintiennent avec très-peu de réparations.

(494.) L'erreur qu'on commet ne ſe borne cependant pas à ce ſeul objet. Les Conſtructeurs, plus conduits par les apparences que par la Géométrie, ont cru que l'augmentation du corps d'un Vaiſſeau le rendoit plus fort, & cela par la raiſon ſeule qu'il étoit plus grand ; & en conſéquence de ce préjugé, ils l'ont tellement ſurchargé d'artillerie, que ſi celle que porte un Vaiſſeau de 70 canons, avec les uſtenciles qui ſont néceſſaires pour ſon ſervice, eſt de 5250 quintaux, une Frégate de 22 n'en porte que 924 quintaux ; tandis qu'elle devroit en porter 1550, pour que la proportion fût gardée : ou, en prenant l'inverſe, le poids de l'artillerie de la Frégate étant de 924 quintaux, il ne correſpondroit que 3118 quintaux pour celle du Vaiſſeau, tandis qu'ils lui en mettent 5250 ; c'eſt-à-dire, à peu près les deux tiers de plus qu'il ne lui en appartient. Qu'on ajoute maintenant l'augmentation énorme des moments d'inertie qui réſultent de cet excès de poids, à la foibleſſe du Vaiſſeau, qui a déjà été démontrée ; on verra

que les suites qui en peuvent résulter, ne peuvent être que très-préjudiciables, comme l'expérience ne le prouve que trop.

(495.) On voit, d'après ceci, que les Vaisseaux ne sont pas seulement foibles, à cause de leur grandeur, mais encore par la surcharge de leur artillerie. Pour apporter remede à ce grand inconvénient, on doit seulement chercher à les fortifier davantage, en augmentant l'échantillon des pieces dont ils sont construits, & non en diminuant le calibre de leurs canons; parce qu'en prenant ce parti, on tomberoit dans des inconvénients encore plus préjudiciables; & en outre on n'éviteroit nullement le premier défaut, qui naît de la foiblesse même des bois. Au contraire, il est nécessaire de diminuer la force des Frégates, par les mêmes raisons, & conformément à la premiere maxime que nous avons établie. Pour cela, il faut que l'expérience nous apprenne de quelle grandeur est le Vaisseau qui a été observé d'une force & d'une solidité suffisantes. Supposons que ce soit le Vaisseau de 40 pieds de largeur, & nous établirons pour regle que tous ceux d'une plus grande largeur ont besoin d'être renforcés, tandis qu'il faut diminuer la force de ceux d'une largeur inférieure, en augmentant pour les premiers les dimensions des bois, & en les diminuant, au contraire, pour les seconds. Ceci peut être pratiqué de deux manieres différentes, sçavoir, en donnant plus ou moins d'épaisseur aux bois, ou en leur donnant plus ou moins de largeur: mais, comme cette amélioration, lorsqu'il est question d'augmenter la force, doit se faire avec le moins de désavantage qu'il soit possible, c'est-à-dire, avec la moindre augmentation de poids; & que, d'un autre côté, les forces des bois sont comme les quarrés de leurs épaisseurs, & comme leurs simples largeurs, il est évident que la correction doit tomber entiérement sur les épaisseurs: car de cette maniere, avec une moindre augmentation de poids, on gagne beaucoup plus de force.

(496.) Supposons maintenant que les épaisseurs des bois ne sont pas comme les simples dimensions linéaires, mais comme leurs quarrés. Dans ce cas, leurs forces absolues seront comme les cinquiemes puissances des mêmes dimensions; & les moments d'inertie étant, dans une raison très-peu plus grande que les mêmes puissances, les forces relatives deviendront à peu près égales dans tous les Vaisseaux. Mais on a vu précédemment que le nombre des couples dont ils sont composés, est comme les racines cubiques des quarrés des mêmes dimensions: donc *les forces des Vaisseaux seront à peu près dans cette raison*, ou plutôt *comme les*

racines quarrées des dimensions linéaires. Les grands Navires auroient donc, à proportion, plus de force que les petits ; mais cette augmentation de force est nécessaire pour qu'ils puissent supporter sans que ce soit à leur détriment, le poids énorme de leur artillerie ; car, sans cela, ils se trouveroient encore plus foibles que les petits, qui en sont moins chargés à proportion.

(497.) Examinons maintenant les inconvénients qui peuvent résulter de cette regle. Les épaisseurs & les largeurs que les Constructeurs donnent aux têtes des varangues, est environ de $\frac{1}{40}$ de la largeur des Vaisseaux : de cette sorte, pour le Vaisseau de 40 pieds de largeur, que nous avons supposé d'une force & d'une solidité suffisante, il correspond 12 pouces d'épaisseur pour la tête de sa varangue ; & pour le Vaisseau de 48 pieds de largeur, on aura 14 pouces $\frac{2}{5}$. Mais la raison des largeurs de ces Navires étant comme 5 est à 6, les épaisseurs des bois, suivant les regles que nous venons d'établir, devroient être comme 25 est à 36 ; c'est-à-dire, que l'épaisseur de la varangue pour le Vaisseau de 48 pieds de largeur, devroit être de 17 pouces $\frac{2}{7}$, sa largeur demeurant seulement de 14 pouces $\frac{2}{5}$. Cette épaisseur est de 1 pouce $\frac{2}{7}$ plus grande que celle qu'on donne à la varangue du plus grand Vaisseau ; & il faut convenir qu'on ne trouvera pas toujours des pieces propres à remplir cet objet ; mais les Constructeurs doivent faire tout ce qui leur sera possible pour se conformer à la regle, ou du moins pour en approcher.

(498.) Il ne suffit pas d'avoir renforcé les couples, il est nécessaire de renforcer également les courbes de tous les ponts, de même que les clous & les gournables qui en font la liaison, afin de les mettre en état de soutenir les énormes moments d'inertie qui résultent du Roulis. Le poids que produit cette augmentation des épaisseurs est, à peu près, de 2000 quintaux ; par conséquent le Vaisseau se submergera dans le fluide de 3 pouces de plus, à raison de ce poids ; quantité qui ne mérite aucun égard : car on a démontré dans l'*Art.* 356, que le Vaisseau étant calé de 6 pouces de plus, ne perd que $\frac{1}{1500}$ de mille par heure dans sa marche. Il est donc déjà évident que l'augmentation de bois que nous proposons pour les grands Vaisseaux, peut être pratiquée sans le risque d'aucune perte de leurs qualités essentielles. Cependant, si la différence des épaisseurs & des largeurs 17 $\frac{2}{7}$ & 14 $\frac{2}{5}$ entraînoit une consommation de bois trop considérable, on pourroit égaler ces deux mesures, en prenant pour l'une & l'autre 16 pouces, ou 16 pouces $\frac{1}{4}$; car la différence qui en résultera, soit dans le poids, soit dans la force, sera extrêmement petite.

(499.) Pour les Frégates, il ne s'agit que de diminuer les épaisseurs des couples, selon la regle que nous avons établie. Prenant pour exemple celle de 22 canons, qui a 32 pieds de largeur, le rapport de la largeur 40 du Vaisseau de comparaison à celle 32 de cette Frégate, sera comme 5 est à 4 : par conséquent, leurs quarrés seront comme 25 est à 16 ; & l'épaisseur des bois de la Frégate, sera seulement de 7 pouces $\frac{17}{25}$, & leur largeur de 9 pouces $\frac{3}{5}$. Mais, comme on n'augmentera nullement le poids, en prenant pour mesure commune la racine quarrée du produit des deux dimensions, qui est à peu près 8 pouces $\frac{3}{5}$; & que, par ce moyen, bien loin de perdre de la force, on en gagne, il s'ensuit qu'en donnant à la tête des varangues 8 pouces $\frac{3}{5}$, au lieu de 9 pouces $\frac{3}{5}$, la Frégate sera encore plus forte, à proportion, que les Vaisseaux, quoiqu'elle soit moins pesante en bois de 560 quintaux.

(500.) Si, au lieu de clous, ou de gournables de fer, pour attacher les bordages, on faisoit usage de gournables de bois, il faudroit augmenter les largeurs des couples, & diminuer à proportion les épaisseurs, afin de ne pas trop les affoiblir par la tarriere. Mais il est nécessaire d'apporter à cela une grande précaution, parce qu'à mesure que la différence entre la largeur & l'épaisseur sera plus grande, les bois s'affoibliront de plus en plus, à cause que leurs forces sont comme les quarrés de leurs épaisseurs.

(501.) Quoique ces considérations soient dignes que le Constructeur y apporte le plus grand soin & la plus grande attention, afin de parvenir à donner aux Navires les dimensions convenables, pour qu'ils soient capables d'une résistance suffisante, néanmoins il faut apporter un soin plus particulier pour renforcer les courbes du second pont des Vaisseaux. Nous avons amplement exposé dans l'*Art.* 255 combien cette précaution étoit nécessaire, attendu que les moments d'inertie dont ce pont supporte l'action, sont plus que doubles de ceux que supporte le premier; de sorte qu'un canon de 24 placé sur le premier pont, produit moins d'effet qu'un de 4 placé sur le second. Nous avons encore fait voir dans le même *Article*, qu'on fera bien de relire, pour plus de clarté, & pour faciliter l'intelligence de celui-ci, qu'en renforçant également ces deux ponts, & en mettant du canon de 24 sur le premier pont, il ne faudroit mettre que du 6 sur le second : ainsi, on doit nécessairement conclure que les courbes du second pont doivent être plus fortes que celles du premier. Les Constructeurs observent cette regle dans les Frégates, à cause qu'elles ne portent pas d'artillerie sur leur pont inférieur : ainsi, par la même raison, les moments d'inertie que soutient

le premier pont dans les Vaisseaux, étant beaucoup moindres que ceux que soutient le second, le premier pont n'a pas besoin d'être aussi renforcé que le second.

(502.) Nous n'avons traité jusqu'ici de la nécessité de renforcer le corps des Vaisseaux, que relativement à l'action qu'ils éprouvent dans les Roulis; mais la force qui leur est nécessaire relativement au Tangage exige des considérations entiérement différentes, parce que les moments d'inertie n'ont pas lieu dans ce dernier cas. Nous avons dit, dans l'*Art.* 255, que ces moments étant décomposés en moments verticaux & horisontaux, les premiers sont soutenus par la force verticale des couples, qui est immense, & par conséquent ces moments produisent peu d'effets sur eux; & les moments horisontaux sont soutenus par la force horisontale des couples & des courbes qui forment la liaison : de sorte que, dans le balancement du Roulis, ceux-ci deviennent très-considérables, comme nous l'avons fait voir. Les conséquences sont absolument contraires dans le balancement du Tangage, parce que le mouvement horisontal étant presque insensible, les effets qui en résultent sont seulement considérables dans les moments verticaux ; mais, comme ces moments sont soutenus par les coups de mer qui les produisent, & qui accompagnent le corps même du Vaisseau pendant la durée de l'oscillation, il s'ensuit déjà qu'il ne faut considérer, dans les balancements du Tangage, que les simples moments, & non les moments d'inertie.

(503.) On voit, d'après cet exposé, que la force dont le Vaisseau a besoin pour résister à l'action de ces moments, n'est pas différente de celle qu'il lui faut dans le cas du repos ; c'est-à-dire, qu'elle ne differe pas de celle qui lui est nécessaire pour résister aux forces qui tendent à le faire arquer, & dont nous avons traité amplement dans le *Liv. II*, *Chap. IX*, que, pour plus de clarté, on fera bien de relire. L'action que les Vaisseaux semblables ont à soutenir est, dans ce cas, comme les quatriemes puissances de leurs dimensions linéaires, (113, & *Note.*); mais la force des bois étant comme les cubes des mêmes dimensions, il s'ensuit que *les forces des Vaisseaux seront en raison inverse des mêmes dimensions linéaires.* C'est pour cette raison qu'on observe si souvent les grands Vaisseaux prodigieusement arqués & désunis, tandis que l'arc des Frégates est presque insensible.

(504.) Pour remédier à cet inconvénient, & faire que les Vaisseaux & les Frégates soient capables de la même résistance, il est nécessaire d'augmenter l'épaisseur des bordages, & des autres pieces qui s'étendent de la poupe à la proue, dans la raison

des quarrés des dimensions linéaires des Vaisseaux semblables; (495), ou d'accourcir les longueurs des Vaisseaux, relativement à leurs largeurs, dans la raison inverse des racines quarrées des largeurs. Si nous admettons, comme ci-dessus, que le Vaisseau de 40 pieds de largeur est celui qui a précisément toute la force nécessaire; ce Vaisseau ayant 144 pieds de longueur, le Vaisseau de 48 pieds de largeur devroit seulement avoir 160 pieds de longueur, au lieu de 175 que lui donnent les Constructeurs, pour qu'il ne souffrit pas plus que le premier, dans le sens de sa longueur. La Frégate de 32 pieds de largeur, suivant le même principe, devroit avoir 128 pieds de longueur, au lieu de 115 seulement, que les Constructeurs lui donneroient: bien entendu qu'on suppose ici l'épaisseur des bordages toujours dans la raison des dimensions linéaires, ou des largeurs des Vaisseaux. Si, au contraire, on ne vouloit pas altérer les longueurs, la premiere préceinte du Vaisseau de 40 pieds de large, ayant 7 pouces d'épaisseur, on devroit donner 10 pouces $\frac{2}{25}$ à celle du Vaisseau de 48 pieds de largeur, à cause que le quarré de 40 est à celui de 48, comme 7 est à 10 $\frac{2}{25}$. Cette mesure s'écarte seulement d'un demi-pouce de celle que donnent les Constructeurs; mais si on trouve cette conformité dans cette piece, il n'en est pas de même dans les autres bordages, parce qu'ordinairement ils bordent les fonds des deux Vaisseaux de 48 & de 40 pieds de largeur, avec des bordages d'une épaisseur qui est presque la même, tandis que, suivant notre règle, si les bordages du fond du Vaisseau de 40 pieds de largeur ont 4 pouces d'épaisseur, ceux du Vaisseau de 48 pieds de largeur devroient avoir 5 pouces $\frac{19}{25}$, ou, à peu près, 5 pouces $\frac{3}{4}$. De même, dans la Frégate de 32 pieds de largeur, la préceinte devroit avoir 4 pouces $\frac{1}{2}$, & le bordage du fond 2 pouces $\frac{1}{2}$: les Constructeurs font la premiere de 5, & l'autre de 3.

(505.) On peut prendre un milieu entre les deux regles, en faisant la correction en partie dans la longueur, & en partie dans l'épaisseur des bordages. Pour cela, il est nécessaire que *l'épaisseur des bordages soit comme les racines quarrées des cubes des largeurs des Vaisseaux; & les longueurs des Vaisseaux comme les racines quatriemes des cubes des mêmes largeurs.* De cette sorte, l'épaisseur de la premiere préceinte, dans le Vaisseau de 48 pieds de largeur, doit être de 9 pouces $\frac{1}{4}$; celle du bordage du fond de 5 pouces $\frac{1}{4}$; & la longueur de ce Vaisseau de 165 pieds. Dans la Frégate de 32 pieds de largeur, l'épaisseur de la préceinte doit être de

5 pouces

5 pouces, celle du bordage du fond de 2 pouces $\frac{4}{7}$, & la longueur de cette Frégate de 122 pieds. Ces dimensions s'approchant davantage de la pratique des Constructeurs, trouveront peut-être plus de crédit parmi eux. Le reste des bordages des Vaisseaux se corrigera en suivant la même proportion.

(506.) Cette diminution presque générale des épaisseurs des bois dans les Frégates, & l'augmentation de leur longueur, leur procurera un très-grand avantage, parce qu'elles en peuvent devenir beaucoup plus légeres, en tâchant de diminuer leurs volumes, ou leurs coques, proportionnellement au poids qu'on leur retranche. Mais il n'en est pas de même dans les Vaisseaux, l'augmentation des épaisseurs avec la diminution de leur longueur sera un peu préjudiciable pour le même objet. Dans le Vaisseau de 48 pieds de largeur, le poids des bois & des fers, augmentera de 4500 quintaux, à quoi ajoutant 1500 quintaux, à cause du poids que ce Vaisseau devra porter de moins, en vertu de la diminution de sa longueur, on aura 6000 quintaux, lesquels répondent à 9 pouces; c'est la quantité dont le Vaisseau se submergera de plus dans le fluide. L'effet que cela produira dans la marche, quoique peu considérable, sera sensible, & la batterie s'abaissera aussi de 9 pouces: par cette raison, on peut donner un peu plus de volume aux fonds de la carene, pour que le Vaisseau s'enfonce de quelques pouces de moins dans le fluide.

(507.) Cette correction que nous proposons pour les Vaisseaux, repugnera peut-être à beaucoup de Constructeurs, qui fondent leur reputation, & portent tous leurs soins seulement à rendre les Vaisseaux bons voiliers. En effet, cette qualité est, sans contredit, la plus brillante, elle se manifeste aussi-tôt que le Vaisseau est à la voile, & entraîne ainsi le suffrage de la multitude, tandis que celle d'être ferme & solide, ne se connoît que tard, ou même peut ne se connoître jamais; car nous n'ignorons pas qu'on peut attribuer à différentes causes, tous les délabrements, & les autres effets d'une mauvaise construction. Quoi qu'il en soit, la Géométrie nous manifeste clairement, & ne nous permet pas de douter de toutes les suites fâcheuses qui doivent résulter du défaut d'épaisseur des bois, & des longueurs excessives qu'on est dans l'usage de donner aux Vaisseaux.

(508.) Après avoir examiné la force relative des différents Vaisseaux, les uns à l'égard des autres, nous devons maintenant considérer les forces relatives des différentes parties d'un même Vaisseau, afin qu'on puisse les augmenter ou les diminuer dans chaque

partie, suivant l'exigence des cas. L'action ou le moment que soutiennent les différentes parties d'un Vaisseau de la poupe à la proue, est comme les produits des différents poids par leur distance au point qui soutient l'effort, (*Tome I, Art.* 208.); & de-là, nous avons conclu, en supposant les poids semblablement distribués dans différents Vaisseaux, que cette action est comme les quatriemes puissances des dimensions linéaires. Mais les poids peuvent être distribués de différentes manieres, ou être placés à différentes distances: par conséquent, plus ces distances seront grandes, plus les Vaisseaux auront à souffrir. Ainsi, lorsque des raisons pressantes n'exigent pas une autre disposition, on peut établir que *plus les différents poids, dont la charge d'un Vaisseau est composée, seront placés près de son centre de gravité, moins le Vaisseau aura à souffrir.* Ceci doit s'entendre aussi des matériaux, dont le Vaisseau même est composé: de sorte que s'il y avoit des raisons bien fondées qui exigeassent une plus grande quantité de matériaux dans les proximités du centre qu'aux extrêmités, on obtiendroit beaucoup d'avantage, pour la force & la solidité du Vaisseau, en les plaçant ainsi.

(509.) Cette nécessité est prouvée, par ce que nous venons de dire; car l'effort que soutient chaque partie du Vaisseau, étant comme les produits des différents poids, par leur distance au point qui soutient l'effort, plus ce point sera près du centre, plus l'effort qu'il aura à soutenir sera grand; & cela, non-seulement à cause que ces distances seront plus grandes, mais aussi parce que le nombre des poids qui agissent sera plus grand. Les parties du Vaisseau ont donc besoin d'avoir plus de force, à mesure qu'elle sont plus proches du centre de gravité: & par conséquent, les bordages dans le milieu du Vaisseau doivent avoir plus d'épaisseur que dans les extrêmités. Dans le Vaisseau de 48 pieds de largeur, nous avons donné (505.), 9 pouces $\frac{1}{4}$ à la premiere préceinte, & aux bordages du fond 5 pouces $\frac{1}{2}$; mais on peut donner à la préceinte 10 pouces $\frac{1}{4}$ dans son milieu, & 9 pouces dans ses extrêmités; & aux bordages du fond, 6 pouces dans le milieu, & 5 dans les extrêmités. On suivra la même proportion pour les autres bordages, & pour les autres Vaisseaux. Par ce moyen, les Vaisseaux seront plus forts, non-seulement à cause de la force absolue des bois qui en deviendra plus grande, mais parce que le poids sera plus rassemblé vers le centre.

(510.) On voit, par les mêmes raisons, que les couples des extrêmités du Vaisseau n'ont pas besoin d'être aussi forts que ceux

du milieu ; car ni les quantités de poids, ni leur distance de leur milieu, ne sont pas aussi grandes pour les couples des extrêmités que pour ceux du milieu. Cette regle n'est pas nouvelle pour les Constructeurs anglais ; ils la mettent déjà en pratique, car ils donnent un pouce de moins de largeur aux couples des extrêmités.

(511.) Jusqu'ici nous nous sommes réduits à traiter cet objet d'après la supposition que les Vaisseaux soient entiérement construits de bois de chêne : mais on peut aussi les construire de bois de cedre *, de sapin, ou de tout autre bois, dont la gravité spécifique soit moindre ou plus grande que celle de chêne. Dans ces cas, comme dans le premier, il est nécessaire de se régler, autant qu'il est possible, sur les maximes établies. Si le bois qu'on emploie est, par exemple, d'une gravité spécifique moindre que celle de chêne, il est nécessaire d'augmenter, soit les épaisseurs, soit les largeurs des pieces, ou même ces deux dimensions ensemble, suivant l'exigence des cas, mais avec l'attention de ne porter ces augmentations que jusqu'à ce que le corps du Vaisseau ait acquis une force égale ou correspondante à celle qu'il auroit étant de chêne, sans lui augmenter son poids, afin de ne pas enlever au Navire les bonnes qualités qui dépendent de cette circonstance.

(512.) Il ne suffit pas d'avoir attention à la gravité spécifique du bois, il est nécessaire de connoître & d'avoir présente à l'esprit la force ou l'intensité de ses fibres, parce que cette force n'est pas toujours comme la gravité spécifique. Il y a des bois qui, à proportion de leur poids, sont plus forts, & d'autres qui, au contraire, sont plus foibles. Le *Pin* est de la premiere espece, ce qui le rend préférable aux autres, parce qu'en même temps il n'est pas moins durable. La force du *Pin* de *Tortosé*, est à celle de notre *Chêne*, comme 4 est à 5, ainsi que je l'ai trouvé par plusieurs expériences. M. *Muller* (*Traité pratique de la Fortification*, *page* 77) dit avoir trouvé la force de ces deux bois, comme 2 est à 3 ; d'où il suit que notre *Pin* Espagnol est sans doute plus fort que celui que M. *Muller* a soumis à l'expérience, dans la raison de 6 à 5. Ce *Pin* est celui que les Français nomment *Sapin* **, & les Anglais *Fir*. Le bois que les Français appellent *Pin*, & les Anglais *Pine* ***, & que nous distinguons en Espagne sous le nom de *Pin du Nord*, est de

---

* *Larix orientalis*, *fructu rotundiore*, *obtuso*. Tournf. Inst. R. H. 586. *Pinus Cedrus*, *foliis fasciculatis acutis* (foliis pluribus ex eâdem basi vaginali.). Linn. Spec. Plant. 1420.

** Nous le traduirons toujours par le mot *Sapin*. (*Abies taxi folio*, *fructu sursum spectante*. Tournf. Inst. R. H. 585. *Pinus picea*, *foliis solitariis emarginatis* (& basi distinctis). Linn. Spec. Plant. 1420.).

*** *Pinus sylvestris maritima*. J. B. 1. 245. Tournf. Inst. R. H. 586. *Pinus sylvestris*, *foliis geminis*, *primordialibus solitariis glabris*. Linn. Spec. Plant. 1418.

$\frac{1}{3}$ moins fort que le *Pin de Tortose*, ainsi que je l'ai trouvé par mes expériences ; c'est-à-dire que sa force est à celle de notre *Chêne*, comme 7 est à 10. Tous ces rapports ne sont pas tellement exacts qu'ils soient exempts de toute variation. Dans les mêmes qualités de bois il s'en trouve quelques pieces de plus ou moins compactes, d'un grain plus ou moins fin, dont les fibres sont plus ou moins droites, qui sont plus ou moins chargés de résine, enfin de plus ou moins secs ; & toutes ces variétés conduisent à faire varier la force & le poids. Mais les rapports que nous venons d'assigner ayant été déterminés par des expériences faites avec soin sur des bois suffisamment secs, peuvent être pris comme l'expression d'un rapport moyen, sauf à considérer les variations qui peuvent provenir de la différente nature des bois, de leurs différents états de sécheresse, de maturité, &c.

(513.) Le poids du même sapin étant à maturité, & dans un état de sécheresse convenable pour être employé, est à celui du *Chêne*, à peu près comme 3 est à 5 ; d'où l'on voit le grand avantage qu'il y auroit à se servir du premier. Car si leur force eût été comme leur poids, elle eût été aussi comme 3 est à 5 ; mais on a trouvé les forces de ces deux especes de bois, comme 4 est à 5, ainsi que nous l'avons dit plus haut. De cette sorte, si on bordoit un Vaisseau en sapin, il suffiroit, pour lui donner autant de force que s'il étoit bordé en chêne, d'augmenter les épaisseurs des bordages dans la raison de 4 à 5 ; & dans ce cas, le poids de tout le bordage fait en sapin seroit moindre que s'il étoit en chêne, dans la raison de 3 à 4 ; c'est-à-dire que le côté du Navire seroit d'un quart moins pesant, en conservant cependant la même force ; avantage très-considérable ; parce que la diminution seule de ce poids monte, dans le Vaisseau de 60 canons qui nous a servi d'exemple, à 2025 quintaux (161.).

(514.) On diminuera pareillement le poids des autres pieces qui entrent dans la construction des Vaisseaux, même en se procurant quelques nouveaux avantages, & toujours sans leur rien ôter de leur force. Par exemple, la force des couples est comme le produit du cube de leurs dimensions, par l'intensité ou la force des fibres du bois ; ainsi, pour que les couples faits de différents bois soient toujours également forts, il est nécessaire que les produits des cubes des dimensions par les intensités des fibres, soient égaux, & par conséquent, si le produit du cube des dimensions du couple fait de bois de chêne, par l'intensité 5 de ses fibres, est divisé par l'intensité 4 des fibres du sapin ; & si on extrait la racine cubique du quotient, cette racine sera la dimension qu'il faut donner au couple fait de bois de sapin. Ainsi, l'épaisseur de ce couple étant de 12 pouces, son cube 1728,

multiplié par 5, & divisé par 4, donne au quotient 2160, dont la racine cubique est à peu près 13 ; c'est le nombre de pouces qu'il faut donner d'épaisseur au couple fait de sapin, pour qu'il soit aussi fort que celui de bois de chêne qui a 12 pouces d'épaisseur. Le poids de ces couples étant comme le quarré de leurs dimensions, multiplié par la gravité spécifique des bois dont ils sont faits, le poids du couple de chêne sera donc au poids du couple de sapin, comme 144 multiplié par 5, est à 169 multiplié par 3, ou comme 240 est à 169 ; de sorte que les couples étant également forts, celui de bois de sapin peseroit à peu près $\frac{3}{10}$ de moins que celui de chêne, ce qui feroit, par conséquent, pour tous ceux du Vaisseau de 60 canons, une diminution de 2655 quintaux. Si on applique la même regle à toutes les autres pieces qui entrent dans la construction de ce Vaisseau, il se trouvera peser à peu près 7000 quintaux de moins, quoiqu'il conserve toujours la même force.

(515.) De là on conclud évidemment qu'il y auroit de très-grands avantages à construire le Vaisseau avec du bois de sapin ; car, quoique, pour lui conserver la qualité de bien porter la voile, on dût lui mettre 2955 quintaux de lest de plus, cela n'empêcheroit pas qu'il ne fût toujours élevé sur l'eau de 9 pouces de plus qu'auparavant : par conséquent il auroit sa batterie plus élevée de cette même quantité, & il seroit beaucoup meilleur voilier. Ou si l'on regardoit sa batterie comme déjà suffisamment élevée, on pourroit diminuer le creux de ces 9 pouces ; ce qui seroit beaucoup plus avantageux, non seulement pour augmenter sa force pour porter la voile, mais aussi pour augmenter sa marche.

CHAPITRE II.

De la grandeur des Vaisseaux.

(516.) NOUS avons déterminé, dans le *Liv. II*, *Chap. I*, la grandeur des Vaisseaux, mais nous ne l'avons fait qu'en nous conformant aux mesures maintenant adoptées par la plus grande partie des Constructeurs ; il n'y a même que très-peu de différence sur ce point entre toutes les nations de l'Europe. On faisoit anciennement les Vaisseaux beaucoup plus petits qu'on ne les fait aujourd'hui ; je veux dire les Vaisseaux de guerre : car les Navires marchands ne doivent être limités dans leur construction que par la volonté de ceux qui les font construire, par la charge qu'ils doivent transporter,

& par la dépenſe qu'on veut y faire ; car les réflexions du Conſtructeur doivent auſſi regarder cet objet eſſentiel. Le P. *Fournier*, dans ſon *Hydrographie*, imprimée à Paris en 1679, *Liv. I*, *Chap.* 30, exalte avec complaiſance la grandeur & les bonnes qualités du Vaiſſeau *la Couronne*, comme choſe fort extraordinaire dans ce temps-là, quoique ſa longueur fût ſeulement de 155 pieds français, & ſa largeur de 44; dimenſions qu'on donne aujourd'hui à un Vaiſſeau de 64 canons, ou tout au plus à un de 70. Mais, malgré cette autorité, M. *Daſſié*, qui fit imprimer ſon *Architecture Navale* dans la même ville, deux années avant le P. *Fournier*, donne, à la page 110 de cet Ouvrage, un état des Vaiſſeaux qu'avoit le Roi de France en 1671 ; & il ſuppoſe *le Soleil Royal* & *le Royal Louis* de 2500 tonneaux. Or, ſuivant les regles qu'il preſcrit lui-même pour déterminer la capacité des Vaiſſeaux (*page* 23), il correſpondroit à chacun de ces Vaiſſeaux 48 pieds français de largeur, qui eſt la largeur qu'on donne aujourd'hui aux plus grands Vaiſſeaux à trois ponts. Il paroît, d'après cela, que, depuis l'année 1671 juſqu'à préſent, la grandeur des Vaiſſeaux du premier rang n'a pas varié ſenſiblement ; mais ſi nous conſidérons les Vaiſſeaux d'un rang inférieur, nous y trouvons des différences conſidérables. Suivant le même M. *Daſſié*, la capacité d'un Vaiſſeau de 60 canons, pris dans l'état que nous venons de citer, n'étoit que de 1000 tonneaux, & à ces 1000 tonneaux, il ne correſpond que 34 pieds ¼ de largeur ; mais ſuppoſons qu'elle fût de 36 pieds ¼, comme il réſulte d'une Table que le même Auteur donne à la *page* 51, ce ne ſera, tout au plus, de 38 pieds ¾ anglais, & cette largeur ſera encore de 3 pieds ¼ moins grande que celle que nous avons aſſignée (*Liv. II*, *Chap. I.*) au Vaiſſeau de 60 canons.

(517.) *William Sutherland*, dans ſon *Ship-Builder's Aſſiſtant*, imprimé à Londres, en 1711, ne donne à un des plus grands Vaiſſeaux de trois ponts (*page* 90) que 46 pieds ¼ de largeur : & à la *page* 97, il donne ſeulement 38 pieds ¼ de largeur à un Vaiſſeau de 70 canons, en diminuant 2 pieds pour l'épaiſſeur des bordages des deux côtés. *Don Antonio de Gaſtañeta*, (*Proporciones de las Medidas, ... para la fabrica de Navios*), donne auſſi au Vaiſſeau de 60 canons, 21 coudées ½ de largeur, ce qui correſpond à 39 pieds ¼ anglais, & fait, par conſéquent, 2 pieds ¼ de moins que celle que nous avons aſſignée au Vaiſſeau du même rang. De-là, on doit conclure que les dimenſions des coques des Vaiſſeaux ont été journellement en augmentant, & que celles qu'on leur donne aujourd'hui, & que nous avons aſſignées

ne font pas tellement déterminées qu'on ne puisse se permettre d'y faire quelque altération; ainsi, il nous paroît qu'on ne doit les conserver qu'autant qu'elles paroîtront mériter la préférence pour se procurer quelque avantage ou quelque perfection particuliere.

(518.) Ce sont ces avantages que les Constructeurs modernes croient avoir rencontrés; car en donnant à un Vaisseau les plus grandes dimensions, & en lui conservant la capacité nécessaire, il s'ensuit qu'on lui donne des lignes d'eau plus aiguës; & par conséquent qu'il éprouve moins de résistance dans le fluide, d'où il résulte une plus grande marche.

(519.) Cependant l'avantage n'est pas aussi réel qu'on pourroit le penser. Supposons, par exemple, deux Vaisseaux de 60 canons, l'un de 42 pieds de largeur, & l'autre seulement de 40 pieds, tous les deux ayant des dimensions proportionnelles entre elles, tant pour la coque que pour les bois, les agrès, les apparaux, l'équipage, & même l'artillerie. Ces deux Vaisseaux flotteront sur l'eau dans une disposition absolument semblable: le plus petit, suivant ce qu'on a dit (359.), marchera mieux avec de petits vents, & le plus grand aura l'avantage avec des vents violents. Cet avantage du petit Vaisseau, joint à la circonstance que sa construction seroit plus solide, comme nous l'avons dit dans le *Chapitre* précédent, paroît le rendre préférable; mais ce Vaisseau, dans l'état où nous le considérons, ne peut être réputé un Vaisseau de 60 canons, à moins qu'on ne lui mette la même artillerie qu'à l'autre, tant pour le nombre que pour le calibre & le poids des pieces. Cette artillerie étant donc substituée à la premiere, il se trouvera surchargé non seulement par le poids excédent de l'artillerie, mais aussi par celui des munitions & des ustensiles qu'il faudra augmenter, & même par celui du surcroît d'équipage & de vivres que cette circonstance rendra nécessaire. Si le poids de l'artillerie, avec ses munitions & ustensiles, est de 3760 quintaux pour le grand Vaisseau, proportion gardée, le poids de celle du petit ne devroit être que de 3250 quintaux, c'est-à-dire, de 510 quintaux de moins: ainsi, le petit Vaisseau se trouvera surchargé, pour cet objet, de toute cette quantité. Pareillement, si le poids de l'équipage, avec ses vivres, est de 5150 quintaux pour le premier Vaisseau, pour le second il devroit être seulement de 4500; c'est-à-dire, 650 quintaux de moins, lesquels étant ajoutés aux 510 quintaux que nous venons de trouver, on trouvera que le petit Vaisseau seroit surchargé de 1160 quintaux, ce qui correspond à 1820 pieds cubes de volume. Divisant ces 1820 pieds cubiques par 5312, comme nous l'avons dit, *Art.* 110, il en résulte

un peu plus de 4 pouces pour la quantité dont le petit fera à proportion plus submergé dans le fluide que le grand ; ce qui le rendra moins bon voilier. Mais, comme nous avons démontré (356.) que ce Vaisseau, pour être plus calé de 6 pouces, ne perd que $\frac{3}{1000}$ de mille par heure ; il s'ensuit que, pour ces 4 pouces, il ne perdra que $\frac{2}{1000}$ de mille ; c'est-à-dire, un mille sur 500 ; quantité absolument négligeable. On doit donc conclure que l'idée d'augmenter les dimensions des Vaisseaux, dans la seule vue de leur donner une plus grande marche, ne mérite aucune attention, & même doit être rejettée.

(520.) En outre, si, d'après ce que nous avons dit (496), on diminue les épaisseurs des couples & des bordages dans la raison des largeurs, afin que les deux Vaisseaux soient d'une force égale, le poids du petit Vaisseau se trouvera diminué de 850 quintaux, lesquels retranchés des 1160 ci-dessus, il ne restera plus que 310 quintaux, dont le petit Vaisseau sera surchargé. Ces 310 quintaux répondent à 485 pieds cubiques de volume, lesquels étant divisés par 5312, il vient au quotient un peu plus d'un pouce : c'est uniquement de cette quantité que le petit Vaisseau sera plus submergé qu'il ne le seroit sans cet excédent de charge. D'un autre côté, il faut considérer qu'en supposant la premiere batterie du grand Vaisseau élevée de 5 pieds au-dessus du niveau de l'eau, celle du petit, proportion gardée, ne sera moins élevée que de 3 pouces : ainsi, il lui restera 4 pieds 9 pouces de batterie, ou simplement 4 pieds 8 pouces, en retranchant le pouce dont il doit s'enfoncer davantage, à raison de son excès de charge ; & c'est à cela que se réduit tout le désavantage de ce Vaisseau à l'égard du grand.

(521.) En effet, l'unique soupçon qui pourroit nous rester, est que le petit Vaisseau perdroit quelque avantage du côté de la qualité de porter la voile, à cause de l'augmentation de charge qu'on lui donne en artillerie, en équipages & en vivres ; augmentation dont la totalité a son centre de gravité plus haut que celui des bois qu'on lui a retranchés. Mais on trouvera, en faisant le calcul qui convient, que, par toutes ces causes réunies, le centre de gravité du Vaisseau ne s'élevera que de 3 pouces $\frac{1}{4}$; ce qui, suivant ce qu'on a dit, *Art.* 383 & 385, ne diminue que de $\frac{1}{31}$ l'élévation du métacentre au-dessus de celui-ci, &, par conséquent, l'inclinaison du Vaisseau n'augmentera aussi que de $\frac{1}{31}$, c'est-à-dire, de 12 à 20 minutes ; quantité qui est assurément négligeable.

(522.) Il est certain cependant que tous les avantages, quoique, à la vérité, peu considérables, demeurent toujours du côté du grand Vaisseau. La seule chose qui, sans aucun doute, soit en faveur du petit,

petit, est l'économie de sa construction & de son entretien; car il coûteroit à peu près $\frac{1}{8}$ de moins que le grand; de sorte que si le grand Vaisseau coûte 160000 *Pesos* *, le petit en coutera seulement 140000, & les frais d'entretien seront dans la même proportion. Cette différence, comme on le voit, mérite d'être considérée, sur-tout si l'on fait attention aux foibles avantages qu'on a vu résulter de cet excès de dépense.

(523.) Il suit de ce que nous venons de dire, que la grandeur des Vaisseaux ne doit pas excéder la mesure qui est nécessaire pour répondre aux objets pour lesquels ils sont construits; c'est-à-dire que, pour les Vaisseaux de guerre, elle doit se régler sur le service & la manœuvre de l'artillerie qu'ils doivent porter: car, comme on l'a vu, on peut obtenir, à très-peu près, tous les autres avantages toutes les fois qu'on apportera l'attention convenable à faire les calculs & les corrections nécessaires. Le Vaisseau de 60 canons exige, à sa seconde batterie, des pieces de 12, dont la longueur, y compris la culasse, est de 9 pieds $\frac{1}{2}$. Ajoutant à cette quantité 4 pieds 9 pouces, moitié de la largeur de la Chaloupe, plus 1 pied pour ce dont la volée du canon doit être dans l'intérieur du Vaisseau, afin qu'on puisse le charger commodément, & 9 pouces pour l'épaisseur du bordage & des couples du côté, on aura en tout 16 pieds pour la distance qu'il doit y avoir depuis le milieu du Vaisseau jusqu'à son côté, dans la partie où se trouve le canon; ou, en soustrayant 6 pouces pour la rentrée du vibord, on aura 15 pieds 6 pouces pour la demi-largeur du Vaisseau dans cette partie. Supposant que la rentrée des œuvres mortes soit reguliérement de $\frac{1}{10}$ de la largeur, la moitié de cette largeur sera par conséquent les $\frac{5}{4}$ de 15 pieds $\frac{1}{2}$, ou 19 pieds 4 pouces $\frac{1}{2}$, & la largeur entiere de 38 pieds 9 pouces; de sorte qu'avec cette largeur on peut construire un Vaisseau qui porte des pieces de 12 sur son second pont.

(524.) On a dû sans doute s'appercevoir que, dans le calcul que nous venons de faire, nous n'avons point compris l'espace qu'on est dans l'usage de laisser entre le côté de la Chaloupe & la culasse du canon, lorsqu'il est entiérement rentré dans le Vaisseau. Cet espace devant servir pour que les gens de l'équipage puissent passer avec quelque sureté, doit être au moins de 2 pieds; ce qui, avec deux autres

* Le *Peso* est une monnoie imaginaire qui équivaut à 15 Réaux de *Vellon*. 4 *Réaux* de *Vellon* valent une livre Tournois : ainsi, un *Peso* vaut 3 livres 15 sols Tournois, & 160000 *Pesos* valent 600000 livres Tournois. Il y a aussi une monnoie réelle appellée *Peso duro*; cette piece vaut 4 *Pesetas*, ou 20 *Réaux* de *Vellon*; c'est-à-dire, 5 livres Tournois; mais ce n'est pas de cette monnoie que l'Auteur veut parler, mais des *Pesos* imaginaires que les Espagnols appellent *Pesos Sencillos*.

pieds pour le côté opposé, fait 4 pieds, lesquels ajoutés aux 38 pieds 9 pouces, feront en tout 42 pieds 9 pouces pour la largeur que devroit avoir le Vaisseau. Mais tous les Constructeurs ne donnent pas un aussi grand espace; il y en a qui se contentent d'en laisser assez pour que, si, par quelque accident, les bragues venoient à lâcher, la Chaloupe ne courût pas le risque d'être endommagée. Dans ce cas, une largeur de 40 pieds est plus que suffisante.

(525.) On voit, par ce principe, combien il importe que l'artillerie des Vaisseaux soit la plus courte qu'il est possible: sa manœuvre en sera beaucoup plus facile & plus prompte; l'équipage passeroit alors avec toute liberté entre la culasse des canons & la Chaloupe; & de plus, le poids de l'artillerie en seroit considérablement diminué. Les moments d'inertie seroient par là beaucoup moindres, & par conséquent, le Vaisseau en seroit plus fort & plus durable. On sacrifie tous ces avantages seulement pour obtenir un peu plus de vîtesse dans la course des boulets; augmentation qui, bien examinée, se réduiroit peut-être à bien peu de chose; & en considérant leur effet, qui est alors beaucoup moindre, on verra qu'elle ne mérite aucune attention. En effet, par des expériences répétées sous les yeux de la Société Royale de Londres, on sçait que l'effet des boulets n'est pas proportionnel aux vîtesses; au contraire, on l'a trouvé plus grand, lorsque les vîtesses sont un peu moindres.

(526.) On conclud pareillement des mêmes principes, combien il est important de ne pas porter des Chaloupes d'une grandeur si énorme; elles sont d'un très-grand embarras, à cause du grand espace qu'elles occupent, & elles chargent prodigieusement le pont par le grand poids qui en résulte: ainsi, il y auroit un grand avantage à diminuer un peu leur capacité, & à rendre leur construction plus légere, comme le pratiquent quelques Nations.

(527.) Ayant une fois déterminé la largeur des Vaisseaux, on trouve leur longueur par les regles que nous avons exposées dans le *Chapitre* précédent. Quant à la profondeur, ou au creux, on la trouvera facilement en calculant, comme on l'a dit (*Liv. II, Chap. I*), le poids que doit avoir le Vaisseau tout équipé, & le volume qui correspond à ce poids, ce qui se fera en suivant les procédés que nous avons enseignés dans le même *Chapitre*. On ne doit pas perdre de vue que moins le poids du Vaisseau sera grand, plus sa profondeur, ou son creux sera petit, & plus la vîtesse du sillage sera grande.

CHAPITRE III.

De la Stabilité, ou de la Force du Vaisseau pour porter la voile.

(528.) ON a employé tout le *Chapitre VI* du *Livre II* à expliquer & à calculer la force des Vaisseaux pour porter la voile. Dans le *Chapitre IV* du même *Livre II*, on a traité de l'inclinaison que les Vaisseaux peuvent prendre, dans le cas du repos, en vertu de l'action de quelque poids, ou d'une force qu'on leur applique; & dans le *Chap. III* du *Liv. IV*, on a traité de l'inclinaison qui est causée par la force avec laquelle le vent frappe les voiles. Nous avons déjà vu dans les *Art.* 197 & 214, qu'il y a quelque différence entre ces deux cas, toutes les fois que le centre des résistances latérales, ou des forces que les eaux exercent sur le côté du Vaisseau, ne coïncide pas avec le plan horisontal dans lequel se trouve le centre de gravité: mais nous avons vu également dans l'*Art.* 386, que cette différence est négligeable dans les Vaisseaux construits suivant l'usage ordinaire, ou à peu près, & par conséquent, que les deux cas se réduisent à un seul, qui est renfermé dans la formule donnée à la fin de l'*Art.* 383, laquelle exprime l'inclinaison que doit éprouver le Vaisseau. Or, comme cette inclinaison est en raison inverse de la Stabilité, ou de la force du Navire pour porter la voile, cette force sera donc comme le dénominateur de la formule, divisé par le numérateur; c'est-à-dire que *la force des Vaisseaux pour porter la voile est en raison directe composée de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité, & du volume de fluide qu'ils déplacent; & en raison inverse des moments latéraux qu'éprouvent les voiles.* Mais ces moments sont comme le sinus de l'angle que forme la quille avec la direction de la force avec laquelle les voiles agissent, & comme le moment avec lequel cette force agit dans la même direction (281 & 381.). Donc *la force des Vaisseaux pour porter la voile est en raison directe composée de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité, & du volume de fluide qu'ils déplacent; & en raison inverse composée du sinus de l'angle que forme la quille avec la direction de la force avec laquelle les voiles agissent, & du moment avec lequel cette force agit dans la même direction.*

(529.) Toutes ces quantités dépendent de beaucoup d'autres qui entrent dans leur composition. La hauteur du métacentre au-dessus

PLANC. I. du centre de gravité dépend de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume, & de la hauteur du centre de gravité au-dessus de ce dernier centre. Pour l'ordinaire le centre de gravité est plus haut que celui de volume ; ainsi, en retranchant de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume, la quantité dont les centres de gravité & de volume sont éloignés l'un de l'autre, il restera la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité. Dans le *Chapitre III* du *Livre I* nous avons expliqué fort en détail la maniere de calculer la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume ; & nous avons dit que, si *ABD* représente le corps du Vaisseau, *AD* sa ligne de flottaison lorsqu'il est dans une situation droite, & *GL* la même ligne lorsqu'il est incliné ; *C* étant le centre de volume dans le premier cas, & *N* le même centre dans le second, en élevant la verticale *NE*, le point *E* où elle coupe la ligne *BCE*, qui est la verticale lorsque le Vaisseau est droit, est ce qu'on appelle le métacentre, & *CE* est la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume.

FIG. 31.

(530.) Cette hauteur, comme on le voit évidemment, dépend de la droite *CN*, ou du transport du centre de volume du point *C* au point *N* ; de sorte que plus cette distance sera grande, plus la hauteur *CE* du métacentre sera grande. Mais la distance *CN* dépend du rapport entre le nouveau volume *LED* du Vaisseau qui se submerge dans l'inclinaison, & le volume total *ABD* dont le Vaisseau est submergé ; par conséquent, plus ce rapport sera grand, plus la hauteur *CE* du métacentre sera grande.

(531.) Mais il ne faut pas croire que ces volumes dépendent seulement du bau, ou de la plus grande largeur du Vaisseau ; car il est évident qu'ils dépendent de l'assemblage de toutes les largeurs distribuées dans tous les points de la longueur du Vaisseau ; de sorte qu'en quelque point de la section horisontale, ou de la ligne d'eau supérieure, qu'on augmente la largeur du Vaisseau, le nouveau volume qui se submerge dans l'inclinaison, en deviendra plus grand, & par conséquent la hauteur *CE* deviendra aussi plus grande.

(532.) D'un autre côté, la distance *CN* est encore proportionnelle à la largeur *ED* ; & le volume qui se submerge dans l'inclinaison étant, comme le quarré de *ED*, multiplié par la longueur du Vaisseau, *CN* sera comme la somme des cubes de toutes les largeurs du Vaisseau multipliée par sa longueur. Mais ceci ne doit, toutefois, s'entendre que dans le cas où le volume total dont le Navire est submergé dans le fluide, sera toujours le même ; mais en supposant que ce volume varie, *la hauteur du métacentre*

au-dessus du centre de volume, sera (530.) *en raison directe de la somme des cubes de toutes les largeurs du Vaisseau prises dans le plan de flottaison, multipliée par sa longueur ; & en raison inverse du volume total que le Vaisseau aura de submergé dans le fluide* : c'est ce résultat qu'on a trouvé à l'*Article* 150.

(533.) De cette sorte, le produit de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume, multipliée par le volume déplacé, sera comme la somme des cubes de toutes les largeurs du Vaisseau, prises dans le plan de flottaison, multipliée par sa longueur: par conséquent, si la section horisontale faite par la superficie de l'eau : c'est-à-dire, si le plan de flottaison ne varie pas, ce produit ne variera pas non plus.

(534.) Si le centre de gravité coïncide avec le centre de volume, la raison composée de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité, & du volume de fluide que déplacent les Vaisseaux, sera la même que celle de la somme des cubes de toutes les largeurs du Vaisseau, prises dans le plan de flottaison, multipliée par sa longueur: & par conséquent, *le centre de gravité coïncidant avec le centre de volume, la force des Vaisseaux pour porter la voile est en raison directe composée de la somme des cubes de toutes les largeurs du Vaisseau, prises dans le plan de flottaison, multipliée par sa longueur ; & en raison inverse du cosinus de l'angle que forme la quille avec la direction de la force avec laquelle les voiles agissent, & des moments que les voiles produiroient dans la même direction.*

(535.) On doit conclure de-là, que dans le cas où le centre de gravité coïncide avec celui de volume, *la force du Vaisseau pour porter la voile dépend précisément* (le reste demeurant constant) *de la section horisontale du Vaisseau faite par la ligne de flottaison :* de sorte que plus cette section sera grande, plus le Vaisseau aura de force pour porter la voile. Mais, comme nous l'avons dit ci-dessus, le centre de gravité ne coïncide pas ordinairement avec celui de volume, & est, au contraire, plus élevé ; ainsi, cette regle n'est pas d'une application générale, elle souffre des modifications à mesure qu'on fait quelque changement dans la disposition en hauteur, des différents poids dont on compose le total du Vaisseau & sa charge ; parce que c'est dans cette disposition de la charge que consiste la plus ou moins grande élevation du centre de gravité. Pour un Vaisseau de 60 canons, avec 42 pieds de largeur, nous avons trouvé (152, 153 & 154.) la hauteur CE du métacentre, au-dessus du centre de volume

de 11 pieds $\frac{1}{4}$, & la hauteur du centre de gravité, au-dessus de celui de volume (166.), de 2 pieds 4 pouces $\frac{1}{4}$: ainsi, la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité, est seulement de 9 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$. Comme le Vaisseau de 70 canons a, proportionnellement, moins d'œuvres mortes (168.), & par conséquent déplace un moindre volume de fluide, non-seulement la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume, est plus grande à proportion, mais la hauteur du centre de gravité au-dessus du centre de volume est moindre ; il s'ensuit que la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité est, à ces deux égards, plus grande à proportion. Mais cette différence est, au reste, extrêmement petite, toutes les fois que les Vaisseaux sont semblables, & dans ce cas, toutes les hauteurs sont à peu près comme les dimensions linéaires des carenes. Ce n'est plus la même chose dans les Frégates, parce qu'à proportion leurs coques sont beaucoup moins pesantes, ainsi que leur artillerie. Ainsi, une Frégate de 20 canons avec 32 pieds de largeur, devroit seulement avoir son métacentre élevé au-dessus du centre de gravité de 6 pieds 11 pouces $\frac{1}{7}$, pour être en proportion avec le Vaisseau de 60 canons, tandis qu'on l'a trouvé (172.), de 7 pieds $\frac{1}{4}$. Le contraire arrive dans le Vaisseau à 3 ponts, à cause de sa grande quantité d'œuvres mortes & d'artillerie ; son métacentre qui, pour garder la proportion du Vaisseau de 60 canons, devroit être élevé au-dessus du centre de gravité de 11 pieds 1 pouce, n'a été trouvé (173.), que de 8 pieds $\frac{4}{5}$; élévation qui est moindre que dans le Vaisseau de 60 canons.

(536.) Quant au volume que le Vaisseau occupe dans le fluide, il est inutile de nous y arrêter, tout le *Chap. I*, du *Liv. II*, ayant été employé à cette recherche ; &, dans les *Articles* 112, 115, 117 & 118, on trouve d'ailleurs ce volume déterminé pour les Vaisseaux de différentes grandeurs. Ces volumes doivent demeurer constants, à moins que les grandeurs des Vaisseaux ne varient, ou bien les épaisseurs & les pesanteurs des bois dont ils sont construits, comme nous l'avons dit dans le *Chapitre* cité, & dans le premier *Chapitre* de ce *Livre*. Par cette raison, si l'on met en pratique la diminution de l'échantillon des bois dans les Frégates, & son augmentation dans les Vaisseaux, comme on en a fait voir la nécessité dans le même *Chapitre*, il sera nécessaire d'avoir égard à cette différence.

(537.) L'angle que forme la quille avec la direction de la force avec laquelle les voiles agissent, feroit le complément de

celui que forme la quille avec les vergues, si la voile étoit parfaitement plane, & ne prenoit pas, en vertu de sa flexibilité, la courbure qu'elle prend, sur tout du côté sous le vent où cette courbure est très-grande. Ainsi, on voit clairement que la direction composée de toutes les directions partielles des forces qui agissent sur la voile, ne peut être perpendiculaire à la vergue, & qu'elle doit s'incliner un peu vers le côté sous le vent. Cette différence que tous les Auteurs ont regardée comme ne méritant aucune considération, peut monter jusqu'à 10°, & plus, comme on l'a vu dans l'*Article* 276: par conséquent, on ne peut non-seulement négliger d'y avoir égard, mais il est de la premiere importance d'y faire la plus sérieuse attention. Dans le *Chap. I*, du *Liv. III*, où nous avons donné dans un grand détail la théorie de la voile, nous avons trouvé (263.) que, *CQ* étant la quille, *AK* la vergue, & *ABK* une section horisontale de la voile, si, par les extrêmités *A* & *K*, on mene les deux tangentes *AO*, *KO*, la ligne *TO*, qui divise l'angle *AOK* en deux parties égales, sera la direction suivant laquelle la voile agira. Pour trouver l'angle *CTO* que forme la quille avec cette direction, nous sçavons qu'en soustrayant les deux angles *A* & *K* de 180°, il reste l'angle *AOK*, dont la moitié est *TOK*. Ajoutant maintenant l'angle *AKO* à l'angle *TOK*, on aura l'angle *OFA*; & soustrayant de celui-ci l'angle *ASC*, que forme la quille avec la vergue, il restera l'angle *CTO*, qui est celui qu'on cherche. Faisant donc le calcul, on déduit la regle suivante *, *Ayant abaissé la perpendiculaire* TD, *l'angle* DTO, *dont la direction* TO *de la force de la voile tombe plus sous le vent que la perpendiculaire* TD *à la vergue, est égal à la moitié de la différence des deux angles en* K *& en* A; *& l'angle* CTO *que la quille forme avec la direction* TO *de la force avec laquelle les voiles agissent, est égal au complément de celui que forme la vergue avec la quille, augmenté de la moitié de la différence des deux angles que forme la vergue avec la voile en* K *& en* A: *d'où il suit que plus la vergue sera brassée sous le vent, & plus la voile prendra de courbure sous le vent, à l'égard de celle qu'elle prend du côté du vent, moins le Vaisseau aura de force pour porter la voile.* FIG. 56.

(538.) En outre, nous avons démontré (268 & 269.) que la différence des angles *K* & *A* dépend de l'angle que forme la vergue

* Le calcul dont il est ici question est très-facile; car $AOK = 180° - K - A$, & partant $TOK = 90° - \frac{1}{2}K - \frac{1}{2}A$. Mais $KFO = DFT = 180° - TOK - K = 180° - 90° + \frac{1}{2}K + \frac{1}{2}A - K = 90° - \frac{1}{2}K + \frac{1}{2}A$; donc DTF qui est le complément de $DFT = 90° - 90° + \frac{1}{2}K - \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}K - \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(K - A)$. Quant à la seconde partie de la regle, on voit clairement que $CTO = CTD + DTF =$ *le complément de* $QSK + \frac{1}{2}(K - A)$.

avec la direction du vent, & de sa vîtesse; de sorte que, *plus* * *l'angle que forme la vergue avec la direction du vent sera grand, plus aussi la différence des angles* K & A *sera grande*; & *cette différence deviendra d'autant plus grande, à mesure que la vîtesse du vent sera plus grande.* Ainsi, la vîtesse du vent étant très-petite, la différence des deux angle est zéro, & elle augmente à mesure que la vîtesse du vent augmente; de sorte que la force du Navire pour porter la voile devient d'autant moindre, à mesure que la vîtesse du vent augmente davantage, & cela sans avoir égard à la plus grande force qu'il fait alors sur la voile, mais seulement par la plus grande courbure qu'il l'oblige de prendre. Nous avons trouvé dans l'*Art.* 276, que le Vaisseau allant à la bouline avec un vent qui permet de porter toutes les voiles, l'angle *DTO*, moitié de la différence des angles *K* & *A* est de $8^\circ\ 20'\frac{1}{4}$, & qu'avec un vent fraix, le même angle est de $21^\circ\ 3'\frac{1}{4}$. Ceci admet quelques différences, parce qu'on déduit ces résultats d'une supposition déterminée.

(539.) *Le moment de la force qu'éprouvent les voiles est exprimé par le produit de la somme de toutes les forces qu'elles produisent par la hauteur du centre des mêmes forces au-dessus du centre de gravité du Vaisseau.* La formule qui détermine les forces a été donnée, *Art.* 264, & elle fait voir que *les forces des voiles sont en raison directe composée de la surface de toutes les voiles, de la vîtesse du vent, du sinus de l'angle que la direction du vent forme avec les vergues, & de la raison qu'il y a entre le sinus & l'arc de la demi-somme des angles* K & A *que la voile forme avec la vergue dans ses extrémités.*

(540.) La surface de chaque voile est le produit de sa chûte par sa largeur moyenne; & en prenant la somme de ces produits pour toutes les voiles qui servent, comme on l'a vu, *Art.* 280, on aura la surface totale de la voilure. Mais si l'on détermine d'abord, comme dans l'*Art.* 281, la hauteur du centre des forces de chaque voile au-dessus du centre de gravité du Vaisseau, & qu'on la multiplie par sa surface, comme on l'a fait dans le même *Article*, en prenant la somme de tous ces produits, on aura l'expression du moment des voiles, dans la supposition qu'elles soient planes, que le vent les frappe perpendiculairement, & que la vîtesse du vent soit seulement d'un pied par seconde; il ne faut ensuite que multiplier cette quantité par le sinus de l'angle que la direction du vent forme avec les vergues, par la vîtesse du vent, & par la raison du sinus

* On trouve dans l'original, *moins l'angle que forme, &c.*; mais c'est sûrement une faute d'impression. *Voyez* la fin de l'*Art.* 268.

à l'arc de la demi-somme des angles que la voile forme avec la vergue dans ses extrêmités, & on aura le moment des voiles pour le cas proposé.

(541.) Comme la force du Vaisseau pour porter la voile est en raison inverse de ce moment, il s'ensuit que *la force du Vaisseau pour porter la voile sera en raison inverse de la vîtesse du vent, de la quantité des voiles déployées, de la hauteur du centre de cette voilure au dessus du centre de gravité du Vaisseau, du sinus de l'angle que la direction du vent forme avec les vergues, & de la raison du sinus à l'arc de la demi-somme des angles que la voile forme avec la vergue dans ses deux extrêmités.* Ce rapport du sinus à l'arc devient négligeable, lorsque les vents sont foibles; car, même lorsque les vents sont violents, cas où (276.) l'angle DTF s'est trouvé de $21° \, 3' \frac{1}{4}$, ce rapport est à peu près de $\frac{13}{14}$, ce qui ne diminue le moment des voiles que de $\frac{1}{14}$.

(542.) Ainsi, en donnant aux mâts & aux vergues des dimensions proportionnelles aux largeurs des Vaisseaux, comme le font ordinairement les Marins & les Constructeurs, les moments des voiles seront à peu près comme les cubes de ces dimensions. Mais, comme, dans les vaisseaux dont les fonds sont semblables, les volumes déplacés sont aussi comme les cubes des dimensions linéaires, les forces de ces mêmes Vaisseaux pour porter la voile, seront en raison directe des hauteurs des métacentres au-dessus des centres de gravité, & en raison inverse des sinus des angles que forme la quille avec la direction de la force avec laquelle les voiles agissent: &, comme ces angles, dans différents Vaisseaux, ne peuvent différer que très-peu entre eux, il s'ensuit que *les forces pour porter la voile, dans les Vaisseaux dont les fonds sont semblables, seront à peu près dans la raison directe des hauteurs du métacentre au-dessus du centre de gravité.*

(543.) On voit, d'après cela, que, dans les Vaisseaux de 60 & de 70 canons, qui, comme nous l'avons dit (535.), ont les hauteurs du métacentre au-dessus de leurs centres de gravité, à peu près dans la raison de leurs dimensions linéaires; on voit, dis-je, que leurs forces pour porter la voile seront aussi dans la raison de ces dimensions linéaires: mais, dans les Frégates & les Vaisseaux à trois ponts, cette raison n'aura pas lieu, attendu que les hauteurs du métacentre ne la suivent pas. Dans les Frégates, la force pour porter la voile sera un peu plus grande que cette raison ne l'indiqueroit; & dans les Vaisseaux à trois ponts, elle sera un peu plus petite. Nous avons trouvé (385, 387 & 388.), pour le Vaisseau de 60 canons, que les plus grandes inclinaisons peuvent aller depuis

12 jusqu'à 15 degrés, en supposant les vents violents, & l'appareil de la voilure étant proportionné à sa force. Celles du Vaisseau de 70 canons seront, dans le même cas, de 10° $\frac{1}{2}$ à 13° $\frac{1}{8}$, attendu que les dimensions linéaires de ce dernier Vaisseau sont à celles du premier comme 8 est à 7. Les inclinaisons des Frégates de 20 canons seront de 14° $\frac{1}{8}$ à 17° $\frac{2}{3}$, en suivant le rapport des hauteurs du métacentre au-dessus du centre de gravité, qui, dans ce cas, est celui de 9 $\frac{1}{8}$ à 7 $\frac{3}{4}$; & enfin les inclinaisons du Vaisseau à trois ponts seront de 12° $\frac{1}{3}$ à 15° $\frac{1}{4}$, en suivant le même rapport, qui, pour ce Vaisseau, est celui de 9 $\frac{1}{8}$ à 8 $\frac{6}{7}$.

(544.) Cet excès de force, pour porter la voile, qu'ont les Vaisseaux par rapport aux Frégates, a fait croire à quelques Marins qu'on pourroit tirer parti de cet avantage pour améliorer la marche des Vaisseaux, en élevant leur mâture, & augmentant par-là leur appareil, étant persuadés, d'après les raisons exposées, que cette addition ne pourroit produire aucun inconvénient. Mais on verra plus loin, & on a même déjà démontré (442.) que l'action, les efforts, ou les moments d'inertie que souffrent les mâtures dans les roulis, sont à peu près comme les quarrés des hauteurs des métacentres au-dessus des centres de gravité, & comme les poids des mêmes mâtures: par conséquent, ces efforts seront extrêmement plus grands dans les grands Vaisseaux; ainsi, leurs mâtures, qui résistent seulement dans la raison de leurs poids, se trouvent très-exposées; attendu qu'elles opposent moins de résistance, dans la raison inverse des quarrés des hauteurs des métacentres. A quels terribles accidents ne seroit-on donc pas exposé, si on augmentoit la mâture, & combien ne seroit-elle pas davantage exposée à se rompre? C'est sur-tout ce qu'on doit éviter avec le plus grand soin.

(545.) Ayant déterminé la force d'un Vaisseau pour porter la voile, on peut trouver facilement celle d'un autre, qui différeroit un peu du premier dans son poids & dans son volume. Nous avons donné, dans l'*Art.* 391, la formule qui résulte de cette variation; & le dénominateur de cette formule renferme de plus le moment, ou le produit du volume ajouté, par la distance entre les centres de gravité du poids & du volume qu'on aura ajouté: en outre, ce même dénominateur contient encore la différence qui résulte dans le produit de la nouvelle hauteur du métacentre au-dessus du centre du nouveau volume, par ce même volume. Ainsi, *de deux Vaisseaux dont les mâtures & les appareils sont égaux, les forces pour porter la voile, seront comme le produit de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité, par le volume qu'occupe le premier Vaisseau, est au même produit,*

plus celui du volume qu'on ajouteroit au second Vaisseau, par la distance entre les centres de gravité du poids & du volume ajouté, plus encore la différence qui résultera dans le produit de la nouvelle hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume, par le même nouveau volume. Il faut observer que ceci est pour le cas où le centre du poids ajouté est plus bas que celui du volume ajouté : mais si, au contraire, le premier centre est plus haut que le second, le produit de ce volume ajoûté par la distance entre les deux centres, doit être retranché.

(546.) Si, au lieu d'une augmentation de poids & de volume, on supposoit une diminution, alors les deux quantités qui en résultent pour le second Vaisseau, doivent être retranchées, lorsque le centre de gravité du poids retranché est plus bas que celui du volume aussi retranché. Ce sera le contraire, si le centre de gravité du poids retranché est plus haut que celui du volume.

(547.) Si on ajoutoit du lest à un Vaisseau, ou qu'on le chargeât de quelque autre poids, comme, dans ce cas, la section horisontale faite par la superficie de l'eau, ne varie pas sensiblement, le produit de la nouvelle hauteur du métacentre au-dessus du centre du nouveau volume, par ce même volume, ne variera pas non plus (392.): ainsi, la seule augmentation qu'il y aura sera le moment, ou le produit du volume dont le Vaisseau seroit plus submergé, par la distance entre le centre de ce volume & celui du lest ajouté. Donc *les forces pour porter la voile*, avant & après avoir ajouté du lest, *seront entre elles comme le produit du volume que le Vaisseau déplaçoit dans son premier état, par la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité, est à ce même produit, plus celui du volume ajouté, par la distance entre les centres de ce volume & du poids ajouté:* ou, parce que les volumes sont comme les poids, *ces forces pour porter la voile seront entre elles comme le produit du poids de tout le Vaisseau, par la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité, est à ce même produit, plus celui du poids du lest ajouté, par la distance entre les centres de ce lest & du volume dont le Vaisseau se submerge davantage.* Par exemple, dans le Vaisseau de 60 canons, nous avons trouvé (166.) la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité de 9 pieds $\frac{1}{8}$, & (161.) son poids de 43750 quintaux : ainsi, le produit de ces deux quantités est 399219. Supposons maintenant qu'on augmente la charge de ce Vaisseau de 3600 quintaux, placés à 15 pieds au-dessous de la superficie de l'eau ; alors, comme la distance entre le centre de ce poids & celui du volume qui se submerge, pris dans la superficie de l'eau, est aussi des mêmes 15 pieds, le produit de cette distance

par le poids ajouté 3600 quintaux, sera de 54000; par conséquent, la force du Vaisseau pour porter la voile, dans le premier cas, sera à la même force, dans le second, comme 399219 est à 399219 plus 54000; ou, en réduisant, comme 175 est à 175 plus 24. La force du Vaisseau pour porter la voile, avec les 3600 quintaux de lest de plus, sera donc de $\frac{24}{175}$ plus forte que lorsque le Vaisseau étoit dans son premier état; & l'inclinaison du Vaisseau en sera d'autant moindre.

(548.) Il suit de là qu'*en ajoutant un poids au-dessous de la superficie de l'eau, le Vaisseau portera davantage la voile qu'auparavant*; &, par la même raison, qu'*en retranchant un poids au-dessus de la même superficie, le Vaisseau portera encore davantage la voile.* Ainsi, si l'on retranche, par exemple, un poids de 456 quintaux $\frac{1}{4}$ dans la mâture, les agrès & apparaux, & qu'on suppose que le centre de gravité de ce poids est élevé de 60 pieds au-dessus de la superficie de l'eau; comme le nombre 456 $\frac{1}{4}$ est le produit de 9 $\frac{1}{8}$ par 50, le moment qu'il produira sera le produit de 9 $\frac{1}{8}$ par 50 & par 60, ou de 9 $\frac{1}{8}$ par 3000: donc la force du Vaisseau pour porter la voile, sera par-là augmentée de $\frac{12}{175}$. Si nous supposons que le centre de gravité de toute l'artillerie, est élevé de 9 pieds $\frac{1}{8}$ au-dessus de la superficie de l'eau, & qu'on la rende plus légere de 1000 quintaux, le moment que produiroient ces 1000 quintaux seroit seulement le produit de 9 pieds $\frac{1}{8}$ par 1000, ou seroit seulement le tiers de celui qu'on a trouvé ci-dessus: donc l'augmentation de force pour porter la voile seroit seulement le tiers de $\frac{12}{175}$, ou de $\frac{4}{175}$; quantité qui ne mérite presque aucune considération. Ainsi, on se procure peu d'avantage dans la qualité de porter la voile par la diminution du poids de l'artillerie. On peut, en suivant le même procédé, soumettre à l'examen & au calcul tout autre cas qu'on voudra supposer.

(549.) Comme le produit d'un poids ajouté à la charge du Vaisseau, & placé au-dessous de la surface de l'eau, par sa distance à cette surface, exprime le moment dont la Stabilité, ou la force du Vaisseau pour porter la voile, est augmentée; & qu'au contraire, ce même produit exprime le moment dont la même force est diminuée, si, au lieu d'ajouter le poids, on le retranche: il s'ensuit que, *si on transporte un poids d'une hauteur à une autre, le produit de ce poids, par la distance verticale à laquelle on le transporte, exprimera le moment dont la force du Vaisseau pour porter la voile, sera augmentée, si on a placé le poids plus bas qu'il n'étoit, ou le moment dont cette force est diminuée, si on l'a placé plus haut.* Ainsi, ayant trouvé (514.) qu'en construisant de bois de sapin le Vaisseau de 60 canons, il entreroit 7000 quintaux de bois de moins dans sa

construction. Il est clair que c'est la même chose que si on retranchoit ce poids du centre de gravité de la coque du Vaisseau, lequel (161.) a été trouvé élevé de 11 pieds $\frac{2}{3}$ au-dessus de la face supérieure de la quille. Supposons maintenant que les mêmes 7000 quintaux soient remplacés par 7000 quintaux de lest, dont le centre de gravité soit élevé de 3 pieds au-dessus de la quille, & nous aurons 8 pieds $\frac{2}{3}$ pour la distance verticale à laquelle le poids a été transporté; ainsi, le moment dont la force du Vaisseau pour porter la voile sera augmentée, sera égal au produit de 7000 multiplié par 8 $\frac{2}{3}$, lequel produit est 60667. Si donc on vouloit que ce Vaisseau construit en sapin ne portât pas davantage la voile qu'il ne la portoit étant construit en chêne, on y parviendroit en diminuant le lest qu'on suppose ajouté, d'une quantité telle qu'étant multipliée par 15, distance du lest ajouté à la superficie de l'eau, il en résultât le même moment 60667. Cette quantité se trouve de 4044 quintaux $\frac{4}{9}$, lesquels étant retranchés des 7000 ci-dessus, il restera 2955 quintaux $\frac{5}{9}$; c'est la seule quantité de lest dont le Vaisseau a besoin pour avoir autant de force pour porter la voile que lorsqu'il étoit construit eu chêne; c'est ce que nous avons déjà dit à l'*Art.* 515.

(550.) Si on augmente le creux du Vaisseau, c'est-à-dire, si on augmente proportionellement les profondeurs de tous les points de la surface de la carene qui est submergée dans le fluide, on trouvera, par la même regle, la différence qui doit en résulter dans la force pour porter la voile. Supposons, pour un instant, que toute la carene ainsi augmentée soit submergée dans le fluide, parce qu'on auroit augmenté proportionnellement le poids correspondant; dans ce cas, le produit de la hauteur du métacentre au-dessus du centre du nouveau volume, par le même volume, ne várie nullement, à cause que la section faite à la superficie de l'eau ne change point. Donc il n'y a d'autre différence que le produit du poids ajouté, par la distance de son centre de gravité, à celui du volume ajouté, qui, dans ce cas, est le même que le centre de tout le volume du corps. Si donc toutes les profondeurs du Vaisseau de 60 canons recevoient une augmentation de $\frac{1}{10}$, son volume & son poids augmenteroient dans la même raison: le poids ajouté seroit donc de 4375 quintaux; & si son centre est placé 15 pieds au-dessous de la surface de l'eau, comme celui du volume est abaissé de 7 pieds $\frac{1}{6}$, il restera 7 pieds $\frac{5}{6}$ pour la distance entre les deux centres du poids & du volume ajoutés; & le produit 34271 de 4375 par 7 $\frac{5}{6}$ sera la quantité dont la force pour porter la voile augmentera. Ainsi, cette force, avant d'avoir augmenté les profondeurs du creux, sera

à la même force, après avoir fait cette augmentation, comme 399219 est à 399219 plus 34271; c'est-à-dire que cette force dans le second cas sera plus grande que dans le premier de $\frac{34271}{399219}$, ou à peu près de $\frac{86}{1000}$.

(551.) Mais il faut observer que tout le poids 4375 quintaux ne peut pas se considérer comme lest placé à 15 pieds au-dessous de la superficie de l'eau; il faut tenir compte du bois qu'il faut nécessairement ajouter pour l'augmentation de la carene; les couples sont plus longs de toute l'augmentation qu'on donne au creux, & le nombre des bordages est plus grand. Supposons que l'augmentation de poids, provenant de celle du bois, soit de 1200 quintaux, & que son centre soit abaissé de 10 pieds au-dessous de la superficie de l'eau: alors, dans cette supposition, en soustrayant 7 pieds $\frac{1}{2}$ de ces 10 pieds, il restera 2 pieds $\frac{1}{2}$ pour la distance entre les centres de gravité du poids & du volume ajouté; & le produit 3400 de 1200 par 2 $\frac{1}{2}$, sera le moment qui résulte de la quantité de bois ajouté. Ces 1200 quintaux étant maintenant retranchés des 4375, trouvés ci-dessus, il restera 3175 pour la quantité de lest qu'on doit ajouter, laquelle, étant multipliée par 7 $\frac{1}{2}$, donnera le moment 24871; & ce dernier nombre étant ajouté à 3400, donnera pour le moment total 28271; moment qui est de 6000 plus petit qu'on ne l'avoit trouvé ci-dessus. La force pour porter la voile dans le second cas, ne sera donc plus grande qu'elle n'étoit dans le premier que de $\frac{28271}{399219}$, ou à peu près de $\frac{71}{1000}$.

(552.) En suivant la même regle, on peut disposer le Vaisseau de maniere qu'il n'ait pas plus de force pour porter la voile, qu'il n'en avoit auparavant. Il ne faut, pour cela, que lui ôter une quantité de lest nécessaire pour produire un moment de 28271, dont la force pour porter la voile a été augmentée. Le volume qu'on enleve, dans ce cas, est celui dont le Vaisseau sortira de l'eau à la superficie de celle-ci; par conséquent, son centre peut être considéré comme à peu près dans la même superficie; & le moment sera le produit du lest qu'on doit ôter par la distance de son centre à la superficie de l'eau; distance qui, dans le cas présent, est de 15 pieds. Divisant donc les 28271 par 15, il vient au quotient 1885 quintaux; c'est la quantité de lest qu'on doit retrancher. Cette quantité 1885 quintaux étant donc soustraite des 3175 ci-dessus, le reste, 1290 quintaux, exprimera la quantité de lest qui est seulement nécessaire, pour que, dans ce second cas, le Vaisseau ait autant de force pour porter la voile que dans le premier; la batterie se trouvera par-là plus élevée

de toute l'épaisseur du volume qui correspond aux 1885 quintaux ; c'est-à-dire, d'environ 6 pouces.

(553.) Ce qu'on vient de dire de l'augmentation du creux, ou de celle du volume qui en est une conséquence, & que nous avons considéré comme placé au centre du volume de tout le Vaisseau, doit s'entendre de même de tout autre volume qu'on ajouteroit dans les fonds du Vaisseau, sans toucher à la section horisontale faite à la superficie de l'eau. Il ne faut que considérer où se trouve le centre de ce volume ajouté, & sa distance au centre du poids qu'on ajoute ; multipliant ensuite cette distance par le poids ajouté, le produit sera le moment dont la force du Vaisseau pour porter la voile sera augmentée, dans le cas où le centre du poids est plus bas que celui du volume ; & au contraire, il marquera le moment dont cette même force sera diminuée, si le premier centre est plus haut que le second.

(554) De-là il suit clairement que *si le poids ajouté se place au centre du volume ajouté, la force du Vaisseau pour porter la voile n'en sera ni augmentée ni diminuée, quoiqu'on ait augmenté ses fonds, ou son volume.*

(555.) Il suit pareillement que *si on augmente le volume dans une partie, & qu'on le diminue dans une autre de la même quantité, la force du Vaisseau pour porter la voile sera augmentée, si le volume ajouté est plus élevé que le volume retranché, & elle sera diminuée dans le cas contraire.* Car si l'on suppose que le poids correspondant au volume ajouté, soit placé en quelque endroit plus bas que le même volume, le moment qui en résultera sera le produit de ce poids, par sa distance au centre du volume ajouté ; duquel il faudroit soustraire le produit de ce même poids, par sa distance au centre du volume retranché : par conséquent, la différence de ces deux produits exprime, comme on voit, le produit du poids par la distance entre les centres des volumes ajouté & retranché.

(556.) Ceci fait voir combien il est important pour augmenter la force des Vaisseaux pour porter la voile, d'élargir ou de renfler les couples de proue & de poupe dans le voisinage de la flottaison, & de diminuer, c'est-à-dire, de rendre plus fins par le bas les couples du milieu. Car dans ce cas le volume ajouté étant plus élevé que le volume retranché, la force du Vaisseau pour porter la voile en doit être augmentée.

(557.) En augmentant la longueur du Vaisseau, la coque & le volume submergé dans le fluide augmentent proportionnellement ; & le centre de gravité du poids du bois ajouté coïncide,

à peu près, avec le centre du total de la coque; lequel, dans le Vaisseau de 60 canons, est élevé (161.) au-dessus de la quille de 11 pieds $\frac{2}{3}$. Le centre du volume ajouté coïncide pareillement avec celui de tout le volume submergé, lequel, dans le même Vaisseau est abaissé de 7 pieds $\frac{1}{6}$ au-dessous de la superficie de l'eau, ou, ce qui revient au même, est élevé de 10 pieds $\frac{5}{6}$ au-dessus de la quille. Le poids de la coque a été trouvé dans le même *Art.* 161 de 27125 quintaux: donc si l'on augmente la longueur de $\frac{1}{10}$, il y aura 2712 quintaux $\frac{1}{2}$ d'augmentation de bois. Mais le poids total du Navire est de 43750 quintaux, donc il faudra ajouter 4375 quintaux pour caler le Vaisseau jusqu'à sa ligne d'eau primitive; & par conséquent il faudra augmenter le lest de 1662 quintaux $\frac{1}{2}$. Le moment, ou l'augmentation de la force du Vaisseau pour porter la voile, consistera donc dans le produit 13023 de ces 1662 quintaux $\frac{1}{2}$, par la distance de leur centre de gravité au centre du volume, laquelle (550.) est de 7 pieds $\frac{5}{6}$; & aussi dans le produit 2260 des 2712 quintaux $\frac{1}{2}$ de bois par la distance de leur centre de gravité au centre de volume, laquelle est de 11 $\frac{2}{3}$ moins 10 $\frac{5}{6}$, ou de $\frac{5}{6}$. Mais comme le centre du volume est plus bas que celui des 2712 quintaux $\frac{1}{2}$ de bois; ce dernier produit doit être retranché du premier, & il reste seulement 10763, pour le moment avec lequel la force du Vaisseau pour porter la voile sera augmentée. De plus, en augmentant la longueur, on augmente proportionnellement le produit de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume multipliée par le même volume. Or, en réduisant ce volume en quintaux de poids, comme nous l'avons fait pour les autres quantités, le produit de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume par le poids total du Vaisseau, est (154.), pour le Vaisseau de 60 canons, le produit de 11 $\frac{1}{2}$ par 43750, ou 503125, dont la dixieme partie 50312 $\frac{1}{2}$, est le moment dont, à cet égard, la force du Vaisseau pour porter la voile est augmentée. Joignant donc ce moment avec celui trouvé ci-dessus 10763, on aura 61075 pour le moment total dont la force du Vaisseau pour porter la voile sera augmentée: & par conséquent, cette force avant l'augmentation de la longueur sera à la même force après l'augmentation, comme 399219 est à 399219 plus 61075. Ainsi, la force pour porter la voile dans le second cas sera plus grande que dans le premier de $\frac{61075}{399219}$, ou à peu près de $\frac{3}{20}$.

(558.) Si on veut que le Vaisseau n'ait pas plus de force pour

porter

porter la voile qu'il n'en avoit auparavant, on divisera le moment 61075 par 15, distance de la superficie de l'eau au centre du lest qu'il faudra retrancher, & le quotient 4071 $\frac{2}{3}$ exprimera le nombre des quintaux qu'il faut retrancher. Dans ce cas, le Vaisseau, en conservant la même force pour porter la voile, aura sa batterie plus élevée de 8 pouces au-dessus de la surface de l'eau.

(559.) On peut faire le calcul de la même maniere, en supposant qu'on allonge le Vaisseau dans quelqu'une de ses parties. Supposons, par exemple, qu'on l'allonge de 10 pieds dans son milieu, en faisant, dans cet espace de 10 pieds, tous les couples égaux au maître couple; alors, comme l'aire du maître couple qui est submergée dans le fluide, est de 620 pieds quarrés, le volume submergé sur la longueur de 10 pieds, sera de 6200 pieds cubiques, qui équivalent à un poids de 3952 quintaux. Le poids du bois qui entrera de plus dans la construction de cette longueur, sera de 1800 quintaux; son centre de gravité sera élevé à peu près de 11 pieds au-dessus de la face supérieure de la quille, ou abaissé de 7 pieds au-dessous de la superficie de l'eau; & celui du volume ajouté étant abaissé de 8 pieds au-dessous de la même superficie, il y a une différence d'un pied, laquelle étant multipliée par 1800, donnera 1800 de moment; c'est l'expression de la diminution de force pour porter la voile qui résulte du poids du bois. Retranchant maintenant les 1800 quintaux ci-dessus du poids entier 3952, il restera 2152 quintaux, lesquels expriment la quantité de lest qu'on doit ajouter. Multipliant cette même quantité par 7, distance à laquelle on le suppose placé au-dessous du centre du volume ajouté, on aura 15064 pour le moment dont la force pour porter la voile est augmentée. Donc en retranchant de ce moment le moment 1800, qui est négatif, il restera 13264 pour l'expression du moment réel dont la force pour porter la voile est augmentée. En outre, si nous nous servons de la méthode exposée dans l'*Art.* 151, pour trouver la hauteur du métacentre au-dessus du centre de volume, nous trouverons que le produit de cette hauteur, par le même volume, doit augmenter, dans le cas dont s'agit ici, à peu près de $\frac{1}{6}$, ou de 65391. Ce moment étant ajouté à celui de 13264 qu'on a trouvé ci-dessus, on aura une somme de 77655: par conséquent, la force du Vaisseau pour porter la voile sera augmentée de $\frac{77655}{399219}$, ou, à fort peu près de $\frac{1}{5}$. Ceci fait voir combien on augmente la Stabilité du Vaisseau, en faisant un certain nombre de couples égaux au maître couple; car, dans le cas de l'*Article* précédent, où l'on a augmenté proportionnellement toute la longueur du Vaisseau

de $\frac{1}{10}$, ou de 15 pieds, il n'en a réſulté que $\frac{3}{10}$ d'augmentation dans la Stabilité, tandis que dans celui où la longueur a été ſeulement augmentée de 10 pieds, la Stabilité a été augmentée des $\frac{4}{10}$; & ſi l'allongement avoit été fait de 15 pieds, la Stabilité eût été augmentée des $\frac{6}{10}$, quantité double de celle de l'*Article* précédent.

(560.) Si on vouloit que le Vaiſſeau, après avoir été augmenté de 10 pieds en couples égaux au maître couple, n'eût, pour porter la voile, que la même force qu'il avoit auparavant, on diviſeroit les 77655 de moment par 15, diſtance de la ſuperficie de l'eau au centre du leſt qu'il faudra retrancher, & le quotient 5177 ſera le nombre de quintaux de leſt à retrancher. Dans ce cas, le Vaiſſeau, en conſervant la même force pour porter la voile, aura ſa batterie plus élevée au-deſſus de l'eau d'environ 11 pouces. Il faut remarquer, dans ce cas, que le Vaiſſeau ne portant, dans ſon premier état (161.), que 4935 quintaux de leſt, ce nombre étant joint aux 1800 quintaux, qui (559.) ont été auparavant ajoutés, le total ſera de 6735, duquel retranchant 5177, il reſtera ſeulement 1558 ; c'eſt la quantité de leſt avec laquelle le Vaiſſeau naviguera, en portant la voile avec la même force qu'auparavant.

(561.) Par la même méthode, on réſout également le cas dans lequel on voudroit augmenter la largeur du Vaiſſeau ; mais, comme on ſuppoſe qu'alors on augmente l'appareil dans la même proportion, il eſt néceſſaire d'avoir égard à cette circonſtance qui diminue beaucoup la Stabilité. Suppoſons donc que l'augmentation de la largeur ſoit de $\frac{1}{10}$, & que l'augmentation du bois qui en réſulte ſoit dans la même proportion, le centre de gravité de cette quantité de bois ajouté étant le même que celui de la coque : mais, comme cette variation n'altere en rien le centre de volume, la Stabilité qui réſultera de l'augmentation du bois & du leſt, ſera, comme dans le cas de l'augmentation de la longueur (557.), de 10763. Le produit de la hauteur du métacentre au-deſſus du centre de volume, par le même volume, eſt, dans ce cas, comme les cubes des largeurs (153.), ou comme 1000 eſt à 1331, & l'augmentation ſera, par conſéquent, comme 1000 eſt à 331 : donc le produit 503125 augmentera maintenant de 166534. Ajoutant à cette augmentation les quantités 10763, & 399219, la ſomme ſera de 566753. Diviſant enſuite cette ſomme par 1331, & le nombre 399219 par 1000, ces deux diviſeurs exprimant la raiſon des cubes des largeurs, ou les moments des apppareils, on trouve enfin que la force du Vaiſſeau pour porter la voile avant l'augmentation de la largeur, eſt à la même force après cette augmen-

tation, comme 399219 est à 433145 : d'où l'on conclura que l'augmentation de cette force est à peu près de $\frac{17}{200}$.

(562.) On peut, sans augmenter la largeur principale du Vaisseau, ou sa plus grande largeur au maître couple, augmenter toutes les largeurs des autres couples. Dans ce cas, comme les Marins sont dans l'usage de regler leur appareil sur la largeur du maître couple, il restera toujours le même, & cependant la Stabilité augmentera beaucoup. Si nous supposions, par exemple, qu'on eût donné au Vaisseau des largeurs telles, qu'il en résultât une augmentation de la moitié de celle du cas précédent, ou qui fût la moitié de 167534, différence de 566753 à 399219, la force pour porter la voile, ou la Stabilité, avant l'augmentation des largeurs, seroit à la même Stabilité après cette augmentation, comme 5 est à 7, à fort peu près : & l'augmentation de cette force seroit de $\frac{2}{7}$; quantité double de la plus grande que nous ayons trouvée précédemment.

(563.) On voit, d'après cela, combien il importe pour obtenir une bonne Stabilité, que le Vaisseau ait une largeur suffisante dans ses extrêmités de poupe & de proue. Nous avons fait voir aussi dans l'*Article* 393, que si le corps du Vaisseau étoit composé de deux prismes triangulaires, il prendroit plus de 4 fois davantage d'inclinaison qu'un autre Vaisseau de la forme d'un parallélipipede rectangle, ces deux Vaisseaux étant cependant de la même longueur & largeur, & du même volume ; cette très-grande différence vient des plus grandes largeurs du parallélipipede à ses extrêmités.

(564.) Enfin, en examinant tout ce qui est relatif à la Stabilité, ou à la force du Vaisseau pour porter la voile, il est essentiel de considérer un cas qui mérite la plus sérieuse attention ; c'est celui où le vent étant fort, le Vaisseau vient à *coëffer*. Nous avons démontré, dans l'*Article* 390, que si la vîtesse du vent étoit de 60 pieds par seconde, le corps du Vaisseau pouvoit s'incliner de 35 degrés, & que l'eau pouvoit arriver un pied plus haut que les seuillets des sabords de la seconde batterie. Il est donc absolument nécessaire de prendre toutes ses précautions pour prévenir cet accident, qui peut avoir les suites les plus dangereuses, parce que le Vaisseau étant dans cet état, l'effort, même médiocre, d'un coup de mer pourroit occasionner sa perte totale.



CHAPITRE IV.

De la Marche & du Rumb de vent que suivent les Vaisseaux.

PLANC. IX. (565.) Nous avons examiné fort en détail ce qui regarde la marche, ou le mouvement progressif des Vaisseaux (*Liv. IV*, *Chap. I.*). Nous avons considéré ce mouvement comme composé de deux actions, l'une directe, ou dans le sens de la quille, & l'autre latérale, ou perpendiculaire à la premiere. Nous avons distingué les produits de ces deux actions, & celle qui en est composée, en nommant l'une, vîtesse directe, la seconde, vîtesse latérale, & la troisieme, vîtesse oblique; & outre ces trois vîtesses, nous en avons considéré une autre, qui est celle avec laquelle le Vaisseau s'éleve, ou gagne dans le vent; vîtesse dont la connoissance n'est pas moins essentielle que celle des trois autres. De toutes ces vîtesses, nous n'avons calculé que la premiere, parce qu'étant une fois connue, on en conclud facilement les deux autres. Mais, comme la formule qui la détermine est extrêmement compliquée (343.), ce qui la rend difficile à être entendue & expliquée avec la clarté qui conviendroit, nous nous contentons ici de tâcher de la faire entendre par une construction géométrique.

FIG. 53. (566.) Supposons que *QA* représente la quille du Vaisseau, *VE* la vergue, *VIE* la voile, & *JC* la direction du vent. Par les extrêmités *V* & *E* de la voile, soit mené les deux tangentes *VB*, *EB*, & la ligne *BD* qui divise l'angle *VBE* en deux parties égales; ayant ensuite tiré une ligne quelconque *FO* perpendiculaire à la quille *QA*, on prendra sur cette ligne les parties *GO*, *GH*, dans la raison des quantités constantes, qui, multipliées par les vîtesses latérale & directe, donnent les résistances correspondantes latérale & directe. Or, on a calculé ces quantités dans le *Chapitre V du Livre II*, & l'on a trouvé (187.), pour le Vaisseau de 60 canons, qu'elles étoient 3316 & 294. Ainsi, pour ce Vaisseau, on aura *GO* est à *GH*, comme 3316 est à 294, & la même proportion aura lieu pour tout autre Vaisseau qui lui sera semblable. Du point *H* soit abaissé la ligne *HK* perpendiculaire sur *BD*, laquelle coupera la quille en *M*; par ce point, tirant la ligne *OML*, & ensuite la ligne *CLF* qui lui soit perpendiculaire, cette derniere ligne sera le Rumb de vent que suivra le Vaisseau.

(567.) Maintenant, pour trouver sa vîtesse, on formera sur *GO* & *GH* les deux triangles rectangles *GNO*, *GPH*; de sorte que *GN* soit parallele à *KH*; ensuite sur *VE* prolongée, on prendra *CR* égale à *GN*, & on abaissera sur *CI* & sur *CQ* les perpendiculaires *RS*, *RT*. Cela fait, on prendra *TX* égale à *GP*, l'on fera *GU* telle que cette droite soit à *GO* comme la vingtieme partie du nombre des pieds quarrés de la surface de la voilure qui est déployée (280), diminuée dans la raison de l'arc au sinus de la moitié de l'angle *ZBE*, est à la quantité constante, qu'on a dit être de 3316 pour le Vaisseau de 60 canons. De plus, soit tiré *UH*, & soit formé en *O* l'angle *GOW* égal à *GUH*; & faisant enfin *XY* égal à *GW*, cette construction donnera *YR* est à *RS*, comme la vîtesse du vent est à la vîtesse directe du Vaisseau. De cette sorte, ayant tiré la ligne *YS*, si l'on prend *Ya* égale au nombre de pieds que le vent parcourt dans une seconde, & si l'on tire *ab* parallele à *RS*, la droite *ab* exprimera le nombre de pieds que le Vaisseau parcourra directement, aussi dans une seconde, c'est-à-dire, suivant la direction *CQ* de la quille. Prenant donc ensuite sur *CQ* la partie *Cd* égale à *ab*, & élevant la perpendiculaire *de*, la partie *Ce* sera la vîtesse oblique, & *de* sera la vîtesse latérale du Vaisseau.

(568.) Si du point *C* on éleve la ligne *Cf* perpendiculaire à la direction *IC* du vent; & si l'on abaisse sur cette ligne la perpendiculaire *ef*, alors *fe* exprimera la quantité dont le Vaisseau gagne dans le vent.

(569.) Cette construction peut aussi servir pour déterminer les avantages qui peuvent résulter de la variation de quelques-unes des quantités, lignes, ou angles dont elle dépend. Si les deux lignes *YR* & *RS* ne varioient pas, comme il paroît au premier coup d'œil qu'elles ne devroient pas varier, la quantité & la disposition de l'appareil étant les mêmes, les vîtesses du Vaisseau seroient comme celles du vent: mais le vent venant à augmenter, la courbure des voiles déjà plus grande sous le vent augmentera à l'égard de celle qui a lieu dans la partie du vent; & par conséquent, la direction *DB* tombera plus sous le vent. L'angle *QDB*, & son égal *NGO* augmenteront, ce qui diminuera *GN*, & son égale *CR*; & quoique cette diminution ne fasse pas varier la raison de *SR* à *RX*, parce que ces deux droites diminuent proportionnellement, cependant comme la quantité *XY* demeure constante, il s'ensuit que la raison de *SR* à *RY* qui est celle dans laquelle doivent être les vîtesses du Vaisseau & du vent,

doit nécessairement devenir plus petite. Cette différence peut être diminuée en ayant soin de diminuer, autant qu'il sera possible, la courbure de la voile, laquelle dépend beaucoup de sa largeur & de la qualité de la toile dont elle est faite.

(570.) Si on augmente la quantité de voilure, *GU* augmentera dans la même raison, & *GW*, ou son égale *XY* diminuera dans la raison inverse de celle suivant laquelle doit augmenter la raison de *SR* à *RY*, ou la raison des vîtesses du Vaisseau & du vent; mais comme *RS* demeure constante, les vîtesses du Vaisseau seront en raison inverse des *RY*. Si nous supposons, par exemple, que les trois lignes *SR*, *RX*, & *XY*, sont entr'elles comme 3, 5, & 4, comme elles le sont en effet, à peu près, lorsque le Vaisseau va à la bouline avec tout son appareil, en diminuant *XY* de $\frac{1}{8}$, diminution qui équivaut à l'augmentation de voilure des deux perroquets, *XY* sera comme $\frac{7}{2}$, & la vîtesse du Vaisseau dans le premier cas sera à sa vîtesse dans le second, comme 8 $\frac{1}{2}$ est à 9, ou comme 17 est à 18: de sorte que sur chaque 17 milles il y aura un mille d'augmentation, la voilure étant augmentée de $\frac{1}{8}$.

(571.) La variation de l'angle que forme la vergue avec la quille, est celle qui affecte plus sensiblement la vîtesse du Vaisseau. On a traité cet objet d'une maniere fort étendue, dans le *Chapitre II du Livre IV*, & on a démontré les avantages qu'on peut tirer de la disposition des voiles; de sorte que ces avantages peuvent être tels que les Bâtiments parviennent enfin à marcher plus vîte que le vent. En effet, si au lieu de disposer l'appareil de façon que les vergues forment l'angle *QCE* de 40°, comme le disposent les Marins dans le cas où l'on cingle à la bouline, on le disposoit de maniere que cet angle fût seulement de 28 à 29°, on voit bien, en suivant les regles prescrites, que *SR* devient plus grand dans la seconde disposition, & que *RY* devient plus petite; par conséquent, la vîtesse du Vaisseau doit aussi devenir beaucoup plus grande à l'égard de celle du vent. On pourroit croire, par la même raison, qu'en diminuant encore davantage cet angle, la vîtesse du Bâtiment iroit toujours en augmentant; mais cependant il n'en est pas ainsi: cette augmentation a une limite ou un *maximum*, passé lequel la marche diminue. Car il est clair que si la droite *DB* parvient à être perpendiculaire à la quille *QA*, *GN* coïncidera avec la même quille, que même elle s'évanouira, le point *N* tombant sur le point *G*, & de même le point *R* sur *C*, ce qui rend *SR* égale à zéro; &

quoique la droite RX s'évanouisse en même temps, XY demeure constante, & la relation de SR à RY, ou de la vîtesse du Bâtiment à celle du vent est infiniment petite. PLANC. IX.

(572.) On a trouvé (364.) que ce *maximum* avoit lieu pour le Vaisseau de 60 canons, lorsque l'angle QCE est de 28° 47', dans le cas où ce Vaisseau cingle à la bouline, avec tout son appareil déployé; & on a dit au même endroit, qu'on ne pouvoit obtenir ce *maximum*, à cause que les haubans & l'étai ne permettent pas de faire cet angle QCE beaucoup moindre que de 40°. Dans les Bâtiments à voiles latines, on peut, sans le moindre embarras, former cet angle de la grandeur nécessaire; &, dans le cas du vent largue, il est évident qu'on peut aussi le former dans les Vaisseaux. Dans la supposition que la direction du vent forme avec la quille un angle ouvert par la poupe de 46°, nous avons trouvé (363) qu'avec 17680 pieds quarrés de voilure, l'angle QCE doit être de 50° 11', tandis que les Marins le forment de 70°; d'où l'on a conclu que la vitesse du Vaisseau, dans le cas de la meilleure disposition, est à la vîtesse qui résulte de la pratique des Marins, comme 71 est à 64, c'est-à-dire qu'elle est presque de $\frac{1}{9}$ plus grande. FIG. 55.

(573.) Cette disposition avantageuse des angles n'est pas cependant constante, comme l'ont cru jusqu'à présent les Géometres; elle dépend de la quantité de voilure qui est déployée. Car on a vu, dans le même *Article* 363, que dans le même cas de vent largue, le Vaisseau naviguant avec seulement la grande voile & la misaine; c'est-à-dire, ne portant que 5300 pieds quarrés de voilure, on a vu, dis-je, que cet angle doit être de 56° 21', au lieu 50° 11'; & le Vaisseau cinglant à la bouline (364.), il doit être de 40° 42', comme le font à peu près les Marins; de sorte que *plus la quantité de voile déployée est grande, plus l'angle que forme la vergue avec la quille doit être petit.*

(574.) Cet angle dépend encore de la relation entre GO & GH (361.); de sorte que *plus* GH *sera petit à l'égard de* GO, *plus l'angle que forme la vergue avec la quille doit être petit; & par conséquent, plus le Bâtiment sera fin, ou plus la relation entre les quantités constantes qui, multipliées par les vîtesses directe & latérale, expriment les résistances directe & latérale, sera petite, plus aussi cet angle sera petit.* Les vergues d'un Chebec doivent, par conséquent, former avec sa quille un angle plus petit que celles d'un Vaisseau; & les vergues d'une Galere, ou d'une Goëlette * doivent encore former un angle plus petit que celles d'un Chebec.

* En Espagnol *Gelota*.

(575.) Le même angle doit également diminuer (361.) lorsque la différence entre les angles *QCE* & le complément de *BDQ* qui résulte de la courbure plus ou moins grande de la voile, diminue; de sorte que *moins la courbure de la voile sera grande du côté sous le vent à l'égard de la courbure du côté du vent, plus cet angle doit être petit.* Ainsi, cet angle doit dépendre encore de la qualité & de la tension de la voile. Toutes ces considérations font qu'il est difficile de donner une solution aussi simple & aussi facile pour la pratique qu'il seroit à desirer. Le plus court sera de suivre le calcul tel qu'on l'a exposé depuis l'*Art.* 360 jusqu'à l'*Art.* 364.

(576.) Dans l'analyse que nous faisons de tout ce qui concerne la marche du Vaisseau, il est nécessaire que nous ayons égard à la nature de sa construction; c'est-à-dire, à la raison dans laquelle se trouvent les lignes *GO* & *GH*, qui est celle des quantités constantes qui, multipliées par les vîtesses correspondantes, expriment les résistances latérale & directe. Supposons que *GH* devienne plus petite; dans ce cas, l'angle *GUH*, & son égal *GOW*, seront aussi plus petits; de sorte que *GW*, ou son égale *XV*, sera toujours comme *GH*. Ainsi, à mesure que *GH* diminue à l'égard de *GO*, *YR* diminuera pareillement à l'égard de *RS*; & par conséquent, la raison de *SR* à *RY*, laquelle est celle des vîtesses du Vaisseau & du vent, deviendra plus grande. La droite *XT* égale à *GP* doit également diminuer; donc, par ces deux raisons réunies, la relation de *SR* à *RY* doit devenir plus grande. La droite entiere *TY* diminue donc dans la même raison que *GH*; & comme *SR* demeure constante, les vîtesses des Vaisseaux seront dans la raison inverse des *RY*, quantités qui dépendent de la constante *RT*, & des *TY*, qui sont comme les *GH*. D'après cela, il faut conclure que, si, dans le Vaisseau de 60 canons, pour lequel nous avons trouvé que *GO* est à *GH*, comme 3316 est à 294, & dans lequel *RT* est à peu près égale à *TY*, nous augmentons la longueur de $\frac{1}{10}$, la ligne *GH* sera aussi plus petite de $\frac{1}{10}$, sans aucune différence sensible: donc la premiere vîtesse sera à la seconde, comme 2 moins $\frac{1}{10}$ est à 2, ou comme 19 est à 20: de sorte que, pour chaque 19 milles, le Vaisseau parcourra un mille de plus. Si, en considération de l'augmentation de la longueur, & par conséquent de l'augmentation de la capacité, on jugeoit à propos de retrancher une certaine partie du lest pour que la force du Vaisseau pour porter la voile fût la même qu'auparavant l'augmentation de la longueur; alors *GH* diminueroit encore de quelque chose; mais on retireroit très-peu d'avantage de cette derniere opération, attendu qu'on a

a démontré (356.) que le Vaiſſeau étant calé de 6 pouces de plus ou de moins, il n'en réſulte que $\frac{1}{300}$ de différence dans ſa vîteſſe, ce qui équivaut à $\frac{3}{1000}$ de milles par heure; quantité abſolument négligeable. C'eſt pour cette raiſon, & d'un autre côté, parce que le défaut de ſtabilité peut être très-préjudiciable, qu'on a dit que le Vaiſſeau doit être toujours ſubmergé de toute la quantité qui eſt néceſſaire pour lui procurer une ſtabilité ſuffiſante.

(577.) Non-ſeulement la marche du Vaiſſeau varie, par les changements qui arrivent à la raiſon de *GO* à *GH*; mais la même choſe arrive encore, en partie, lorſque ces quantités diminuent, quoiqu'elles conſervent entre elles la même raiſon; parce qu'alors non-ſeulement les autres quantités diminuent dans la même raiſon, mais encore parce que *GW* varie dans la raiſon doublée de cette raiſon, comme on peut le voir dans l'*Art.* 357.

(578.) De la combinaiſon de ces trois quantités, la longueur, la largeur & le creux, on a déduit (358.) que, conſervant au Vaiſſeau la même capacité, plus la longueur ſera grande, & les deux autres dimenſions petites, plus la vîteſſe ſera grande. Mais ſi on conſerve la même longueur, & qu'on augmente une des deux autres dimenſions, en diminuant l'autre à proportion, le Navire d'une plus grande largeur, & d'un moindre creux, marchera avec plus de vîteſſe, d'un vent largue; & celui d'une moindre largeur, & d'un plus grand creux, marchera mieux avec des vents près: bien entendu qu'on ſuppoſe, dans les deux cas, les appareils proportionnels aux largeurs. Cette théorie a été confirmée bien des fois par la pratique.

(579.) L'expérience n'a pas moins confirmé ce que nous avons démontré dans l'*Art.* 359, & que nous avons déduit des réſiſtances qu'éprouvent les carenes des Vaiſſeaux, à raiſon de ce que le fluide ceſſe d'être de niveau; & nous avons fait voir (359.) que cet effet eſt plus grand dans les petits Vaiſſeaux à proportion que dans les grands. Ainſi, il réſulte delà que, quoique ſans cette circonſtance, les petits Vaiſſeaux duſſent être meilleurs voiliers, cependant ils le ſont moins, à meſure que la vîteſſe, & par conſéquent la dénivellation, augmente, & par conſéquent, dans les bâtiments ſemblables & ſemblablement diſpoſés, les petits marcheront mieux avec un petit vent, & les grands avec un vent violent.

(580.) Enfin, la marche du Vaiſſeau dépend auſſi de la courbure plus ou moins grande de la voile du côté ſous le vent, à l'égard de celle qu'elle a du côté du vent; parce que plus cette courbure ſera grande, plus auſſi l'angle *BDQ* le ſera, de même que ſon égal *NGO*; *GN* & ſon égale *CR* deviendront plus petites: & quoique *RS* & *RX* diminuent, dans la même raiſon, *XY* demeurera conſtante, & par conſéquent, la raiſon de *SR* à *RY*, ou des vîteſſes du Vaiſſeau &

PLANC. IX. du vent, sera plus petite. Il paroît que c'est de ce principe que provient la différence que les Marins ont observée entre les effets que produisent les voiles hautes & les basses, les premieres produisant un plus grand effet que les secondes. Car, comme on ne porte les voiles hautes qu'avec des vents foibles, leurs courbures, dans ces cas, sont moindres, & par conséquent, leurs effets sont plus grands; au contraire, les basses voiles, ou les voiles majeures, qu'on porte par des vents très-violents, prennent des courbures très-considérables, & ne peuvent produire des effets analogues à ceux qu'elles produiroient par des vents foibles; mais, en supposant les circonstances les mêmes, ou que le temps soit le même, alors des voiles égales, & disposées de la même maniere, produisent des effets égaux, à moins qu'en vertu de leur qualité différente, elles ne prennent aussi des courbures differentes.

(581.) Quoique, dans tout ce qu'on vient de dire, on ait examiné & analysé tous les résultats qui peuvent naître de la variation des différentes quantités qui concourent à la détermination de la vîtesse, ou de la marche du Vaisseau; il nous paroît cependant qu'il ne peut manquer d'être très-intéressant pour les Marins de connoître quel est le vent qui doit faire cingler le Vaisseau avec la plus grande vîtesse. Car, quoique la pratique ait fait connoître que c'est le vent largue qui produit cet effet, on a cru, & l'on croit encore, que cela vient de ce qu'on peut employer un plus grand nombre de voiles lorsqu'on navigue vent largue, que naviguant vent arriere; & l'on étoit loin d'imaginer que la même chose arrivoit en faisant servir utilement les mêmes voiles dans l'un & l'autre cas, comme nous l'avons démontré ci-devant (365 & 366.). Nous avons donné, dans ces deux *Art.*, une nouvelle formule pour trouver l'angle *JCA* que la direction du vent doit faire avec la quille, pour que le Vaisseau marche avec la plus grande vîtesse qu'il est possible, laquelle fournit la construction suivante. Sur un triangle rectangle quelconque *GNO* soit pris *Hg* égal *WG* plus *GH*, & des points *H* & *g* soit tiré les droites *Hh*, *gb* paralleles à *GN*; ayant ensuite décrit le demi-cercle *hkO*, soit tiré *hk*, & l'on aura l'angle *bhk* égal à l'angle *ACJ*. L'angle *JCE* que la vergue *VE* doit former avec la direction *JC*, doit être droit, pour que le Vaisseau acquiere la plus grande vitesse possible.

FIG. 55.

FIG. 53 & 55.

(582.) Cette direction est donc variable, quoique dans le même Vaisseau, parce qu'elle dépend de *WG*, qui est en raison inverse de la quantité de voiles que le Vaisseau porte déployée. A mesure que cette quantité augmente, les quantités *GW* & *Hg* diminuent, & l'angle *Ohk*, ou son égal *ACJ*, devient plus grand. Au contraire, en diminuant de voile, *GW* & *Hg* augmentent, & les angles diminuent jusqu'à ce que le point *g* tombant sur *O*, ils s'évanouissent, & le vent arriere est alors le plus avantageux. Nous

avons trouvé (367.), pour le Vaisseau de 60 canons, qu'avec 17680 pieds quarrés de voilure, qui sont la seule étendue utile, naviguant vent largue, nous avons trouvé, dis-je, que l'angle *ACJ* doit être de 41° 56'; & le même Vaisseau portant seulement une voilure de 8934 pieds quarrés *, on a vu que cet angle devient zéro, & que c'est alors le vent arriere qui est le plus avantageux. On a dit encore dans l'*Article* 350, qu'en naviguant vent arriere, le Vaisseau peut porter utilement 12950 pieds quarrés de voilure. Si on vouloit naviguer avec cette voilure, en employant l'angle *ACJ* le plus avantageux qui lui correspond, on trouveroit cet angle de 32° pour le même Vaisseau de 60 canons; & l'augmentation de vîtesse qui résulteroit de l'emploi, cet angle ne seroit que de $\frac{1}{71}$. Mais, si la différence est si petite dans un Vaisseau, il n'en est pas de même dans une Embarcation plus fine, comme une Galere, ou un Chebec, parce que, dans ces Bâtiments, la plus grande partie de la voilure entiere sert dans l'un & l'autre cas; & d'ailleurs, l'angle *ACJ* s'ouvre davantage, parce que la voilure est, à proportion, en plus grande quantité.

(583.) Cet angle dépend encore de la relation entre *GO* & *GH*; car à mesure que *GH* devient moindre, *GW* & *Gg* le deviennent aussi, & par conséquent l'angle *Ohk*, & son égal *ACJ* deviennent plus grands. Ainsi, l'angle le plus avantageux dans un Chebec est plus grand que dans un Vaisseau; & dans une Galere il est encore plus grand que dans un Chebec. Nous avons trouvé cet angle pour le Chebec (368.) de 63° 19', & nous avons vu qu'en l'employant, la vîtesse du Chebec est à celle du vent, comme 163 est à 100; c'est-à-dire que la vîtesse de cette Embarcation est égale à celle du vent plus environ ses deux tiers; de sorte que, si la vîtesse du vent étoit de 15 pieds par seconde, celle du Chebec seroit de 24 pieds $\frac{45}{100}$, ce qui fait 14 milles $\frac{67}{100}$ par heure.

(584.) La marche des Vaisseaux pour s'élever vers l'origine du vent, ou leur vîtesse pour gagner au vent, dépend principalement de la vîtesse directe (355.), & par conséquent, de toutes les circonstances qui la produisent & peuvent la modifier, comme nous l'avons vu ci-dessus. Cependant les angles les plus avantageux que les vergues & le vent doivent former avec la quille, sont susceptibles de quelque différence, & même cette différence est quelquefois considérable; car il est nécessaire d'avoir égard à la dérive, de laquelle dépend également la quantité dont le Vaisseau gagne au vent. Nous avons donné, dans l'*Art.* 371, les formules pour déterminer ces angles; mais elles sont si compliquées, que, même dans le calcul, nous n'avons pas jugé convena-

* On trouve dans l'original 8065 pieds quarrés; mais c'est sans doute une faute, car cela n'est pas conforme à l'*Article* 367, auquel l'Auteur renvoie. Cette même différence se trouve dans le Discours Préliminaire, *Tome I*, mais nous l'avons rectifiée.

ble de les réduire à une seule, comme il est d'usage de le faire, pour la facilité des applications. Nous nous sommes contentés de les appliquer à différents cas pour le Vaisseau de 60 canons ; d'abord, en supposant que le vent est foible, & que le Vaisseau porte beaucoup de voile ; ensuite au cas où il porte peu de voile, & que le vent est fort ; & enfin à celui où le Vaisseau porte peu de voile, & où le vent est foible ; & on a vu, dans tous ces cas, que les angles avantageux avec lesquels le Vaisseau gagne au vent le plus qu'il est possible, ne sont point les mêmes. Le Vaisseau portant toute sa voilure qui est de 23050 pieds quarrés, & le vent étant foible, on a trouvé que l'angle que doit former la quille avec le vent, est de 56°, & celui que doivent former les vergues avec la quille, de 30° 33'. Lorsque le Vaisseau porte seulement ses deux basses voiles, ou que sa voilure est réduite à 6130 pieds quarrés, & que le vent est fort, ces angles doivent être de 84° 44' & de 82° 14'. Avec cette même voilure, le vent étant foible, ils sont de 66° 13', & de 47° 20'. Comme les angles de ce dernier cas approchent beaucoup de ceux qu'emploient généralement les Marins, on voit évidemment combien ils sont loin, dans tous les autres, de jouir des avantages que la Géométrie leur offre.

(585.) Il suit de ce principe, que l'un & l'autre angle doivent augmenter à mesure que le vent augmente, & que les voiles diminuent. Celui que la direction du vent forme avec la quille, augmente depuis 56° jusqu'à 84° 44' ; & celui que la quille forme avec les vergues, augmente depuis 30° 33' jusqu'à 82° 14'. On prendra donc une valeur moyenne dans les autres cas, qui sont aussi les cas intermédiaires ; ou bien, si l'on veut une plus grande exactitude, on aura recours aux formules, particuliérement lorsque le Vaisseau, pour lequel on fait le calcul, est d'une construction très-différente ; car cette circonstance influe beaucoup sur la valeur des quantités. Si on applique le calcul à la formule de l'*Art.* 360, on trouvera que l'angle que doivent former les vergues avec la quille, pour que le Vaisseau marche avec le plus de vîtesse qu'il est possible, est de 26° 55', celui de la quille & du vent étant supposé de 56° ; par conséquent, l'angle qui fait gagner au vent le plus qu'il est possible, n'est pas celui qui fait faire au Vaisseau le plus de chemin. C'est aussi ce que démontrent les formules particulieres par lesquelles on détermine ces angles. Dans le cas présent, où la différence est le moins sensible, on la trouve de 3° 38'.

(586.) Enfin, nous avons vu, dans l'*Art.* 376, qu'en employant les angles avantageux avec toutes les voiles & peu de vent, la quantité dont le Vaisseau gagnera au vent, est à celle dont il gagne dans les

mêmes circonstances, sa voilure étant disposée selon l'usage ordinaire des Marins, comme 164 à 125, ce qui est près d'un tiers de plus, & démontre la nécessité de ne pas négliger un avantage aussi considérable. Il est vrai que, dans les Vaisseaux, il est difficile qu'on puisse former des angles aussi aigus que l'exige le cas où l'on porte beaucoup de voiles : mais dans les bâtiments à voiles latines, il n'y a aucune difficulté. Dans les Vaisseaux même, en faisant usage de drosses, & prenant le parti de lâcher les haubans de l'avant, ce qui peut se faire sans aucun risque, lorsque le vent est foible; circonstance qui est précisément celle où ce brassage extrême est nécessaire, on pourroit amener les basses vergues au point d'être très-proches de former les angles requis : quant aux autres vergues, on y parvient sans aucune difficulté.

(587.) Outre ces attentions, qui sont les principales, il en est une qu'il est absolument nécessaire que les Marins aient présente à l'esprit ; c'est de tenir le Gouvernail, autant qu'il est possible, dans une situation toujours parallele à la route que suit le Vaisseau. Car, dans toute autre position, le Gouvernail ne peut manquer de retarder beaucoup le sillage.

CHAPITRE V.

Du Gouvernement, ou du Manege, du Vaisseau.

(588.) LE Gouvernail est seulement une des puissances qui concourent au Manege ou au Gouvernement du Vaisseau, quoiqu'assez ordinairement il soit regardé comme l'unique. Nous avons donné la théorie de cette Machine, dans le *Chap. II* du *Liv. III*, & nous avons trouvé quelque différence entre nos résultats & ceux que les Géometres ont déterminés jusqu'à présent, à cause que nous nous sommes fondés sur d'autres principes. Nous avons donné, dans l'*Art.* 290, la formule de la force que fait le Gouvernail dans la direction perpendiculaire à la quille, qui est seulement celle qui contribue au Manege; & l'on a vu, par cette formule, que *plus la vîtesse du Vaisseau sera grande, plus la surface du Gouvernail sera étendue, & plus la quête de l'étambot sera petite, plus la puissance du Gouvernail sera grande*, en observant toutefois que le Gouvernail faisant des angles égaux avec la quille, tant du côté de babord que du côté de tribord, *la force du Gouvernail pour faire arriver le Vaisseau est toujours plus grande que celle pour le faire venir au vent.* Ces connoissances avoient déjà été données par les Géometres qui nous ont précédés; mais il n'en est pas de même à l'égard de l'angle que le Gouvernail doit former avec la

quille, pour qu'il produise la plus grande force qu'il est possible; car ils ont déterminé cet angle de 54° 44′, tandis que, dans l'*Art.* 293, nous l'avons trouvé de 45°, dans le cas où la dérive est nulle; de 45° moins la dérive, lorsqu'il s'agit d'arriver; & de 45° plus la dérive, dans le cas où il faut venir au vent. Ces différents objets ont été démontrés dans le *Chapitre* cité, auquel nous renvoyons. Malgré cela, nous avons dit, dans l'*Art.* 296, qu'il ne convient nullement de chercher à faire former ces angles au Gouvernail, non seulement à cause que cela est peu nécessaire, vu le peu d'avantage de ces angles sur ceux dont les Marins font usage, mais aussi pour éviter les inconvénients qu'il y auroit à accourcir la barre du Gouvernail, ce qui seroit cependant absolument nécessaire pour parvenir à les former.

(589.) Nous avons fait voir également (298.) combien il importoit, pour augmenter la puissance du Gouvernail, que sa figure approchât, autant qu'il est possible, de celle d'un triangle, ainsi que l'expérience l'avoit déjà fait découvrir aux Marins. Cette particularité n'avoit encore été nullement remarquée, & il est bien étonnant qu'une pratique dépourvue de lumieres soit parvenue à donner une véritable connoissance sur cet objet, si long-temps avant la théorie.

(590.) Il est nécessaire que la distance horisontale du Gouvernail au centre de gravité du Vaisseau, qui est le point sur lequel il tourne, entre en considération pour trouver l'expression de la force de cette Machine; c'est ce que les formules de l'*Art.* 297 manifestent à la simple inspection, parce que c'est du moment de cette force que dépend l'efficacité de l'action qu'elle produit: ainsi, plus le Gouvernail sera éloigné du centre de gravité du Vaisseau, plus son action sera grande. Mais, comme dans toute cette distance, & même dans toute l'étendue de la carene du Vaisseau, les résistances des eaux sur les côtés, ainsi que d'autres forces, produisent une action considérable, il est nécessaire, pour parvenir à une connoissance parfaite du Manege & du Gouvernement du Vaisseau, de considérer le concours de toutes ces forces.

(591.) Ces forces, outre celle du Gouvernail, dont on ne doit pas employer l'action pour le Manege sans une nécessité bien absolue, se réduisent (400.), pour l'ordinaire, à deux, la force du courant des eaux sur le côté du Vaisseau, & celle des voiles. La premiere se décompose en deux autres, l'une qui agit directement, ou parallélement à la quille, & l'autre latérale, qui agit perpendiculairement & du côté sous le vent. Mais, comme la premiere de ces forces agit également de l'un & de l'autre côté du Vaisseau, elle ne peut contribuer en rien pour le Gouvernement: ainsi, il reste seulement la seconde, dont nous avons trouvé le centre éloigné

vers la poupe du centre de gravité du Vaisseau de 60 canons (223.), de 11 pieds ½. La force des voiles se décompose pareillement en force directe, & en force latérale, ou perpendiculaire à la quille, toutes les deux opposées à celles que produit le courant des eaux. Les deux forces directes se font parfaitement équilibre, aussi-tôt que le Vaisseau a acquis toute sa marche; c'est-à-dire, dès que son mouvement progressif est devenu uniforme; mais les deux latérales ne peuvent se faire mutuellement équilibre, si elles ne concourent pas dans le même point. Lorsque cela n'arrive pas, comme ces deux forces sont égales, celle qui se trouve plus éloignée du centre de gravité du Vaisseau, surmonte l'autre, & oblige le Vaisseau à tourner. Ainsi, *EAF* représentant la carene du Navire, les forces des eaux étant supposées réunies en *A*, & agissant suivant la direction *IG*, la droite *DG* représentera leur force directe, & *HG* leur force latérale, ou perpendiculaire à la quille. Si les forces des voiles se réunissoient de même en *G*, leur force directe, ou suivant *GD*, & leur force latérale, ou suivant *GH*, feroient équilibre à celles des eaux: mais si, au contraire, les forces des voiles se réunissent plus à la poupe, comme en *L*, le point *C* étant le centre de gravité, le Vaisseau arrivera, parce que les forces des eaux réunies en *G*, & agissant suivant *HG*, auront un plus grand moment que celles des voiles réunies en *L*. Ainsi, *pour que le Manege, ou le Gouvernement, soit parfait, ou pour que le Vaisseau demeure constamment dirigé sur le même rumb de vent, il est nécessaire que les forces des voiles se réunissent sur un point de la ligne* GI, *& que la résultante de ces forces soit dirigée suivant cette même ligne.*

PLANC. IX.

FIG.

(592.) D'après cette considération, il y a eu des Géometres (*a*) qui ont regardé le point *G* comme celui où il convenoit, & où il étoit avantageux de placer le mât, lorsqu'il n'y en a qu'un; & en conséquence, ils ont recommandé de l'y placer: & lorsqu'il y en a plusieurs, ils ont prescrit de placer, dans ce point, le centre de toutes les forces qu'ils produisent. Ils étoient convaincus, sans doute, que ce point de réunion ne varie point, tant que la place & la disposition des voiles reste la même; mais, pour se convaincre du contraire, & s'éclairer parfaitement sur ce point, il ne faut que relire le *Chapitre IV du Livre IV*, depuis *l'Article* 397 jusqu'à l'*Art.* 404, où ce sujet est traité sans aucun calcul, & avec tout le détail nécessaire. Nous avons vu, dans cet endroit, que *B* étant le point où se réunissent les forces des voi-

(*a*) *Jean Bernoulli*, *Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux*, Chap. 12, §§. 1, 2, & 3. Johannis Bernoulli, Opera omnia, Tomus secundus.
M. *Bouguer*, *Traité du Navire*, Liv. III, Sect. III, Chap. 1, page 473.

les, lorsque le Vaisseau est droit, & que les voiles sont planes, ce point se transporte en D, à cause de la courbure qu'elles prennent; & que ce même point passe de D en K, à cause de l'inclinaison que prend le corps du Vaisseau: de sorte que, par ces deux causes réunies, ce point se transporte de B en K. Ainsi, *pour que le Vaisseau Gouverne bien, ou qu'il soit susceptible d'un Manege parfait, le point* K *doit tomber sur* I, *ou le point* L *sur* G: *si* L *est plus vers la proue que* G, *le Navire arrive*; & *au contraire, le Navire vient au vent, si* L *est plus vers la poupe que* G. Mais comme ces différentes translations du centre où se réunissent les forces des voiles, dépendent de leur courbure, & de l'inclinaison du Vaisseau; & que la courbure des voiles, ainsi que l'inclinaison du Vaisseau, dépend de la force plus ou moins grande du vent; il s'ensuit évidemment que le Manege du Vaisseau dépend aussi de la force du vent, quoique la situation du point B demeure la même. Ainsi, *le vent venant à augmenter, le transport du centre des voiles est plus grand, & le Vaisseau vient au vent:* au contraire, *le Vaisseau arrive, si le vent diminue:* c'est ce que sçavent tous les Marins instruits par l'expérience seule. Non-seulement on éprouve de la variation dans le transport du centre des voiles, à cause de l'augmentation, ou de la diminution du vent, mais encore par le choc des lames. Une lame quelconque d'une grandeur suffisante, venant à faire incliner le Vaisseau dans le roulis, plus qu'il ne l'étoit auparavant, alors les point K & L s'éloignent davantage du point B, & il faut, de toute nécessité, que le Vaisseau vienne au vent; au contraire, il arrivera dans le retour, ou lorsqu'il se redressera pour prendre sa premiere situation; & comme les lames se succedent continuellement, les mouvements du Vaisseau, pour venir au vent & pour arriver, doivent aussi être continuels; & l'on est, par conséquent, obligé d'y remédier continuellement au moyen du Gouvernail. Ainsi, quoique les voiles, & même le vent, n'éprouvent aucune variation, le Manege ou le Gouvernement du Vaisseau ne peut cependant manquer d'être variable, & d'exiger que le Gouvernail soit dans un mouvement continuel, ce qui demande beaucoup de soin, & plus encore d'expérience, qui, en pareil cas, est le meilleur guide qu'on puisse suivre.

(593.) Nous avons dit que le transport du point B au point K, dépend de la courbure plus ou moins grande de la voile, & de l'inclinaison du Vaisseau. Or, comme les voiles sont susceptibles de prendre une plus grande courbure, à proportion de leur largeur; il s'ensuit que *plus les voiles auront de largeur, ou plus*

elles

elles auront d'envergure, plus le Navire aura de propenſion à venir au vent.

(594.) Pareillement, plus la hauteur du centre commun de toutes les voiles ſera grande, & moins le Vaiſſeau ſera chargé de leſt, plus il prendra d'inclinaiſon; ainſi on peut établir que *plus le guindant, ou la hauteur des mâts, ſera grand, & moins on aura embarqué de leſt, plus le Vaiſſeau aura de propenſion à venir au vent*; & de ces deux principes il réſulte, en général, que *plus les voiles d'un Vaiſſeau ſeront grandes, plus il aura de diſpoſition à venir au vent.*

(595.) Maintenant, *ſi l'on conſerve les voiles d'une même ſurface, en faiſant ſeulement varier leurs dimenſions, le changement qui en réſultera dans le Manege ſera peu conſidérable*; parce que ſi on augmente le guindant, & qu'à proportion on diminue l'envergure, ce que le premier changement produit pour faire venir au vent, le ſecond le produit pour faire arriver; & ces deux effets ſe compenſent ſenſiblement l'un l'autre.

(596.) Toutes ces variations dépendent uniquement du tranſport accidentel, du point B en K, ou en I; mais en quelque point de la droite EF que ſe trouve le point B, où ſe réuniſſent les forces de toutes les voiles, c'eſt-à-dire, en quelque point que ſe trouve leur centre, le Vaiſſeau étant droit, le même tranſport aura lieu: & par conſéquent, plus ce centre ſe trouvera vers la poupe, plus le Vaiſſeau aura de diſpoſition à venir au vent; c'eſt encore ce que ſçavent très-bien les Marins. La ſituation de ce point dépend de la diſtribution des mâts, & de la grandeur des voiles que chacun d'eux porte; de même que de la quantité de voiles qui ſont déferlées ou ferrées. Ainſi, dans cette diſtribution & combinaiſon des parties, il faut procéder de maniere qu'en variant la diſpoſition & la quantité des voiles, on puiſſe faire reculer le point B vers l'arriere, ou le faire avancer vers l'avant, de façon que le point K ſe maintienne conſtamment ſur I, ou à peu près, & cela dans tous les cas poſſibles; c'eſt-à-dire, ſoit qu'on porte peu ou beaucoup de voiles, que le vent ſoit foible ou violent, ſoit qu'il ſoit néceſſaire de venir beaucoup au vent, ou de n'y venir que d'une petite quantité.

(597.) Ceci doit, par conſéquent, réſulter des valeurs que peuvent avoir les droites DB, BC, CG, GD, & DI. Pour le Vaiſſeau de 60 canons, naviguant avec toutes ſes voiles, on a (276 & 419.), $DB = 13$ pieds $\frac{84}{100}$, & (285.), $BC = 12$: donc D tombera entre C & G, & DC ſera $= 1$ pied $\frac{84}{100}$. Retranchant cette quantité de $GC = 11$ pieds $\frac{1}{2}$, (223.), il reſte $GD = 9$ pieds $\frac{66}{100}$. Mais comme l'angle DIG a été trouvé, pour ce même cas, le Vaiſſeau allant à la bouline de 31 à 32 degrés (276.), ſa tangente eſt à peu près de $\frac{61}{100}$: & ſelon les principes de la Trigonométrie, DG étant à DI comme cette

tangente est au rayon; il s'ensuit qu'on aura DI, en divisant DG par $\frac{62}{100}$, ce qui donnera $DI = 15$ pieds $\frac{2}{3}$, à peu près. Ainsi, pour que le Manege soit parfait dans ce cas, ou qu'il ne soit pas nécessaire d'employer l'action du Gouvernail, il faut que DK soit de 15 pieds $\frac{2}{3}$, ou que la force du vent soit telle qu'elle fasse incliner le Vaisseau jusqu'à porter le point K à 15 pieds $\frac{2}{3}$ du point D. Mais ce même point K est (282.), élevé au-dessus du centre de gravité de 70 pieds $\frac{1}{4}$: donc l'in-
Fig. 47. clinaison DCK doit être de $\frac{15\frac{2}{3}}{70\frac{1}{4}}$, ou l'angle DCK à peu près de 12° $\frac{1}{4}$. Nous avons trouvé, dans l'*Art.* 419, que ce cas arrive, lorsque la vîtesse du vent est de 18 pieds $\frac{1}{4}$ par seconde : donc, si la vîtesse du vent augmente, le Vaisseau viendra au vent, & il sera nécessaire d'avoir recours au Gouvernail pour y apporter remede; & si, au contraire, elle diminue, le Vaisseau arrivera, & le secours du Gouvernail sera encore nécessaire.

(598.) Naviguant avec les deux basses voiles, les deux huniers avec
Fig. 48. tous les ris pris, l'artimon & le faux foc, on a $BC = 11$, & $BD = 17\frac{58}{100}$; ce qui donne $GD = 4\frac{92}{100}$. Et l'angle DIG étant de 40° moins 21° qui (352.) résultent de la courbure des voiles, cet angle est donc de 19°, dont la tangente est $\frac{344}{1000}$; par conséquent, DI est à peu près de 14 pieds $\frac{1}{3}$; ainsi, DK doit avoir cette grandeur, pour que le Gouvernement soit parfait, & qu'il ne soit pas nécessaire d'employer l'action du Gouvernail. La hauteur du centre des voiles au-dessus du centre de gravité du Vaisseau, est (228.), dans ce cas, de 56 pieds $\frac{1}{4}$: donc l'inclinaison du Vaisseau devra être de $\frac{14\frac{1}{3}}{56\frac{1}{4}}$, ou à peu près de 14° 14′, pour que l'équilibre soit bien établi, ou que le Manege soit parfait. Nous avons trouvé, dans l'*Art.* 420, que ce cas arrive lorsque la vîtesse du vent est d'environ 29 pieds par seconde.

(599.) Le Vaisseau restant seulement sur ses deux basses voiles, on a (421.), $BC = 16\frac{11}{100}$, BD est comme ci-dessus de $17\frac{58}{100}$; ce qui donne GD de 10 pieds $\frac{7}{100}$, & DI, d'après la même supposition que l'angle $DIG = 19°$, est de 29 pieds $\frac{1}{3}$; quantité exorbitante, & dont jamais le point K ne pourra parvenir à s'éloigner du point D; ce qui prouve qu'avec cet appareil il est impossible que le Vaisseau vienne au vent par lui-même. En effet, nous avons vu, dans l'*Art.* 421, que pour que cela pût avoir lieu, il faudroit que le vent parcourût 240 pieds par seconde; vîtesse énorme, & qui ne pourroit s'effectuer sans mettre les voiles en pieces, ou même sans une destruction totale des mâts & des vergues. En bordant l'artimon, nous avons vu, dans le même *Art.* 421, que le point D tomberoit à la poupe du centre de gravité C,

du Vaiſſeau ; dans ce cas, le Vaiſſeau viendroit donc continuellement au vent, mais on pourroit rétablir l'équilibre en mettant le faux foc.

(600.) Conſervant ſeulement la grande voile, le point *B* (422.), tombe à 12 pieds $\frac{71}{100}$ à la poupe du centre *C*, & le point *D* à 17 pieds $\frac{58}{100}$ auſſi à la poupe de *B* ; le point *D* tombera donc à 30 pieds $\frac{29}{100}$ à la poupe du centre de gravité *C*. Retranchant de cette quantité les 11 pieds $\frac{1}{2}$, dont le point *G* eſt éloigné de *C*, il reſtera 18 pieds $\frac{79}{100}$, dont le point *D* tombera à la poupe de *G*, par conſéquent, le Vaiſſeau tendra à venir au vent avec une très-grande force ; propriété qui eſt très-eſſentielle dans ce cas, parce que les lames qui le choquent à la proue, l'obligent à arriver beaucoup.

(601.) On voit que, dans tous ces cas, le Vaiſſeau peut tendre de lui-même à arriver ou à venir au vent, ſelon la viteſſe du vent : il nous reſte ſeulement de ſçavoir ſi le Gouvernail eſt capable de remédier à ces irrégularités. Le cas dans lequel il y auroit plus a en douter eſt, ſans contredit, le premier, parce que, dans ce cas, la vîteſſe du vent peut être très-petite, & par conſéquent *DK* peut l'être auſſi ; mais on a levé ce doute dans l'*Art.* 423, en faiſant voir que la force du Gouvernail eſt plus que ſuffiſante pour produire cet effet, particuliérement ſi le vent a une action ſuffiſante pour rendre ſenſible la courbure des voiles.

(602.) On a également developpé, dans les *Art.* 424, 425 & 426, les cas où l'on navigue vent arriere, & vent largue, & l'on a fait voir que la force du Gouvernail eſt exceſſive à l'égard des autres forces : par conſéquent, une très-petite obliquité du Gouvernail ſuffit pour obliger le Vaiſſeau à tourner ; c'eſt ce qui fait que le Manege du Vaiſſeau eſt fort délicat dans ces cas, & particuliérement vent arriere.

(603.) L'emplacement des mâts, ainſi que la diſpoſition des voiles dans le Vaiſſeau de 60 canons, nous a donné $CB = 12$ pieds, lorſqu'elles ſont toutes déployées (285.) ; par conſéquent, cette diſpoſition étoit très-bonne : mais cette quantité doit dépendre, comme nous l'avons vu, de *CG*, diſtance du centre des réſiſtances latérales, au centre de gravité du Vaiſſeau. Plus *CG* ſera petite, moins le Vaiſſeau aura de force pour arriver ; & par conſéquent, plus *CB* doit être grande, & de la longueur de cette diſtance dépend auſſi la même action : ainſi, *GB* doit ſe maintenir conſtante c'eſt-à-dire, toujours la même ; & comme nous avons trouvé *CG* de 11 pieds $\frac{1}{2}$, il s'enſuit que dans le Vaiſſeau de 60 canons, *GB*, ou la diſtance du centre de la voilure à celui des réſiſtances latérales, doit être conſtamment de 23 pieds $\frac{1}{2}$: il en eſt de même à proportion dans les autres Vaiſſeaux.

(604.) La ſituation du centre *G* des réſiſtances, dépend non-ſeule-

ment de la figure de la carene du Vaisseau, mais aussi de la relation & de la grandeur des élancements de poupe & de proue, c'est-à-dire, de la quéte de l'étambot & de l'élancement de l'étrave, comme on peut le voir dans le *Chapitre VII, du Livre II:* de sorte que plus l'élancement de l'étrave sera petit, par rapport à la quête de l'étambot, plus le point *G* sera avancé vers la proue, & plus le Vaisseau aura de propension à venir au vent, à moins qu'on n'ait soin de faire avancer le point *B*, ou le centre de la voilure, d'une même quantité vers la proue (*a*).

(605.) Le point *G* change de situation lorsqu'on surcharge le Vaisseau, parce que le centre des résistances latérales de la partie du côté qui se submerge de nouveau dans le fluide, est plus à la proue que le point *G*: par conséquent, le nouveau centre des résistances qui en résultera, doit être aussi plus à la proue que ce point. Delà il suit qu'un Vaisseau dont on augmente la charge doit être plus disposé à venir au vent, lorsque le centre de gravité ne s'est pas abaissé par l'augmentation de la charge, & que par-là la stabilité du Vaisseau n'est pas augmentée. Si, au contraire, le centre de gravité s'est élevé par l'augmentation de la charge, ou, ce qui est la même chose, si l'augmentation de la charge s'est faite par les hauts, le Vaisseau sera alors plus disposé à venir au vent par deux raisons; l'une à cause que le point *G* aura passé plus à la proue, & l'autre à cause que la stabilité du Vaisseau se trouvera diminuée.

(606.) La situation du point *G* varie encore, lorsque l'inclinaison du Vaisseau, dans le sens de sa longueur, vient à varier, ou, ce qui est la même chose, lorsque l'inclinaison de la quille à l'égard de l'horison, souffre quelque changement. Car (224.), nous avons vu que les 11 pieds ¼ que nous avons trouvés pour la distance de *G* à *C*, viennent de la supposition qu'on a faite que le Vaisseau est calé de 2 pieds plus à la poupe qu'à la proue; & que si la quille étoit horisontale, cette distance *CG* seroit seulement de 9 pieds ¼. Le Vaisseau étant moins calé à la poupe sera, par conséquent, plus disposé à venir au vent. L'expérience a encore manifesté ce fait aux Marins, & ils se servent de cette connoissance pour corriger les défauts dans lesquels tombent quelques Constructeurs, en proportionnant mal les élancements, ou la distance *CB* du centre de la voilure au centre de gravité du Vaisseau.

(607.) Pour procéder avec certitude sur ce point, on aura présent

(*a*) M. *Olivier*, Ingénieur-Constructeur du Département de Brest, à construit des Vaisseaux sans donner aucun élancement à l'étrave, & cela dans la vue de les rendre meilleurs bouliniers; mais l'expérience ne tarda pas à faire voir le grand défaut de cette construction: c'est ce qui est évident par notre théorie.

à l'esprit que, selon ce qu'on a exposé (276.), le Vaisseau allant à la bouline avec toutes ses voiles, & avec un vent de 18 à 20 pieds de vitesse par seconde, l'angle *DIG* est de 31 à 32 degrés, & sa tangente de $\frac{62}{100}$, ce qui donne *DG* des $\frac{62}{100}$ de *DI*. Mais ayant de même *DG* égale *GB* moins *BD*, & *BD* étant égale aux $\frac{171}{1000}$ de la largeur des voiles prise à la hauteur de leur centre de gravité (276.), *DG* sera égale à $\frac{62}{100}$ *DI* plus $\frac{171}{1000}$ de la largeur des voiles à la hauteur de leur centre de gravité. Ainsi, on pourra, sans erreur sensible, prendre *GB* des $\frac{2}{3}$ de l'inclinaison *DI* que le Navire peut prendre dans un cas semblable, plus $\frac{1}{6}$ de la largeur des voiles à la hauteur de leur centre de gravité. Pour le Vaisseau de 60 canons, on a trouvé (597), la premiere quantité *DI* de 15 pieds $\frac{2}{3}$, dont les $\frac{2}{3}$ sont de 10 pieds $\frac{4}{9}$: & la seconde (419) de 80 pieds, dont le $\frac{1}{6}$ est 13 pieds $\frac{1}{3}$, ce nombre ajouté aux 10 pieds $\frac{4}{9}$ donne 23 pieds $\frac{7}{9}$, pour la valeur de *GB*. Le point *C*, centre de gravité du Vaisseau, se trouve, comme on l'a enseigné dans le *Chapitre II du Livre II*, *Article* 140: & la distance *CG*, comme on l'a exposé dans le *Chapitre VII du Livre II*.

(608.) Tout ceci se réduit cependant à avoir seulement déterminé les distances respectives que doivent avoir les voiles entre elles; & l'emplacement des mâts n'est point encore déterminé. Pour cela il est nécessaire de s'occuper d'abord de la situation du grand mât; & comme il est nécessaire que le Vaisseau soit fort ardent avec la grande voile seule, on pourra placer ce mât au centre *G* des résistances latérales, ou à fort peu près. Car, comme la courbure que prend la voile, dans ce cas, reculera son centre de force à la distance de (422.) 17 pieds $\frac{18}{100}$, le Vaisseau viendra au vent avec un moment qui sera exprimé par le produit de 17 $\frac{18}{100}$ par la force que fait la voile. Ce moment pourra paroître un peu excessif; & c'est pour cela que le Vaisseau de 60 canons avoit son grand mât placé 4 pieds plus à la proue que le point *G*; mais, outre que, dans d'autres Vaisseaux, le grand mât est seulement de 1 pied $\frac{1}{2}$ plus avancé vers la proue que le point *G*, on doit considérer que plus le grand mât & le mât de misaine seront éloignés, plus il en résultera d'avantages pour que les voiles du premier dérobent moins le vent à celles du second; & cet avantage ne peut produire aucun inconvénient, tant qu'on conserve à *GB* sa valeur déterminée. Ayant une fois placé le grand mât, on portera le mât de misaine le plus à la proue qu'il sera possible. Quant au mât d'artimon, on l'avancera, ou on le reculera de ce qui sera nécessaire pour que *GB* conserve la valeur qu'on aura trouvée convenable.

CHAPITRE VI.

Du Roulis & du Tangage.

(609.) DE toutes les théories des mouvements du Vaisseau, la plus compliquée est sans contredit celle du Roulis & du Tangage. On peut se convaincre de cette vérité par la lecture du *Chap. V* du *Liv. IV*, où cette théorie est traitée d'une maniere très-étendue. C'est, sans doute, par cette raison que les Auteurs les plus célebres (*a*) se sont contentés de considérer le Roulis comme l'effet d'une action simple du Vaisseau, résultante d'une petite inclinaison qu'on lui feroit éprouver, la surface de l'eau se maintenant toujours parfaitement horisontale. Mais on voit bien qu'en considérant le Roulis sous cet aspect, il ne dépendroit aucunement de l'action de la lame, tandis que c'est la lame qui le produit, qui peut même l'augmenter & le diminuer. Cette supposition facilitoit beaucoup le calcul, &, pour n'avoir pas prévu ni apperçu les erreurs auxquelles elle conduisoit, on en a adopté les résultats, sans songer aux vices de la supposition. La conséquence qui en résulte est que le Vaisseau oscille comme le fait un pendule d'une longueur déterminée; & que ses balancements sont isochrones avec les oscillations du pendule, ou que chacun de ses Roulis se fait dans le temps que le pendule emploie à faire une oscillation. Or, comme ce temps ne dépend nullement de celui qu'emploie la lame à passer sous le Vaisseau, il s'ensuit que quelle que soit la grosseur de la lame, qu'elle soit grande ou petite, le Roulis sera toujours de la même durée, ce qui est évidemment faux, parce que le Vaisseau doit se redresser de l'inclinaison qu'il a été forcé de prendre par l'action de la lame, aussi-tôt qu'elle vient à lui manquer, ou à s'éloigner de lui; &, comme cela s'effectue en différents temps, selon la grandeur des lames, lesquelles courent avec des vitesses différentes, il s'ensuit nécessairement que les Roulis doivent aussi s'effectuer dans des temps fort différents entre eux.

(610.) Cependant, après le passage de la lame, le Vaisseau doit faire d'autres balancements, ou d'autres Roulis qui proviennent de l'inclinaison qu'il a déjà prise, en vertu de cette premiere action, & c'est sans doute de ces Roulis, que les Auteurs cités ont voulu nous donner la théorie. Mais ces derniers, tant à cause de la résistance des eaux, qu'à cause de celle que le vent produit dans les voiles, sont

(*a*) *Léonard Euler*, *Scientia Navalis*, Tome I, Chapitre IV, Proposition 48. M. *Bouguer*, *Traité du Navire*, Livre II, Section III.

beaucoup plus petits, & les effets qu'ils produisent sont aussi beaucoup moindres à proportion : de sorte que ce sont les premiers Roulis que nous devons uniquement considérer, & auxquels nous devons porter toute notre attention, pour prévenir, autant qu'il est possible, les accidents funestes qui en résultent, & qui ne sont, malheureusement, que trop fréquents.

(611.) En outre, les mêmes Auteurs se sont également persuadés que la seule chose à considérer dans les Roulis étoit le temps dans lequel ils s'exécutent, attendu qu'ils doivent être plus doux, à proportion que les Vaisseaux y emploient plus de temps : mais quoique cela soit exactement vrai, lorsque les Roulis sont constamment de la même grandeur ; ce n'est plus la même chose dès que leur étendue varie. Si la durée d'un balancement est double de celle d'un autre, il suffit que l'étendue du premier soit également double de celle du second, pour que les vîtesses de l'un & de l'autre soient égales, & alors les effets du grand balancement sont beaucoup plus à redouter que ceux du petit. La principale attention qu'on doit avoir dans l'examen des Roulis, consiste dans les moments d'inertie qu'ils communiquent à toute la mâture & aux différentes parties du corps du Vaisseau ; car c'est à proportion de la valeur de ces moments que les mâts sont plus exposés à se rompre, & que les courbes des ponts de même que les autres pieces qui composent & qui lient le corps du Vaisseau sont plus exposées à se désunir.

(612.) Dans le *Chap. V du Liv. IV*, nous avons donné, dans toute son étendue, la théorie de cette action ; & nous avons distingué, dans le Vaisseau, deux especes de Roulis, de la considération desquels nous avons déduit la théorie du véritable. Le premier de ces Roulis est celui que le Vaisseau feroit de lui-même, & sans l'action de la lame, & qui provient seulement de l'action du Vaisseau lorsqu'il se remet de quelques inclinaisons qu'il auroit prise auparavant ; & le second est celui qu'il feroit, en vertu de la seule action de la lame, & sans avoir égard à toutes les altérations qui doivent résulter des moments avec lesquels agissent les différents poids dont le corps du Vaisseau est composé. Le temps de la durée de la premiere espece de Roulis est (434.), en raison directe sous-doublée des moments avec lesquels toutes les parparties du Vaisseau agissent, & pareillement en raison inverse sous-doublée du poids de tout le Vaisseau, & de la distance de son centre de gravité au métacentre. C'est aussi ce qu'ont conclu les Auteurs cités : & comme les moments deviennent plus grands à mesure que les poids sont plus éloignés de l'axe sur lequel tourne le corps du Vaisseau, ou sur lequel le Roulis s'effectue, & qu'ils croissent en raison doublée de cette distance ; il s'ensuit nécessairement que les temps

PLANCH. IX. doivent être comme les distances des poids à l'axe. C'est pour cette raison qu'ils ont recommandé qu'on éloignât les différents poids de l'axe, le plus qu'il est possible; car de cette disposition il doit résulter des Roulis d'une plus grande durée; & en même temps d'une plus grande douceur, suivant leur maniere d'en concevoir l'action.

(613.) Le temps dans lequel doivent s'effectuer les Roulis de la seconde espece, qui sont causés par l'action seule de la lame, a été déterminé dans l'*Art.* 449; & dans l'*Art.* 450, nous avons donné une Table du temps dans lequel le Vaisseau de 60 canons qui nous à servi d'exemple, acheveroit ces especes de balancements. On voit, dans cette Table, que ces temps sont grands lorsque les lames sont petites, qu'ils diminuent jusqu'à un certain terme, à mesure que les lames augmentent, & qu'ensuite ils retournent à augmenter: de sorte que le Roulis causé par une lame de $\frac{1}{4}$ de pied de hauteur dure 5 secondes; que celui causé par une lame de 4 pieds de hauteur dure 2 secondes $\frac{54}{100}$, & celui que produit une lame de 64 pieds de hauteur dureroit 6 secondes $\frac{32}{100}$.

(614.) Ces temps, ainsi que ceux désignés dans l'*Art.* précédent pour la durée des Roulis de la premiere espece, ne sont point, comme nous l'avons dit, les véritables, dans lesquels les Vaisseaux exécutent leurs Roulis; ces vrais temps tiennent un milieu entre les uns & les autres, comme on l'a fait voir dans l'*Art.* 453, & on a donné leur véritable valeur dans l'*Art.* 457. La formule qu'on a donnée dans le même *Art.*, fait voir que, si AB représente le temps dans lequel le Vaisseau exécute son Roulis par lui-même, & la perpendiculaire AC, celui dans lequel il le feroit par l'action seule de la lame, en tirant la perpendiculaire AD sur l'hypotenuse BC, & menant AF égale & perpendiculaire à AD, cette formule fait voir, dis-je, que DF représentera le vrai temps dans lequel le Vaisseau accomplira son Roulis. Ainsi, le temps AB dans lequel le Vaisseau de 60 canons accomplira son Roulis par lui-même, ayant été trouvé (434.) de 2 secondes $\frac{4}{7}$, & celui AC qu'il emploiroit à faire le même balancement par l'action seule d'une lame de 64 pieds de hauteur, ou par une mer * qui conserve une élévation équivalente après le calme du vent qui l'a produite, étant de 6 secondes $\frac{4}{7}$. Si avec ces données on fait le calcul, on trouvera DF, c'est-à-dire le vrai temps dans lequel le Vaisseau accomplira son Roulis avec cette même lame de 3 secondes $\frac{1}{3}$.

FIG. 56.

(615.) Il est évident, par cette construction, que si AB augmente,

* Ce sont les lames de la seconde espece qu'on a considérés, *Tome I, Art.* 818, & *Tome II, Art.* 452. Les Espagnols les appellent *olas de leva*, ou *mares de leva*.

DF

DF augmentera aussi, & par conséquent, plus le temps dans lequel le Vaisseau achevera son Roulis par lui-même, sera grand, plus aussi la durée du véritable Roulis sera grande. Mais on doit cependant considérer que, selon la formule de l'*Art.* 459, la grandeur du Roulis sera comme le quarré de *CB*; de sorte que plus *AB* sera grande, plus aussi le Roulis sera grand: ainsi, si l'effet qui résulte de cette derniere augmentation étoit plus considérable que celui qui peut résulter de l'augmentation du temps, il ne conviendroit en aucune maniere de chercher à augmenter *AB*, afin de ne pas augmenter la grandeur du Roulis.

(616.) Pour trouver maintenant, d'après ces principes, quel est le Roulis qui peut être le moins préjudiciable, il est nécessaire de considérer l'action qu'il peut produire sur la mâture, parce que c'est, de toutes les parties du Vaisseau, celle qui est la plus exposée & qui souffre le plus. Il se présente ici deux cas très-distincts: l'un quand le temps *AB*, dans lequel le Vaisseau acheve son Roulis par lui-même, varie en conséquence de ce que les moments d'inertie auroient éprouvé quelque variation, soit pour avoir séparé davantage de l'axe de rotation les différents poids ou les différentes parties de la charge: & l'autre, quand le même temps *AB* varie, parce que la distance du centre de gravité au métacentre auroit souffert quelque altération.

(617.) Pour le premier cas, la formule donnée (461.), nous enseigne que les moments ou actions que souffrent les mâts sont, en raison inverse de *DE*, perpendiculaire à *AC*: de sorte que plus *DE* pourra être grande, plus l'action que souffrent les mâts sera petite. Mais comme l'angle *ADC* doit toujours être droit, & que par conséquent le point *D* doit toujours se trouver sur la demi-circonférence *ADC*; il s'ensuit que la plus grande *DE* sera le rayon, ou la moitié du diametre *AC*; & dans ce cas, *AB* est égale à *AC*. Donc, *pour que la mâture souffre le moins d'action qu'il est possible, le temps* AB, *dans lequel le Vaisseau acheveroit son Roulis par lui-même, doit être égal au temps* AC, *dans lequel il devroit l'achever, s'il étoit causé par la seule action de la lame. Dans ce même cas*, DF *sera aussi égal à* AC; *par conséquent, le vrai temps dans lequel le Vaisseau doit achever son Roulis, pour que la mâture souffre le moins d'action qu'il est possible, doit être aussi égal au temps dans lequel il l'achèveroit s'il étoit causé par la seule action de la lame.*

(618.) On est donc tombé dans une erreur très-grave, lorsqu'on a voulu, sans un plus ample examen, augmenter la durée du Roulis, en éloignant de l'axe de rotation, les différents poids qui composent la charge du Vaisseau. Cette durée doit avoir, pour seule & unique limite, le temps dans lequel il accompliroit son Roulis, s'il étoit uniquement causé par l'action seule de la lame: tout ce dont cette durée passera cette limite, sera,

très-préjudiciable; & cela paroîtra encore beaucoup plus à craindre, si l'on considere que dans les grands Roulis la mâture éprouve, non-seulement l'action des moments d'inertie qui agissent sur elle, mais qu'elle éprouve encore l'action de son poids, laquelle croît à mesure que les inclinaisons deviennent plus grandes; de sorte que, pour plus de sûreté, il est prudent & nécessaire de régler la durée du Roulis, & de la fixer à quelque chose de moins que la limite assignée. Nous avons vu, dans les *Articles* 458 & 459, qu'en éloignant les poids de l'axe dans le Vaisseau de 60 canons, dans la raison de 15 à 21, ou de 5 à 7, la durée du Roulis a augmenté dans celle de 6 à 7, & sa grandeur dans celle de 949 à 1258, ou, à peu près, dans celle de 3 à 4; raison qui est excessivement plus grande. Si on recherche, pour les mêmes cas, les actions que souffrent les mâts avec une lame de 9 pieds de hauteur, la durée du Roulis que cette lame seule produiroit étant de 3″, on les trouvera comme on le voit ici.

Durée du Roulis que le Vaisseau fait de lui même.	*Rapport de l'action que souffre la mâture.*
2″ $\frac{1}{4}$	. . . . . $\frac{1}{2,2320}$
3	. . . . . $\frac{1}{2,2500}$
3″ $\frac{2918}{10000}$	. . . . . $\frac{1}{2,2352}$

On voit delà que l'action que souffrent les mâts, le Vaisseau achevant son Roulis par lui-même, dans le même temps qu'il l'acheveroit par la seule cause de la lame, est moindre que les deux autres actions, soit que le Vaisseau acheve son Roulis par lui-même, en moins ou en plus de temps qu'il ne le feroit par l'action seule de la lame. Mais il faut observer que ce dernier cas, c'est-à-dire, celui où le Vaisseau emploie plus de temps à balancer de lui-même, est le plus désavantageux de tous; car, comme nous l'avons dit ci-devant, l'action résultante du poids de la mâture devient alors plus grande, à cause de la plus grande inclinaison que prend le Vaisseau; & cette action se joint à celle des moments d'inertie; c'est pour cette raison que même la premiere action est préférable à la seconde: de sorte qu'on peut être assuré que pour les lames de 9 pieds de hauteur, le Vaisseau ne pourroit être mieux disposé.

(619.) Le temps dans lequel le Vaisseau doit produire son Roulis par lui-même, devant toujours être égal à celui dans lequel il le produiroit par l'action seule de la lame, & chaque lame devant produire un Roulis d'une durée différente, suivant sa hauteur, il s'ensuit que la durée du Roulis que le Vaisseau fait par lui-même, devroit aussi être variable, pour que la mâture souffrît la moindre action qu'il est possible: ou, ce qui est la même chose, pour obtenir l'avantage de cette moindre action, il faudroit changer la disposition de la charge pour chaque espece de lame; ce qui feroit très-risquable dans la pratique, & exigeroit un travail insur-

montable, & par conséquent impossible. Ce parti seroit cependant celui qui produiroit le plus d'avantages ; mais à son défaut, voici la maniere dont il convient d'envisager cet objet. Comme les petites lames sont peu dangereuses pour les Vaisseaux, & méritent par-là peu de considération, il suffira de nous en tenir à considérer celles qui, par leur grandeur, commencent déjà à être dangereuses, ou au moins à pouvoir causer quelque préjudice, comme sont les lames de 9 à 36 ou 40 pieds de hauteur. Or, par la seule action de ces lames, le Vaisseau feroit des Roulis (450.), dont la durée seroit entre 3 & 5 secondes; il conviendra donc de prendre une durée moyenne qui sera de 4 secondes ; puisque, comme on l'a dû voir, nous ne pouvons pas faire varier le temps de la durée du Roulis que le Vaisseau feroit par lui-même, selon qu'il nous feroit avantageux. Nous avons vu, dans l'*Art.* 463, que pour faire ensorte que le Vaisseau de 60 canons acheve ainsi ses balancements dans 4 secondes, il falloit éloigner les poids de l'axe dans la raison de 15 à 22, c'est-à-dire, au delà de ce que la largeur du Navire peut le permettre ; mais si nous nous rappellons, en outre, que nous avons vu (618.), dans les Roulis d'une grande étendue, que le propre poids de la mâture ajoute encore à l'action qu'elle souffre, & contribue à l'exposer davantage ; nous en conclurons que ceux dont la durée est de 3 secondes $\frac{1}{4}$ feront les plus convenables, non-seulement pour le Vaisseau de 60 canons, mais pour tous les Vaisseaux en général, puisque les lames sont les mêmes pour tous : comme, dans les petits Vaisseaux, cela ne sera pas praticable, on tâchera d'y suppléer en éloignant les parties de la charge de l'axe avec les attentions qu'on exposera ci-après.

(620.) Le second cas qui est celui dans lequel le temps que le Vaisseau emploie à produire son Roulis par lui-même, varie, parce qu'on auroit fait quelque altération à la distance de son centre de gravité à son métacentre, a été examiné dans l'*Art.* 464, & l'on y a démontré qu'à mesure qu'on augmente cette distance, le travail que supporte la mâture augmente aussi ; & par conséquent, plus on pourra faire cette distance petite, plus ce sera avantageux pour le soulagement de la mâture. Mais le travail de la mâture n'est pas le seul inconvénient qui résulte du Roulis, il en est un autre auquel nous devons faire attention, & qui n'est pas moins fâcheux, c'est l'inondation qui résulte des coups de mer; car les eaux s'élevent alors à une telle hauteur quels ont coutume de passer par-dessus le corps du Vaisseau. Ce fâcheux inconvénient n'a point été, jusqu'à présent, considéré théoriquement ; & peut-être n'a-t-on pas cru qu'il eût aucune dépendance du Roulis. Cependant nous avons démontré, dans l'*Art.* 465, que les élévations des eaux sur le côté du Vaisseau sont comme les quarrés des temps dans lesquels s'accomplissent les Roulis, ou comme le quarré

de *AD*, ou *DF*; & c'eſt ici la raiſon la plus eſſentielle & la plus déterminante pour ne pas augmenter beaucoup *AB*, quoique ce parti nous ait été recommandé juſqu'ici par tous ceux qui nous ont donné des Préceptes. On a déterminé, dans le même *Art.*, la vraie hauteur à laquelle la lame doit s'élever ſur le côté du Vaiſſeau; & dans l'*Art.* 466, on a appliqué la formule à quelques exemples pris du Vaiſſeau de 60 canons. Dans le premier de ces exemples, où l'on ſuppoſe le Vaiſſeau dans ſon état d'arrimage ordinaire, on a trouvé que la lame ayant 36 pieds de hauteur, l'eau s'élevera ſur le côté de 12 pieds $\frac{1}{4}$. Dans le ſecond exemple, où l'on ſuppoſe que les poids ſont plus éloignés de l'axe de rotation dans la raiſon de 15 à 21, on a trouvé que les eaux s'éleveroient de 18 pieds $\frac{4}{5}$. Et dans le troiſieme enfin, où l'on ſuppoſe que la diſtance du centre de gravité au métacentre, eſt diminuée dans la raiſon de $9\frac{5}{8}$ à 6, on a trouvé que les eaux doivent s'élever de 16 pieds; ou, ce qui eſt la même choſe (458.), dans le premier cas où le Vaiſſeau acheveroit ſon Roulis dans 2 ſecondes $\frac{4}{7}$, les eaux s'éleveroient ſur le côté de 12 pieds $\frac{1}{4}$: dans le ſecond, où la durée du Roulis eſt de 3 ſecondes $\frac{2}{5}$, elles s'éleveroient de 18 pieds $\frac{4}{5}$: & dans le troiſieme enfin, où le Roulis s'accompliroit dans 3 ſecondes $\frac{18}{100}$, l'élévation des eaux ſeroit de 16 pieds.

(621.) Mais ces élévations des eaux qui paroiſſent ſi grandes, ne ſont pas encore les véritables, car on les auroit trouvées plus grandes, ſi, dans le calcul, on avoit eu égard à la dénivellation, ou à la plus grande hauteur qui réſulte de la viteſſe avec laquelle les mêmes lames choquent le côté du Vaiſſeau. Il eſt vrai qu'on n'a pas non plus tenu compte de la diminution qui doit auſſi réſulter à raiſon de ce qu'elles le choquent obliquement: mais ayant égard à ces circonſtances, on a trouvé, dans l'*Art.* 467, que les véritables élévations des eaux ſeroient, dans le premier cas, de 15 pieds $\frac{1}{4}$: dans le ſecond, de 21 pieds $\frac{4}{5}$: & dans le troiſieme, de 19 pieds. Or, comme le côté du Vaiſſeau, dont il s'agit ici, n'a que 16 à 17 pieds de hauteur, au-deſſus de la ſurface de l'eau, il s'enſuit qu'il n'y a que dans le premier cas que les eaux ne paſſeront pas par-deſſus: dans le ſecond & troiſieme cas, elles ſurmonteront le corps du Vaiſſeau au moins de 2 & 4 pieds $\frac{4}{5}$. Nous devons donc conclure que ſi nous voulons éviter que la mer inonde à tout moment le corps du Vaiſſeau, nous ne devons pas même porter la durée du Roulis juſqu'à 3 ſecondes $\frac{1}{4}$, qui eſt celle à laquelle nous avons trouvé (619.) qu'il convenoit de fixer la durée du balancement que le Vaiſſeau feroit par lui-même, pour que la mâture fût le moins expoſée qu'il eſt poſſible.

(621.) Dans les petits Bâtiments, il eſt encore plus néceſſaire de chercher à ſe garantir de cet accident; car nous avons démontré, dans l'*Art.* 469, que les élévations des eaux ſur leur côté ſont plus grandes à propor-

tion que dans les Vaisseaux ; ainsi, les petits bâtiments exigent que les temps dans lesquels ils accompliroient leurs Roulis par eux-mêmes, soient encore dans une moindre raison que la raison directe de leurs largeurs, & l'inverse des distances de l'axe de rotation au métacentre ; c'est-à-dire, que dans les petits Bâtiments, les différents poids qui composent la charge doivent être à proportion plus proches de l'axe que dans les Vaisseaux ; principalement lorsque pour ces Bâtiments la distance de l'axe au métacentre est, à proportion, plus grande. On a donné pour exemple, dans le même *Art.* 469, une Frégate d'une construction en tout semblable à celle du Vaisseau, & dont les dimensions étoient la moitié des siennes ; & l'on a trouvé que les eaux s'éleveroient de 10 pieds $\frac{67}{114}$ sur les côtés de la Frégate, tandis qu'elles ne s'éleveroient que de 12 pieds $\frac{1}{2}$ sur le côté du Vaisseau : de sorte qu'elles passeroient de 2 pieds par-dessus le bord de la Frégate, pendant qu'elles n'arriveroient pas au bord du Vaisseau, même lorsqu'elles s'éleveroient encore de 4 pieds de plus. Nous avons trouvé (471.), pour la Frégate de 22 canons, qui a 31 pieds $\frac{5}{8}$ de largeur, que les lames ayant 36 pieds de hauteur, les eaux s'éleveroient de 14 pieds sur son côté, tandis que dans son milieu elle n'a que 11 pieds d'élévation au-dessus de la surface de l'eau ; & l'on a fait remarquer, à ce sujet, que si cette Frégate éprouvoit de semblables inondations, que ne doit-on point craindre pour d'autres qui sont construites d'une maniere bien moins avantageuse ? Car quelques Constructeurs modernes leur donnent seulement 9 pieds, ou au plus 9 pieds $\frac{1}{2}$ d'élévation au-dessus de l'eau, dans l'idée, disent-ils, de les rendre meilleurs voilieres. Dans une tempête, & particuliérement avec des mers & des vents de travers, la propriété la plus essentielle un Vaisseau, est d'avoir une grande force pour porter la voile ; car c'est de sa grande stabilité que dépend le salut du Vaisseau.

(623.) Dans l'*Art.* 472, auquel on peut avoir recours, nous avons exposé les funestes effets qui peuvent résulter des troisiemes Roulis, lorsque l'action d'une nouvelle lame concourt avec eux : il n'y a pas de précautions qu'on ne doive prendre pour prévenir cette fâcheuse circonstance ; car le Vaisseau court alors le plus grand risque de démâter : heureusement elle est fort rare.

(624.) Nous avons dit (473.), que la théorie des balancements du Tangage, est fondée sur les mêmes principes que celle des balancements du Roulis. La seule différence qu'on remarque dans le Tangage, dépend uniquement de la vîtesse respective avec laquelle les lames choquent le corps du Vaisseau. Nous avons supposé, dans le Roulis, la vitesse latérale égale à zéro, parce qu'effectivement elle est si petite, qu'on peut la négliger sans crainte d'erreur : mais c'est tout autre chose dans le Tangage ; lorsque la lame vient choquer par la proue, ou, comme disent les Marins,

lorsque le Vaisseau prend la lame debout, la vîtesse avec laquelle elle choque la proue, est la vîtesse respective, laquelle est la somme de celle du Vaisseau, & de celle qu'avoit la lame; & lorsque la lame suit le Vaisseau & vient le choquer par la poupe, la vîtesse respective avec laquelle se fait le choc, est la différence des mêmes vîtesses. De-là il suit clairement, que non-seulement le temps dans lequel le Tangage s'effectue doit être plus petit à proportion que cette vîtesse respective est plus grande, mais aussi que les élévations de l'eau sur le côté doivent être aussi plus grandes à proportion.

(625.) Nous avons donné, dans l'*Art.* 473, la vraie mesure du temps dans lequel le Vaisseau doit accomplir son balancement de Tangage; & nous avons dit qu'il doit être plus petit, à mesure que le temps dans lequel le Vaisseau accompliroit son Tangage par la seule cause de la lame, (476.), est plus petit. Or ce dernier balancement se fait en d'autant moins de temps, à proportion, que la vîtesse du Vaisseau est plus grande, en supposant que la lame choque le Vaisseau par la proue : donc *plus la vîtesse du Vaisseau sera grande, plus le temps de la durée du Tangage sera petit.* Ce sera tout le contraire si la lame choque le Vaisseau par la poupe; car dans ce cas la vîtesse respective est moindre que celle de la lame même. On a trouvé, dans l'*Art.* 473, que le temps dans lequel le Vaisseau de 60 canons acheveroit son Tangage par lui-même, est de 2 secondes $\frac{76}{100}$: & dans l'*Art.* 475, que celui dans lequel il l'acheveroit par l'action seule d'une lame de 9 pieds de hauteur, est de 1 seconde $\frac{19}{100}$, le Vaisseau naviguant à la bouline avec 10 pieds de vîtesse par seconde : & de-là nous avons conclu (476.), que le vrai temps dans lequel le Vaisseau produit son Tangage est de 1 seconde $\frac{89}{100}$.

(626.) On a trouvé (477.) la grandeur du Tangage, & l'on a vu qu'*à mesure que le temps dans lequel le Vaisseau accompliroit son Tangage par lui-même, sera plus grand, plus aussi le Tangage sera grand; &* au contraire, que *le Tangage sera d'autant plus petit, à proportion que le temps dans lequel le Vaisseau l'accompliroit par la seule action de la lame, sera plus grand;* mais la durée de ce dernier balancement est (475.), plus grande à proportion que la vîtesse du Navire est plus petite : donc *plus la vîtesse du Vaisseau sera petite, plus le Tangage sera petit.* On doit conclure de-là, & de l'*Art.* précédent, combien il est important de modérer la vîtesse du Vaisseau, pour prévenir les effets du Tangage : car non-seulement on parvient, par cette attention, à diminuer l'étendue de l'oscillation, mais encore à en modérer la violence.

(627.) Nous avons déterminé, dans l'*Art.* 479, l'action que souffre la mâture, en conséquence du balancement du Tangage; & nous avons dit que cette action est la moindre qu'il est possible, lorsque le temps dans

lequel le Vaisseau acheveroit son Tangage par lui-même, & celui dans lequel il l'acheveroit par la seule action de la lame, sont égaux: & comme le premier de ces deux temps (473.), se trouve plus grand que le second (475.), il s'ensuit qu'il est nécessaire de réduire le premier, en rapprochant, le plus qu'il est possible, les poids qui composent la charge du centre du Vaisseau; ou comme disent les Marins en allégeant les extrêmités. On peut aussi diminuer l'action que souffre la mâture, comme on l'a vu dans le même *Art.*, en diminuant la distance du centre de gravité du Vaisseau au métacentre; mais cet expédient seroit extrêmement préjudiciable, comme on le verra plus loin, lorsque nous traiterons de l'élévation des eaux à la proue. Enfin, on a démontré, dans l'*Art.* 480, que l'action que souffre la mâture est en raison directe doublée de la longueur des Vaisseaux: c'est pour cette raison qu'il est nécessaire de procéder avec la plus scrupuleuse circonspection dans la détermination de cette dimension, & l'on doit bien prendre garde à ne pas la faire trop longue, uniquement par le désir déplacé de procurer au Vaisseau une marche plus avantageuse, comme il arrive à quelques Constructeurs, & comme l'ont prétendu jusqu'ici les Géometres: cette attention est sur tout nécessaire lorsque les Bâtiments sont destinés à naviguer dans des mers très-orageuses, comme le sont les Vaisseaux.

(628.) Nous avons déterminé, dans l'*Art.* 481, la hauteur à laquelle les eaux s'éleveront sur le côté, & l'on a vu que cette hauteur dépendoit de deux quantités, l'une dans laquelle on n'a pas compris l'effet de la dénivellation des eaux, & qui provient seulement de la hauteur de la lame, de la valeur plus ou moins grande du moment d'inertie dont le corps du Vaisseau souffre l'action, & de la hauteur du métacentre au-dessus du centre de gravité. Plus les deux premieres quantités seront grandes, & plus la troisieme sera petite, plus les élévations des eaux sur le côté seront grandes; & ceci a également lieu à la proue & à la poupe, attendu qu'on n'y comprend pas l'effet des dénivellations, ou les effets résultants des vitesses respectives.

(629.) L'autre quantité dépend absolument des dénivellations ou des vitesses respectives, & elle est le quarré de deux parties, dans lesquelles elle se divise, l'une desquelles vient de la hauteur de la lame, & du cosinus de l'angle sous lequel elle choque la proue ou la poupe, & l'autre de la seule vitesse du Vaisseau. Le quarré de la somme des deux parties doit être ajouté à la premiere quantité, pour avoir les élévations des eaux à la proue; & on doit le soustraire pour avoir les mêmes élévations à la poupe, lorsque la lame court vers l'arriere, en fuyant la poupe. Nous avons trouvé, dans l'*Art.* 482, pour le Vaisseau de 60 canons, que la hauteur de la lame étant de 9 pieds, & le Vaisseau naviguant à la bouline avec une vi-

teſſe de 10 pieds par ſeconde ; nous avons trouvé, dis-je, que la premiere quantité eſt de 5 pieds $\frac{46}{100}$, & la ſeconde de 3 pieds $\frac{12}{100}$; ainſi la hauteur des eaux à la proue ſera, dans ce cas, de 9 pieds $\frac{2}{10}$, & à la poupe de 1 pied $\frac{17}{100}$. Si la vîteſſe du Vaiſſeau eût été zéro, comme il arrive quand il eſt à l'ancre, la ſeconde partie de la ſeconde quantité ſe ſeroit évanouie ; & l'élévation des eaux à la proue ſe reduiroit à 5 pieds $\frac{88}{100}$, & celle de la poupe ſeroit portée à 5 pieds $\frac{4}{100}$.

(630.) Si la lame, au lieu de courir de proue à poupe, couroit de poupe à proue, de façon qu'elle choquât d'abord la poupe, en fuyant ou en s'éloignant de la proue ; dans ce cas, pour avoir l'élévation des eaux à la poupe, il faudroit ajouter à la premiere quantité le quarré de la différence des deux parties dans leſquelles ſe diviſe la ſeconde quantité ; & l'en retrancher pour l'élévation des eaux à la proue : de ſorte que dans le cas & dans les circonſtances précédentes, les élévations des eaux à la poupe ſeroient de 5 pieds $\frac{82}{100}$; & celles à la proue de 5 pieds $\frac{10}{100}$.

(631.) De-là on doit conclure qu'il eſt néceſſaire de porter ſon attention à ſe garantir de préférence des trop grandes élévations des eaux à la proue, parce qu'elles ſont beaucoup plus grandes qu'à la poupe, toutes les fois que le Vaiſſeau marche. On diminue réguliérement cette élévation, en diminuant la vîteſſe du ſillage, ou en diminuant de voile à meſure que la mer, ou les lames deviennent plus groſſes : car ſi, dans le cas de l'*Art.* précédent, nous ſuppoſons la lame de 36 pieds de hauteur, & la vîteſſe du Vaiſſeau de 15 pieds par ſeconde, nous trouverons, comme dans l'*Article* 483, que l'élévation des eaux à la proue doit être de 20 pieds $\frac{4}{11}$; élévation qui eſt de 3 pieds plus grande que toute la hauteur du Vaiſſeau. Ceci manifeſte, comme nous l'avons dit dans le même *Art.*, l'impoſſibilité de porter, dans tous les temps, toutes les voiles dehors, comme l'a prétendu un Géometre (a). C'eſt auſſi ce que l'expérience a rendu très-évident pour les Marins ; ils n'ont beſoin, à cet égard, d'aucune autre démonſtration. Pour ce qui concerne les élévations des eaux à la poupe, comme c'eſt le quarré de la différence des deux parties qu'on doit ajouter ; il s'enſuit que plus on déployera de voile, plus cette différence ſera petite ; & par conſéquent les élévations des eaux à la poupe ſeront, dans ce cas, d'autant moins grandes. De-là il ſuit qu'étant obligé d'arriver vent arriere, & de ſuivre ainſi la direction du vent & des lames, on doit porter autant de voile qu'il eſt poſſible, ſi l'on veut éviter les dommages, & même les accidents que les coups de mer contre la poupe occaſionnent le plus ſouvent.

(632.) On peut, & même on doit prévenir les grandes élévations des eaux à la proue, par la diminution de la premiere quantité dans les actions

(a) M. *Bouguer. De la Mâture des Vaiſſeaux*, Sect. II, Concluſion, page 118.

relatives

relatives à la proue, quoique cela les fasse augmenter en même temps pour la poupe; car par là on corrige en partie la grande différence qui résulte à raison de la seconde quantité, qui, dans le premier cas, est le quarré de la somme des deux parties, tandis que, dans le second, elle est seulement le quarré de leur différence. Par la formule donnée, *Art.* 481, on voit qu'on remplit cet objet en augmentant la distance du centre de gravité du Vaisseau au métacentre, ce qui est précisément tout le contraire de ce qu'il conviendroit de faire pour diminuer le travail de la mâture, comme nous l'avons dit dans l'*Art. 627*. D'après cela, il est donc nécessaire d'augmenter cette distance pour le temps où la proue du Vaisseau s'éleve, & de la diminuer pour celui où la lame souleve la poupe. Mais cette augmentation dépend, comme nous l'avons vu dans le *Chap. III* du *Liv. II*, des plus grandes largeurs des renflements de la proue dans le voisinage de la flottaison: donc, pour obtenir cet effet, il est nécessaire de renfler la proue aux environs de la ligne de flottaison, & de rendre, au contraire, la poupe plus fine, c'est-à-dire, lui donner plus de façons. Si donc, conformément à cette regle, nous supposons la premiere quantité (629.) 5 pieds $\frac{46}{100}$, diminuée de 1 pied $\frac{1}{4}$ pour la proue; & augmentée de la même quantité 1 pied $\frac{1}{2}$ pour la poupe, les élévations des eaux à la proue feront, dans ce cas, de 7 pieds $\frac{11}{100}$, & celles à la poupe de 7 pieds $\frac{33}{100}$: d'où l'on voit que malgré la grande différence qu'on suppose entre les pleins de la proue & de la poupe, les eaux, dans le cas dont il est question, doivent encore s'élever quelque chose de plus à la proue qu'à la poupe.

(633.) De tout ce que nous venons de dire, il suit évidemment qu'il est d'une nécessité absolue que dans tout Bâtiment la moitié de l'avant soit plus pleine, ou moins fine que la moitié de l'arriere; mais malgré cela, il est nécessaire de procéder avec beaucoup de circonspection dans l'observation de cette regle, pour éviter de tomber dans le vice opposé. Car si cette différence, entre les pleins de l'avant & de l'arriere, est nécessaire dans le cas où le Vaisseau est sous voile, & qu'il cingle, il n'en est pas de même dans celui du repos; alors non-seulement cette différence n'est pas nécessaire, mais elle devient même préjudiciable: l'élévation des eaux dans ce cas, & dans les circonstances précédentes, seroit à la poupe de 7 pieds $\frac{38}{100}$, tandis qu'à la proue elle seroit seulement de 4 pieds $\frac{38}{100}$. C'est par cette raison que les poupes des Vaisseaux ont tant à souffrir, & sont si exposées, lorsqu'ils sont battus par les grosses mers qui subsistent après le calme d'une tempête, ou que le peu de vent qui reste est trop foible pour donner de la vitesse au Vaisseau. La même chose arrive pour la proue, lorsque les Vaisseaux sont à l'ancre dans une Rade, la proue se trouvant alors exposée directement au choc de très-grosses mers. Il seroit à désirer, dans ces deux cas, que le corps du Vaisseau ne fût pas plus ample dans sa

TABLE ALPHABÉTIQUE ET RAISONNÉE

Des Matieres contenues dans ce second Volume.

N. B. Les Renvois indiquent les *Articles*, & non les *Pages*, à moins qu'on ne l'exprime.

Volume

que

Fin de la Table des Matieres.

Fautes à corriger dans quelques Exemplaires de ce second Volume.

PAGE 12, *mettez* 15 à l'*alinea*.

Pag. 34, PLANC. III. *lisez* PLANC. V.

Pag. 48, *ligne derniere*: mettez ** pour indiquer le renvoi à la note.

Page 51, *ligne* 5 en montant: écrivez $\frac{19}{40}$.

Pag. 59, *à la marge*: *Projection longitudinale*, lisez, *Projection horisontale.*

Pag. 84, *lig.* 7: en montant: de prisme, *lisez* de ce prisme.

Pag. 101, *lig.* 7. *mettez un* S après les deux parenthèses qui terminent cette ligne, qui doit se terminer ainsi $+ d^3 + k^3))$ s.

Pag. 102, *lig.* 3: écrivez 160, à l'*alinea*.

Pag. 113, *lig.* 7. en: montant ' u^2 *a sin* ⊖), *lisez* $\frac{1}{64}$ u^2 *a sin* ⊖).

Pag. 117, Tab. II. premiere colonne *lig.* 7 en montant: 24 & 57, *lisez* 24 & 27.

Pag. 155, *lig.* 16: à, très peu près, mettez la virgule avant la préposition à.

Pag. 184, *lig.* 9: moment de l'élévation, *lisez* moment & l'élévation.

Pag. 190, *lig.* 6. *mu* ($\frac{2}{3}$ *ba* $\frac{-}{2}$ . . . *lisez mu* ($\frac{2}{3}$ *ba* $^{\frac{3}{2}}$ . . .

Pag. 208, *lig.* 16, en montant, $\frac{-}{3}$, *lisez* $\frac{4}{3}$.

Pag. 237, *mettez* 360. au commencement du *Chapitre.*

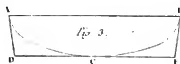
Pag. 242, *lig.* 7. en montant $G = \frac{-}{10}$ $G = \frac{9}{10}$.

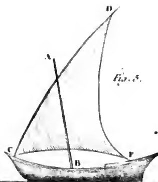
Pag. 260, *lig. derniere*, $e^1 c$, *lisez* $\int e^2 c$.

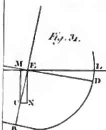
Pag. 320, *lig.* 4: 1 pouce $\frac{1}{2}$ dans le vaisseau, *lisez* 1 pouce $\frac{1}{2}$. Dans le vaisseau.

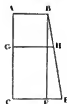
Table des matieres, *page* 14, *à la réclame*: dessus, *lisez* volume.

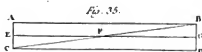
De l'Imprimerie d'AUGUSTIN-JEAN MALASSIS, Imprimeur de l'Amirauté, & de la Ville & Police.

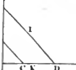

A
B
Fig. 3.
D
C
F


D
A
Fig. 5.
C
B
F

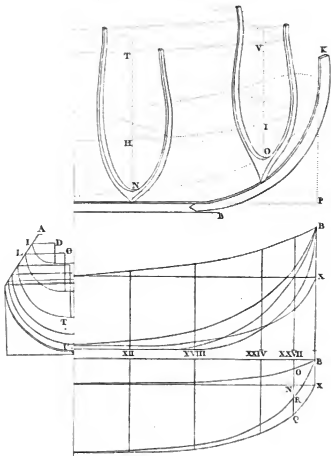

Fig. 31.
M
E
L
D
C
N
B


A
B
G
H
Fig. 33.
C
F
E


Fig. 35.
A
B
E
F
G
C
D


I
C
K
D


NAPOLI



...atte Sculp.



Fig. 8

P

15 12 9 6 3 0

M

XXIV XXVII X

K F F F F F F F

Fig. 13.

D G M β T O

Fig. 14.

f b P M

2 9 6 3 O III VI

F e F

Fig. 16.

M f μ ν P



f

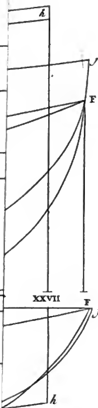
l

b

P

F. 27.

M



15 12 9 6 3 0

F. 28.

M

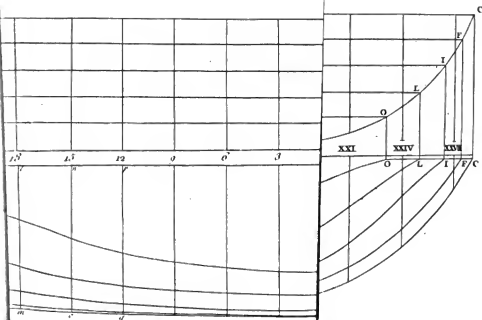
f

l

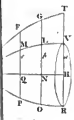
P

Gaulle Sculp.



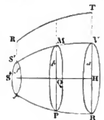


C
F
I
L
O
XXI
XXIV
XXVII
O
L
I
F
C
18
15
12
9
6
3



T
G
F
M
L
V
Q
N
H
P
O
R

F.B.



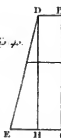
T
R
M
V
S
Q
H
P
R

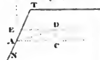
F.C.

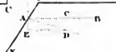

NAPOLI


Fig. 38
A
B
E
D
C


Fig. 40.*


Fig. 40.
D
B
E
H
C


Fig. 41. N. 2.
Q
T
E
D
A
C
N


Fig. 41. N. 1.
Q
T
A
C
B
E
D
N

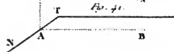
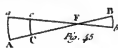
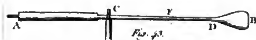

Fig. 41.
Q
T
N
A
B

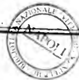

Fig. 44.
A
E
C
B

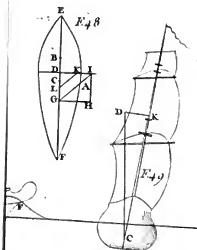
Fig. 42.


C
A

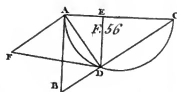

Fig. 45
a
c
F
B
b
A
C

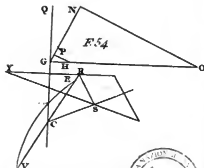

A
C
F
D
B
Fig. 43.




E
F.48
B
D
K
I
C
L
A
G
H
F
D
K
F.49
C


F.53
O


A
E
C
F.56
F
D
B


Q
N
F.54
P
G
H
O
Y
R
R
S
C
V







